

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Романчук Иван Сергеевич

Должность: Ректор

Дата подписания: 21.12.2022 10:38:13

Уникальный программный ключ:

6319edc2b582ffdacea443f01d5779368d0957ac34f5cc074d81131530452479

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра моделирования физических процессов и систем

А.Я. Гильманов, А.П. Шевелёв

ФИЛЬТРАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Учебно-методическое пособие

для студентов направления

«Техническая физика: Физика недр (магистратура)»

Тюмень

Издательство

Вектор Бук

2021

УДК 532.546.2  
ББК 22.253.3  
Г47

**А.Я. Гильманов, А.П. Шевелёв. Фильтрационное моделирование локальных задач.** Учебно-методическое пособие для студентов направления «Техническая физика: Физика недр (магистратура)». Тюмень: Издательство Вектор Бук, 2021. 157 с.

Учебно-методическое пособие содержит теоретический материал и набор задач для лекционных и практических занятий по дисциплине «Фильтрационное моделирование локальных задач» для студентов 1 курса магистратуры «Техническая физика: Физика недр». Пособие освещает основные вопросы, связанные с понятием призабойной зоной пласта и методами её обработки, а также содержит задачи для закрепления материала. Курс содержит ряд практических работ по моделированию, приближенных к реальным научным исследованиям.

Учебная программа дисциплины опубликована на сайте ТюмГУ: Фильтрационное моделирование локальных задач. Режим доступа: <https://www.utmn.ru/sveden/education/eduOp/>, свободный.

Рекомендовано к изданию кафедрой моделирования физических процессов и систем.

© ФГАОУ ВО Тюменский государственный университет, 2021

© Гильманов А.Я., Шевелёв А.П., 2021

Александр Янович Гильманов  
Александр Павлович Шевелёв

## ФИЛЬТРАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Учебно-методическое пособие  
для студентов направления  
«Техническая физика: Физика недр (магистратура)»

## Содержание

ВВЕДЕНИЕ .....	6
1. Основные элементы конструкции скважины .....	6
2. Призабойная зона пласта и контур питания .....	8
3. Практические задачи .....	14
ГЛАВА 1. СКИН-ФАКТОР .....	18
1.1. Концепция скин-фактора .....	18
1.2. Факторы, влияющие на скин-эффект .....	19
1.3. Соляно-кислотная обработка .....	23
1.4. Обработки призабойных зон скважин, снижающие скин-фактор ....	25
1.5. Практические задачи .....	27
ГЛАВА 2. УРАВНЕНИЕ ЛАПЛАСА ДЛЯ ПОТЕНЦИАЛА ТЕЧЕНИЯ .....	31
2.1. Потенциал течения. Уравнение Лапласа для потенциала течения	31
2.2. Конечно-разностная схема для решения уравнения Лапласа .....	32
2.3. Практическая работа .....	40
ГЛАВА 3. НЕСОВЕРШЕНСТВО СКВАЖИН ПО СТЕПЕНИ И ПО ХАРАКТЕРУ ВСКРЫТИЯ ПЛАСТА .....	41
3.1. Приток к скважинам, несовершенным по степени и по характеру вскрытия пласта .....	41
3.2. Основные корреляции для дебита скважин, несовершенных по степени вскрытия пласта .....	43
3.3. Дебит скважин, несовершенных по степени и характеру вскрытия пласта, при выполнении закона Дарси .....	46
3.4. Дебит скважин, несовершенных по степени и характеру вскрытия пласта, при двучленном законе фильтрации .....	51
3.5. Практические задачи .....	55
ГЛАВА 4. ВИДЫ СКВАЖИН ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ НЕФТЕОТДАЧИ ПЛАСТА .....	63
4.1. Горизонтальные скважины. Применение .....	63
4.2. Основные корреляции для дебита горизонтальных скважин.....	64
4.3. Безразмерная продуктивность горизонтальной скважины.....	68
4.4. Многоствольные скважины. Особенности и применение .....	70
4.5. Многозабойные скважины .....	72
4.6. Дебит многоствольной скважины.....	74
4.7. Практические задачи .....	76
ГЛАВА 5. ФИЛЬТРАЦИЯ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ .....	83
5.1. Фильтрация в неоднородных средах. Виды неоднородностей пласта .....	83
5.2. Слоистая неоднородность. Прямолинейно-параллельный поток ..	84
5.3. Зональная неоднородность. Прямолинейно-параллельный поток	87
5.4. Плоскорадиальный поток в неоднородных средах.....	89
5.5. Практические задачи .....	95

ГЛАВА 6. МЕТОДЫ УВЕЛИЧЕНИЯ НЕФТЕОТДАЧИ, ВОЗДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ПРИЗАБОЙНУЮ ЗОНУ ПЛАСТА .....	99
6.1. Методы увеличения нефтеотдачи, воздействующие на призабойную зону пласта .....	99
6.2. Воздействие на призабойную зону пласта поверхностно-активными веществами .....	100
6.3. Газовые методы воздействия на призабойную зону пласта .....	102
6.4. Электрическое и магнитное воздействие на призабойную зону пласта .....	104
6.5. Пароциклическое воздействие на призабойную зону пласта .....	106
6.5.1. Влияние температуры на вязкость жидкостей .....	106
6.5.2. Физические процессы, происходящие при вытеснении нефти теплоносителями .....	109
6.5.3. Тепловые методы добычи нефти. Учет тепловых потерь при разработке. Выбор оптимального метода разработки.....	111
6.5.4. Пароциклическая обработка добывающих скважин физические основы процесса .....	115
6.5.5. Фазы пароциклического воздействия на скважину .....	116
6.5.6. Критерии оценки эффективности пароциклического воздействия на пласты. Преимущества и недостатки метода.....	119
6.5.7. Физико-математическая модель пароциклического воздействия на нефтяные пласты .....	121
6.5.8. Параметры разработки пароциклического воздействия на пласты .....	123
6.5.9. Определение дебита нефти при пароциклической обработке... ..	128
6.6. Методы расчёта дебита при пароциклической обработке .....	129
6.6.1. Метод простой итерации .....	129
6.6.2. Итерационный метод Ньютона .....	132
6.7. Практическая работа .....	135
ГЛАВА 7. МЕТОД ПАРОГРАВИТАЦИОННОГО ДРЕНАЖА.....	137
7.1. Технология парогравитационного дренажа .....	137
7.2. Интегральная модель парогравитационного дренажа .....	138
7.3. Метод Эйлера для аппроксимации уравнений модели .....	144
7.4. Практическая работа .....	146
ГЛАВА 8. ФОРМ-ФАКТОР .....	148
8.1. Понятие форм-фактора .....	148
8.2. Порядок расчёта форм-фактора .....	151
8.3. Практические задачи .....	153
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	156

# ВВЕДЕНИЕ

## 1. Основные элементы конструкции скважины

Перед добычей нефти и газа необходимо пробурить в пласт скважину. **Нефтяная скважина** – горная выработка круглого сечения (цилиндрической формы), диаметр которого намного меньше глубины, пробуренная с поверхности земли или с подземной выработки под любым углом к горизонту для извлечения нефти и газа без доступа внутрь неё человека. Следует рассмотреть основные характерные элементы скважины (рис. 1).

**Устье** – начало скважины, находящееся вблизи поверхности земли.

**Ствол** – основная часть скважины, располагающаяся от поверхности земли до нижней границы пласта для *совершенной* скважины, т.е. скважины, которая пробурена по всей мощности эксплуатационного пласта; не обсажена трубами в пределах эксплуатационного пласта.

**Забой** – окончание скважины, дно ствола скважины, находящееся у нижней границы пласта в случае совершенной скважины. Давление на забое выше, чем давление на устье, но ниже, чем пластовое, чтобы могла поддерживаться добыча флюида. *Пластовое давление* – это показатель величины давления, созданного посредством воздействия пластовых флюидов и вымещенного на определенной породе минералов, горных пород и т.д.

**Фильтр** – участок скважины, примыкающий к нефтяной или газовой залежи. Именно здесь расположены перфорации для притока флюида. *Перфорация пласта* – операция, проводимая в скважине при помощи специальных стреляющих аппаратов (перфораторов) с целью создания в обсадной колонне отверстий, служащих для сообщения между скважиной и пластом-коллектором.

**Шурф** – вертикальная (реже наклонная) горная выработка небольшой глубины (20...30 м), предназначенная для опускания бурильных труб, а также поиска и разведки полезных ископаемых, инженерно-геологических и гидрогеологических исследований.

**Обсадная колонна** – специальные трубы, изолирующие слагающие ствол горные породы. Начало погружения всех колонн – с поверхности земли. Обсадные колонны делятся на:

1. **Направление** – первая колонна труб, глубина погружения которых составляет от 5 м до 40 м, предназначенная для закрепления приустьевой части (1 на рис. 1).
2. **Кондуктор** – вторая колонна труб, предназначенная для изоляции верхних несовместимых по условиям бурения разрезов и горизонтов. Глубина погружения – от 200 м до 2000 м (2 на рис. 1).
3. **Промежуточные колонны** – следующие колонны труб (может быть несколько), необходимые для изоляции последующих несовместимых по условиям бурения разрезов. Глубины погружения, в целом, идентичны кондуктору (3 на рис. 1).
4. **Эксплуатационная колонна** – последняя колонна обсадных труб, крепящая скважину (4 на рис. 1), глубина погружения обычно от 2000 м до 3000 м

Верхняя граница пласта называется **кровлей**, нижняя – **подошвой**.

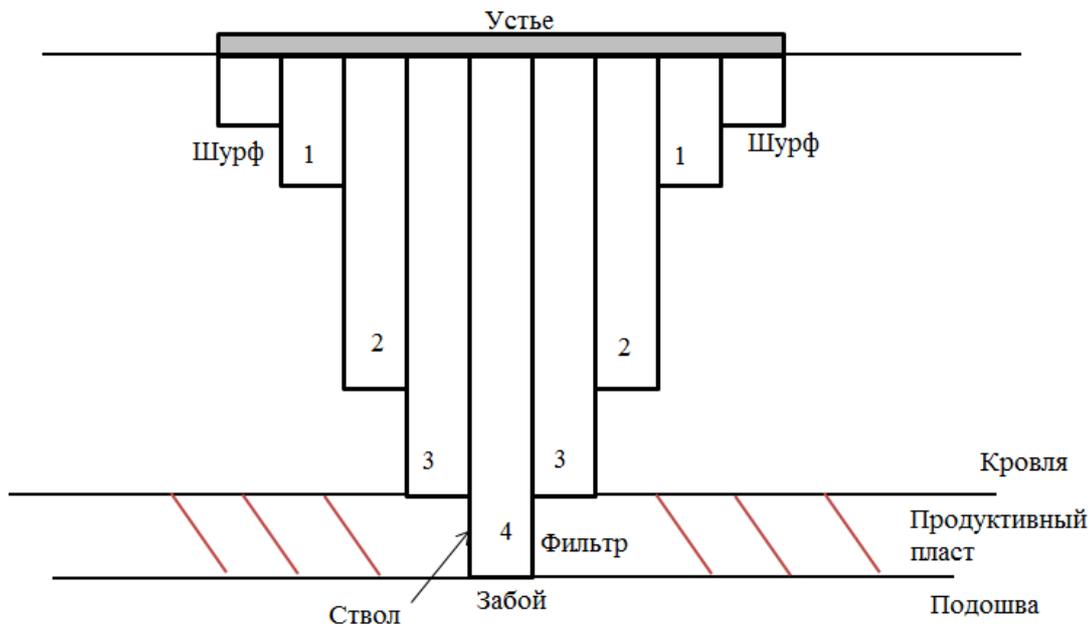


Рис. 1. Конструкция скважины.

## 2. Призабойная зона пласта и контур питания

При начале разработки нефтяного месторождения в пласте формируется несколько характерных зон, имеющих важное влияние на процесс фильтрации: призабойная зона пласта и контур питания.

**Призабойная зона пласта (ПЗП)** – зона вблизи забоя скважины, где фильтрационные свойства пласта существенно меняются в период бурения и эксплуатации скважины. Характеристики призабойной зоны существенно влияют на эффективность процесса добычи нефти. ПЗП – область наиболее узкого сечения потока при плоскорадиальной фильтрации, она подвержена воздействию раствора воды, цемента, парафиновых отложений и смол, образованию трещин и изменению напряжений [3], различным видам загрязнений и т. п. Как правило, в результате этих негативных явлений приток нефти и газа снижается, что характеризуется специальным коэффициентом – скин-фактором, являющимся в этом случае положительным, хотя существуют методы обработки ПЗП, позволяющие этот приток повысить (а скин-фактор – сделать отрицательным):

1. Кислотная обработка ПЗП – обработка и очистка призабойной зоны с помощью действия кислот. Скин-фактор снижается до  $-3$ . Для карбонатных коллекторов чаще всего используют растворы на основе соляной кислоты, для терригенных – смесь плавиковой и соляной.
2. Гидропескоструйная перфорация – закачка в пласт с высокой скоростью песчано-жидкостных струй при проведении перфорации. Эти струи разрушают преграды на пути фильтрации. За счёт этого скин-фактор снижается от  $-1$  до  $-2$ .
3. Виброобработка забоев скважин – формирование волн возмущения на забое в виде колебаний давления или гидравлических импульсов. Скин-фактор снижается только до  $-0,1 \dots -0,5$ .
4. Термообработка (тепловая обработка) ПЗП – нагрев призабойной зоны для увеличения подвижности парафинистых отложений. Скин-фактор снижается только до  $-1$ .
5. Гидравлический разрыв пласта (ГРП) – создание искусственных трещин в пласте (либо расширение естественных) с помощью высоких давлений, поддержание трещины в открытом состоянии осуществляется с помощью закачки специального агента – проппанта. ГРП позволяет существенно увеличить приток к скважине, скин-фактор снижается до  $-7$ .

Необходимо отметить, что чем меньше скин-фактор, тем больше приток к скважине, и чем больше скин-фактор, тем хуже фильтрационные свойства призабойной зоны пласта. Основные значения скин-фактора  $S$ :

- $S < 0$  – интенсификация притока;
- $S > 0$  – загрязнение ПЗП;
- $S \approx -7 \dots -10$  – нижний предел на настоящее время;
- $S \approx 1 \dots 2$  – умеренное загрязнение ПЗП;

- $S \approx 5$  – серьёзное загрязнение ПЗП;
- $S > 10$  – механические проблемы.

Скин-фактор влияет на распределение давления  $p$  с расстоянием  $r$  в пласте. Из-за положительного скин-фактора для поддержания того же самого дебита нефти нужно больше снижать давление, поэтому в скважине вместо давления в скважине  $p_w$  (или  $p_c$ ) оно будет меньше на величину изменения давления из-за скин-эффекта  $\Delta p_s$  и станет равно реальному давлению в скважине с учётом скин-эффекта  $p_{wf}$  (или  $p_{cn}$ ), причём на границе призабойной зоны давление начнёт падать быстрее, будет излом на графике (рис. 2), по которому можно определить радиус призабойной зоны пласта  $r_s$ . Величина изменения давления при этом определяется так:

$$\Delta p_s = p_w - p_{wf}. \quad (1)$$

При отрицательном скин-факторе, наоборот, при том же дебите нефти можно поддерживать большее давление в скважине ( $p_{wf}$  будет больше  $p_w$ ), поэтому изменение давления из-за скин-эффекта из (1) будет отрицательным (рис. 3). Это возможно благодаря повышению проницаемости в призабойной зоне с исходного значения проницаемости пласта  $k$  до проницаемости в призабойной зоне  $k_s$ . Радиус призабойной зоны пласта  $r_s$  снова можно определить по излому на графике. Здесь и далее  $r_w$  (или  $r_c$ ) – радиус скважины.

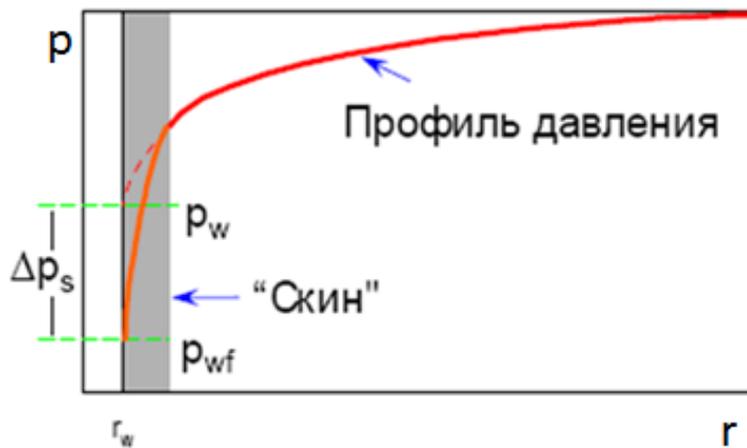


Рис. 2. Влияние положительного скин-фактора на распределение давления  $p$  вдоль расстояния  $r$  в пласте.

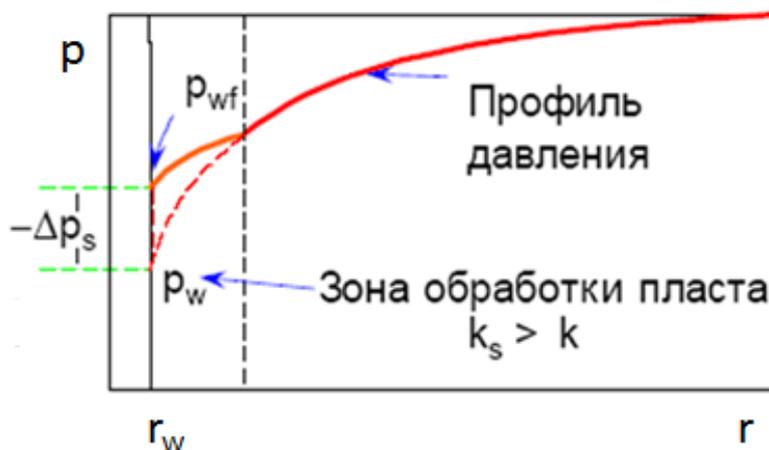


Рис. 3. Влияние отрицательного скин-фактора на распределение давления  $p$  вдоль расстояния  $r$  в пласте.

В случае отсутствия скин-эффекта радиус призабойной зоны определяют, опуская на ось расстояния  $r$  перпендикуляр из точки пересечения касательных к крайним точкам функции распределения давления [7].

Другим важным понятием является **контур питания** – место в пласте, где давление становится равно пластовому (и при движении далее по расстоянию не изменяется), ближе к скважине относительно контура питания давление постепенно становится меньше.

Стоит отметить, что всюду здесь рассматривается случай плоскорадиальной фильтрации, т.е. флюид течёт по радиусу, направленному от кругового контура питания к скважине в плоскости пласта. Течение одномерно. Скважина при этом является гидродинамически совершенной, если вскрывает пласт на всю мощность и не имеет особенностей по характеру вскрытия, у такой скважины скин-эффект отсутствует. В ином случае скважина несовершенна.

Несовершенные скважины делятся на:

1. Несовершенные скважины по степени вскрытия, которые вскрывают пласт не на всю мощность.
2. Несовершенные скважины по характеру вскрытия, вскрывшие пласт на всю мощность, но сообщающиеся с ним только через часть отверстий в силу каких-либо причин, загрязнений.
3. Несовершенные скважины по степени и характеру вскрытия.

Рассмотрим случай установившейся плоскорадиальной фильтрации несжимаемой жидкости к совершенной скважине в недеформируемом пласте.

Скорость фильтрации флюида  $v$  по определению равна:

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{2\pi r h}, \quad (2)$$

где  $Q$  – объёмный дебит флюида,  $F$  – площадь фильтрации, равная в плоскорадиальном случае боковой поверхности цилиндра некоторого радиуса  $r$  и высотой, равной мощности пласта  $h$ . По закону Дарси в однофазном случае по модулю скорость фильтрации

$$v = \frac{k dp}{\mu dr}, \quad (3)$$

где  $\mu$  – вязкость флюида,  $p$  – давление, зависящее только от радиальной координаты  $r$ . При использовании (2), (3) и граничных условий, что давление при  $r=R_k$  равно  $p_k$ , где  $R_k$  и  $p_k$  – радиус контура питания и давление на нём соответственно, а давление при  $r=r_c$  равно  $p_c$ ,

где  $r_c$  и  $p_c$  – радиус скважины и давление на её забое соответственно, можно получить **формулу Дюпюи**

$$Q = \frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}}. \quad (4)$$

Формула (4) позволяет найти дебит гидродинамически совершенной скважины при одномерной установившейся плоскорадиальной фильтрации несжимаемой жидкости в недеформируемом пористом пласте.

Для нахождения распределения давления в пласте при установившейся фильтрации можно использовать уравнение Лапласа:

$$\Delta p = 0, \quad (5)$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа.

#### **Вопросы для самопроверки:**

1. Каковы основные части конструкции нефтяной скважины?
2. Что такое кровля и подошва пласта?
3. Что такое призабойная зона пласта?
4. Для чего применяется обработка призабойной зоны пласта?
5. Для обработки ПЗП каких коллекторов применяются растворы на основе соляной кислоты?
6. Какой метод обработки ПЗП позволяет наиболее существенно снизить скин-фактор?
7. Как называется скважина, если для неё скин-фактор равен 0?
8. Объясните влияние различных скин-факторов на распределение давления в пласте.
9. Что такое контур питания?
10. Какие величины связывает между собой формула Дюпюи?

### 3. Практические задачи

**Пример 1.** По графику распределения давления в пласте при некотором значении дебита определить радиус призабойной зоны. Положителен или отрицателен скин-фактор?

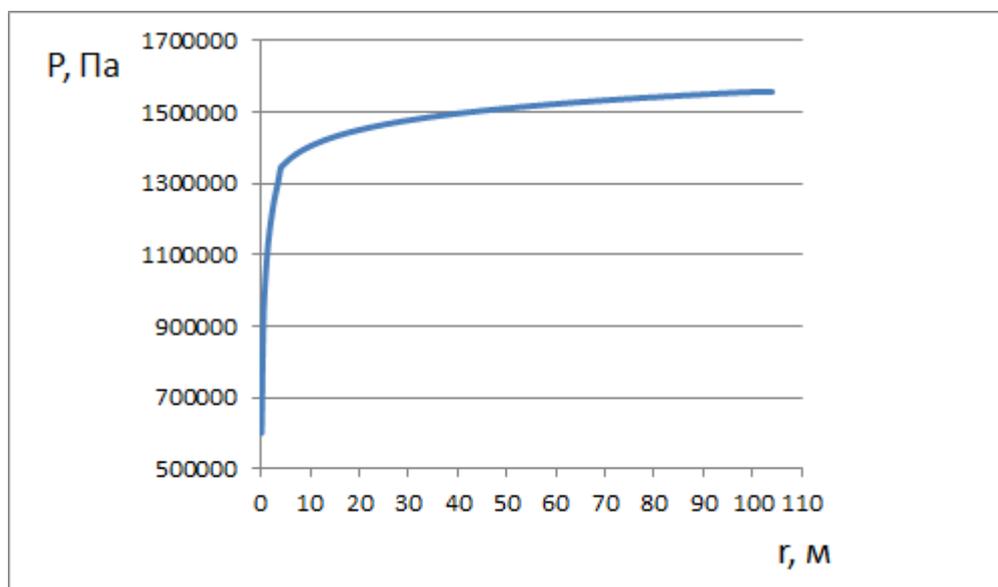


Рис. 4. Распределение давления в пласте.

**Решение.** На границе ПЗП будет наблюдаться излом на графике давления в силу изменения фильтрационных свойств в призабойной зоне относительно остальной части пласта. Тогда из рис. 4 радиус ПЗП  $r_s \approx 4$  м. Поскольку для того же самого значения дебита приходится больше снижать давление в скважине, то скин-фактор положителен:  $S > 0$ .

Ответ:  $r_s \approx 4$  м,  $S > 0$ .

**Пример 2.** По графику распределения давления в пласте при некотором значении дебита (рис. 4) определить радиус контура питания и давление на нём.

**Решение.** Поскольку контур питания – место, где давление становится равно пластовому и при движении далее вдоль радиальной координаты с её увеличением не изменяется, то из рис. 4  $R_k \approx 100$  м,  $p_k \approx 1,55$  МПа.

Ответ:  $R_k \approx 100$  м,  $p_k \approx 1,55$  МПа.

### Задачи:

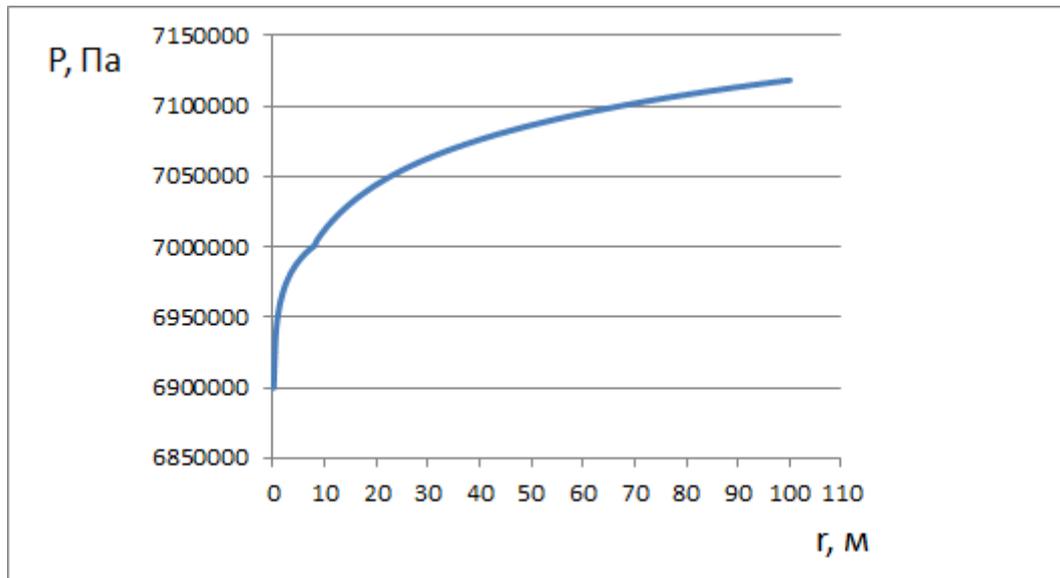
1. Из (2), (3) и граничных условий, что давление при  $r=R_k$  равно  $p_k$ , где  $R_k$  и  $p_k$  – радиус контура питания и давление на нём соответственно, а давление при  $r=r_c$  равно  $p_c$ , где  $r_c$  и  $p_c$  – радиус скважины и давление на её забое соответственно, вывести формулу Дюпюи (4).
2. Получить распределение давления в пласте в плоскорадиальном случае при установившейся фильтрации из уравнения Лапласа (5) при граничных условиях из задачи 1. Переписать эту формулу, если:  
А) Известно только давление на контуре питания и радиус на нём, а также дебит  $Q$ , вязкость флюида  $\mu$ , проницаемость  $k$  и мощность  $h$  пласта.  
Б) Известно только давление на забое скважины и её радиус, а также дебит  $Q$ , вязкость флюида  $\mu$ , проницаемость  $k$  и мощность  $h$  пласта.

Ответы: 
$$p(r) = p_k - \frac{(p_k - p_c)}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r};$$

А) 
$$p(r) = p_k - \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_k}{r};$$

Б) 
$$p(r) = p_c + \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{r}{r_c}.$$

3. По графику распределения давления в пласте при некотором значении дебита определить радиус призабойной зоны. Положителен или отрицателен скин-фактор?



Ответ:  $r_s \approx 10$  м,  $S < 0$ .

4. Определить размеры призабойной зоны пласта, если радиус скважины 0,1 м, радиус контура питания 100 м, массовый дебит нефти 10 т/сут., плотность нефти 800 кг/м<sup>3</sup>, вязкость нефти 15 сП, проницаемость пласта 1 Д, его мощность 15 м, проницаемость в ПЗП 500 мД, давление на забое скважины без учёта скин-эффекта 6,9 МПа, с его учётом составит 6,8 МПа.

Ответ:  $r_s \approx 8$  м.

5. В пласте мощностью 10 м и проницаемостью 1 Д имеется нефть с вязкостью 5 сП. В пласт пробурена вертикальная скважина с радиусом 0,1 м, объёмный расход нефти  $7 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ , давление на забое составляет 30 атм. Чему равны радиус контура питания и давление на нём?

Ответ:  $R_k \approx 1000$  м,  $p_k \approx 3,52$  МПа.

6. Совершенная скважина радиусом 0,1 м вскрывает пласт мощностью 20 м и проницаемостью 70 мД. Пластовая нефть имеет вязкость 3 мПа·с. Давление на забое составляет 12 атм, фильтрация происходит одномерно плоскорадиально и является установившейся, жидкость несжимаема, расстояние до контура

питания 100 м, дебит нефти 100 см<sup>3</sup>/с. Найти давление на контуре питания.

Ответ:  $p_k \approx 1,44$  МПа.

# ГЛАВА 1. СКИН-ФАКТОР

## 1.1. Концепция скин-фактора

Выше уже отмечалось влияние скин-фактора на распределение давления в пласте. Из формулы распределения давления, выведенной из уравнения Лапласа (5) с учётом формулы Дюпюи (4), можно получить зависимость дебита нефти от депрессии с учётом изменения проницаемости в кольцевой призабойной зоне пласта (рис. 1.1):

$$Q = \frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu \left( \ln \frac{R_k}{r_c} + \ln \frac{r_s}{r_c} \left( \frac{k}{k_s} - 1 \right) \right)}. \quad (1.1)$$

Тогда можно ввести определение скин-фактора так:

$$S = \left( \frac{k}{k_s} - 1 \right) \ln \frac{r_s}{r_c}, \quad (1.2)$$

что учитывает снижение дебита нефти при той же самой депрессии, но положительном скин-факторе (и увеличение дебита нефти при отрицательном  $S$ ). Формула (1.2) носит название **формулы Хоукинса** – учёного, который впервые её предложил. С учётом (1.2) выражение (1.1) примет вид:

$$Q = \frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu \left( \ln \frac{R_k}{r_c} + S \right)} \quad (1.3)$$

и также может быть названо формулой Дюпюи. При учёте объёмного коэффициента нефти  $B$ , равному отношению объёма нефти в пластовых условиях к объёму нефти в стандартных условиях, выражение (1.3) переписется так:

$$Q = \frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu B \left( \ln \frac{R_k}{r_c} + S \right)}. \quad (1.4)$$

Таким образом, эти выражения (1.3) и (1.4) учитывают концепцию скин-фактора как дополнительного фильтрационного сопротивления в ПЗП [11].

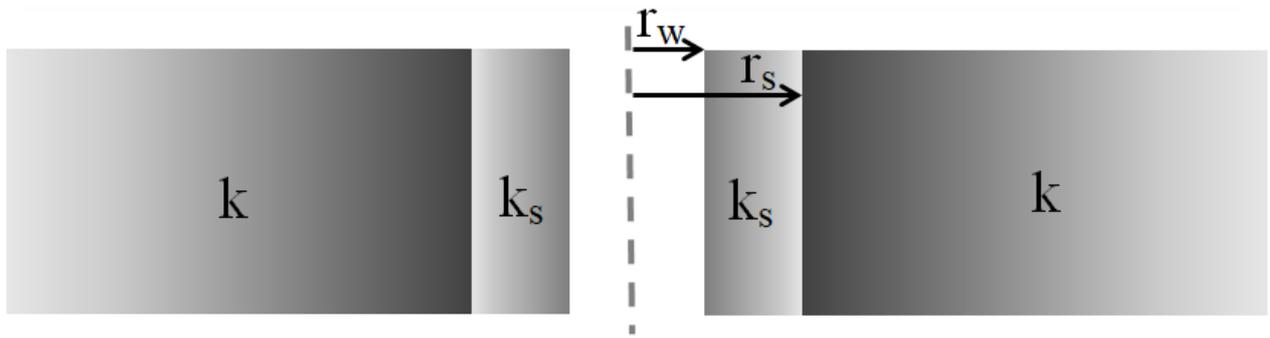


Рис. 1.1. Изменение проницаемости в ПЗП [11].

Поскольку скин-фактор является дополнительным фильтрационным сопротивлением, то при рассмотрении только ПЗП и перепада давления в ней  $\Delta p_s$  из (1.3) по концепции Ван Эвердингена и Хёрста можно записать выражение (без учёта  $B$ )

$$Q = \frac{2\pi kh\Delta p_s}{\mu S}, \quad (1.5)$$

откуда можно найти скин-фактор (для однородного по проницаемости пласта):

$$S = \frac{2\pi kh\Delta p_s}{Q\mu}. \quad (1.6)$$

## 1.2. Факторы, влияющие на скин-эффект

Необходимо рассмотреть различные факторы, влияющие на скин-эффект и соответствующие способы его определения, поскольку значение этого параметра важно для правильной оценки дебита скважины.

Во-первых, влиять может повреждение породы или загрязнение ПЗП. Скин-фактор вследствие повреждения породы или загрязнения ПЗП  $S_d$ , изначально положительный из-за ухудшения фильтрационных свойств, может быть только снижен до 0 методами обработки ПЗП, за исключением гидравлического разрыва пласта, снижающего и этот скин-

фактор меньше 0 за счёт создания искусственных трещин, которые возникают из-за превышения давления разрыва пласта и поддерживаются с помощью закачанного в них после разрыва проппанта. Он представляет из себя шарообразные гранулы некоторого материала, изначально – песка, в дальнейшем с развитием технологии ГРП в качестве проппанта стали использовать материалы на основе стекла (наиболее успешно), железа, оксида алюминия, бокситов, полимеров, причём последние постепенно находят всё более широкое применение. Подробно теория ГРП рассматривается с точки зрения геомеханики в силу важности напряжений, но в настоящем пособии наибольший интерес представляет расчёт соответствующего скин-фактора. Вообще говоря, вклад ГРП в скин-эффект может быть учтён в скин-факторе, возникающем вследствие обработки призабойной зоны пласта  $S_s$ , учитывающем все проведённые работы. Поскольку они приводят к увеличению притока, этот скин-фактор отрицателен. Если из методов обработки призабойной зоны производится только ГРП, то можно получить формулу Пратса для соответствующего скин-фактора. По теории этого автора скважина после ГРП будет вести как скважина с некоторым эффективным радиусом [11], равным

$$r_{сэфф} = \frac{X_f}{2}, \quad (1.7)$$

где  $X_f$  – полудлина трещины. Тогда формула Дюпюи (4) примет вид

$$Q = \frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_{сэфф}}}. \quad (1.8)$$

Приведём (1.8) к виду с учётом скин-фактора (1.3). Для этого следует прибавить и отнять в знаменателе  $\ln \frac{r_{сэфф}}{r_c}$ . Тогда с учётом свойств логарифма можно получить

$$Q = \frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu \left( \ln \frac{R_k}{r_c} - \ln \frac{r_{сэфф}}{r_c} \right)}. \quad (1.9)$$

Сравнивая (1.9) с выражением (1.3), можем записать скин-фактор после ГРП так:

$$S_s = -\ln \frac{r_{сэфф}}{r_c}. \quad (1.10)$$

Если неизвестен эффективный радиус скважины, но известен скин-фактор после ГРП, то этот радиус может быть найден из (1.10):

$$r_{сэфф} = r_c e^{-S_s}. \quad (1.11)$$

Неудачная перфорация также может привести к появлению скин-фактора из-за перфорации  $S_p$ , который положителен из-за ухудшения фильтрации.

Если скважина вскрывает пласт не на всю его мощность  $h$ , а только на мощность вскрытия (или интервал перфорации, если скважина просто перфорирована частично)  $h_p$  (рис. 1.2), то появляется скин-фактор из-за несовершенства вскрытия  $S_{pp}$ . Фильтрационные свойства при этом ухудшаются, жидкость меняет направление течения, как показано на рис. 1.2,  $S_{pp} > 0$ . Пусть относительное вскрытие пласта (коэффициент вскрытия пласта)  $b$

$$b = \frac{h_p}{h}, \quad (1.12)$$

а также имеется анизотропия пласта: проницаемость вдоль радиальной координаты (по горизонтали)  $k_r$  не равна проницаемости по вертикали  $k_z$ . Тогда коэффициент учёта мощности и анизотропии пласта по теории Бронса и Мартина

$$h_d = \left( \frac{k_r}{k_z} \right)^{0,5} \frac{h}{r_c}, \quad (1.13)$$

а скин-фактор из-за несовершенства вскрытия

$$S_{pp} = \left( \frac{1}{b} - 1 \right) (\ln h_d - G(b)), \quad (1.14)$$

где функция относительного вскрытия пласта

$$G(b) = 2,948 - 7,363b + 11,45b^2 - 4,647b^3. \quad (1.15)$$

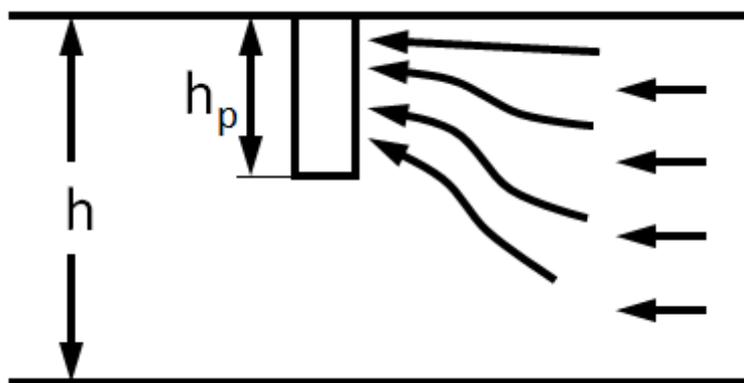


Рис. 1.2. Частичное проникновение скважины в пласт.

Ещё один возможный положительный скин-фактор  $S_t$  учитывает турбулентные потоки или скин-эффект из-за неправильных темпов отбора, что также может снижать приток.

С другой стороны, существует ещё один метод улучшения фильтрационных свойств, кроме обработки ПЗП – использование наклонно-направленных скважин, позволяющих получить отрицательный скин-фактор вследствие наклона скважины  $S_o$ . Если скважина вскрывает пласт мощностью  $h$  под углом  $\alpha$  (рис. 1.3), то по формуле Кинко, Миллера и Раменя

$$S_o = -\left(\frac{\alpha}{41}\right)^{2,06} - \left(\frac{\alpha}{56}\right)^{1,865} \lg \frac{h}{100r_c}, 0^\circ < \alpha < 75^\circ, \frac{h}{r_c} > 40, \quad (1.16)$$

где угол должен подставляться в градусах.

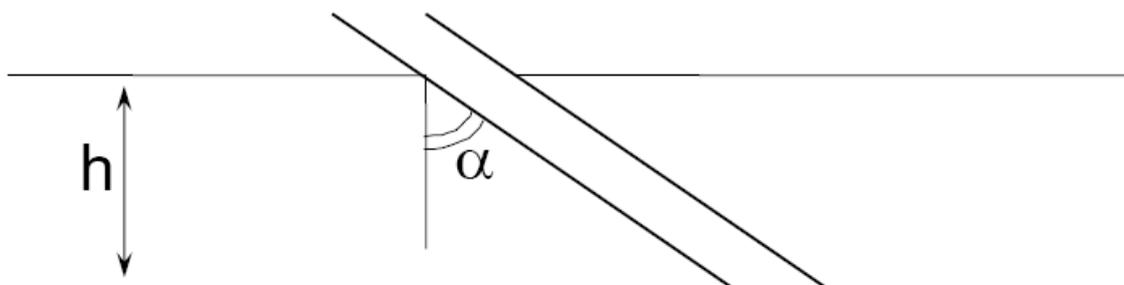


Рис. 1.3. Наклонно-направленная скважина.

В итоге, суммарный скин-фактор, учитывающий все вышеперечисленные эффекты, равен

$$S = S_d + S_p + S_{pp} + S_t + S_o + S_s. \quad (1.17)$$

### 1.3. Соляно-кислотная обработка

Получить отрицательный скин-фактор, помимо ГРП, можно с помощью обработки призабойной зоны пласта (ОПЗП или ОПЗ).

Один из наиболее часто используемых видов ОПЗ – **кислотная обработка**, приводящая к её очистке и улучшению фильтрационных свойств за счёт расширения трещин. Для карбонатных коллекторов, состоящих из кальцита, доломита и других солей угольной кислоты чаще всего применяется соляная кислота, хотя допускается применение сульфаминовой и уксусной кислот. Карбонатные коллекторы, не содержащие осадкообразующих включений, обрабатывают 10-16% водным раствором соляной кислоты. Для терригенных коллекторов используются растворы на основе смеси плавиковой и соляной кислот.

Наиболее часто используемый способ – соляно-кислотная обработка, когда используются растворы соответствующей кислоты HCl. Этот метод до сих пор является наиболее успешным процессом обработки скважин из карбонатных коллекторов, не приводя к их разрушению, в отличие от других кислот, например, плавиковой [6].

Механизм воздействия соляной кислоты различен в зависимости от вида течения. Основных видов течения, выделенных Маскетом [6], два: равномерные трещины и большие поры, течение радиально и промежуточное между линейным и радиальным течение при наличии ограниченного количества развитых трещин, когда течение идёт по ширине от известняка; хотя встречаются и промежуточные типы. В первом случае кислота, промывая и расширяя трещины, просто

увеличивает проницаемость в кольцевой призабойной зоне, объём которой составляет порядка 20% от объёма закачанной кислоты. Во втором случае соляная кислота проникает на значительное расстояние в известняк по трещинам, расширяя их, что повышает эффективную проницаемость на этом расстоянии. За счёт расширения трещин скин-фактор предельно снижается до  $-3$ .

В таком случае для высокотрещиноватых известняков при ламинарном течении реальную трещину с шириной  $w$  можно рассматривать в качестве линейного канала равной ширины, что приводит к выражению для транспортирующей производительности такого канала на единицу перепада давления при ламинарном течении [6]

$$q = \frac{w^3}{12\mu}, \quad (1.18)$$

а эквивалентная (эффективная) проницаемость

$$k_э = \frac{w^2}{12}. \quad (1.19)$$

Эти формулы были выведены Ламбом из теории ламинарного течения, о чём можно прочитать в книге Маскета [6]. Рассмотрение этой теории не входит в задачи настоящего пособия в силу объёмности выводов.

Кроме того, скин-фактор, из-за соляно-кислотной обработки, входящий в формулу (1.3), может быть вычислен по эмпирической формуле Даккорда-Ленорманда

$$S = -\frac{1}{d} \ln \left( 1 + \frac{A_c N_{pc}^{-\frac{1}{3}} c V}{\pi m h^3} \left( \frac{h}{r_c} \right)^d \right), \quad (1.20)$$

где  $d$  – фрактальная размерность (для известняков 1,6, для доломитов 2),  $A_c$  – кислотное число,  $N_{pc}$  – число Пекле, равное  $N_{pc} = \frac{q_з}{D} h$ , где  $q_з$  – скорость закачки кислоты, измеряемая в м/с,  $D$  – коэффициент

диффузии,  $c$  – характерный безразмерный коэффициент,  $m$  – пористость пласта,  $V$  – объём закачанной кислоты.

#### **1.4. Обработки призабойных зон скважин, снижающие скин-фактор**

Одним из способов борьбы с заиленностью (забитость песком) скважин является **гидропескоструйная перфорация** – закачка в пласт с высокой скоростью песчано-жидкостных струй при проведении перфорации. Это приводит к очистке призабойной зоны под напором струй, улучшению фильтрационных свойств в силу уничтожения преград, небольшого расширения каналов, что снижает скин-фактор от  $-1$  до  $-2$ . Однако наиболее часто гидропескоструйную перфорацию применяют в комплексе с другими методами ОПЗ для их интенсификации.

Разрушение преград при гидропескоструйной перфорации осуществляется с помощью закачки абразивных песчано-жидкостных струй, которые выпрыскиваются с высокой скоростью из насадок специального устройства – гидропескоструйного перфоратора, которые опускается до пластовых глубин. Нередко гидропескоструйную перфорацию применяют и при использовании разведочных скважин для вскрытия пластов.

Распространённым способом ОПЗ является **виброобработка**. Её суть – создание волн возмущения в среде в виде гидравлических импульсов или колебаний давления с высокой частотой или амплитудой. Эти волны возмущения создаются на забое скважины с помощью специального устройства – вибратора. Воздействие вибрации проявляется в изменении механических свойств коллектора, что приводит к расширению старых трещин и даже образованию некоторого количества новых (впрочем, несопоставимых по масштабу с ГРП), так и в изменении капиллярных и других свойств жидкости, что помогает в

очистке призабойной зоны пласта. Однако скин-фактор снижается только до  $-0,1 \dots -0,5$  в силу незначительного воздействия вибрации.

Ещё одним способом ОПЗ является **термообработка** (тепловая обработка скважин) – метод увеличения притока, основанный на искусственном увеличении температуры в стволе скважины и призабойной зоне пласта. Основное применение тепловая обработка находит при наличии вязких и парафинистых нефтей в призабойной зоне, приводя к разжижению первых и расплавлению парафина, а также смол.

Прогрев осуществляют закачкой в пласт теплоносителя – нефти, керосина, воды, пара, дизельного топлива, а также с помощью электронагревателей и некоторых других более редких способов. Чаще всего используются вода и пар, поскольку нежелательно тратить нефтепродукты для добычи нефти.

Отрицательный скин-фактор достигается только за счёт более интенсивного снижения вязкости, чем в исходном случае, а также расплавления парафинов и смол, причём достигаются значения только до  $-1$ .

Расчёты термообработки ведут либо с использованием теплофизических концепций, что изучают отдельные дисциплины, либо на основе промысловых данных, главным образом, отношений дебитов.

Стоит отметить, что чаще вместо тепловой обработки ПЗП используют тепловые методы увеличения нефтеотдачи, которые воздействуют на весь пласт в целом. Некоторые из этих методов будут рассмотрены в последующих главах.

#### **Вопросы для самопроверки:**

1. Для чего используется формула Хоукинса?
2. Как учесть скин-фактор в формуле Дюпюи?
3. Как найти скин-фактор по концепции Ван Эвердингена и Хёрста?
4. Какие факторы влияют на скин-эффект?

5. Что можно использовать в качестве проппанта?
6. Что такое эффективный радиус скважины?
7. Как зависит скин-фактор после ГРП от эффективного радиуса скважины?
8. Что такое коэффициент вскрытия пласта?
9. Что такое анизотропия пласта?
10. Каким ещё методом, кроме обработки ПЗП, можно получить отрицательный скин-фактор?
11. Чем обрабатывают карбонатные коллекторы, не содержащие осадкообразующих включений?
12. Какие виды течения выделил Маскет при описании соляно-кислотной обработки?
13. За счёт чего возможно снижение скин-фактора до  $-3$  при соляно-кислотной обработке?
14. В чём суть виброобработки?
15. Для чего применяется термообработка и в чём её отличие от тепловых методов увеличения нефтеотдачи?

### 1.5. Практические задачи

**Пример 1.1.** В пласте проницаемостью  $0,5$  Д имеется скважина радиусом  $0,1$  м с призабойной зоной  $50$  см, в которой проницаемость составляет  $200$  мД. Чему равен скин-фактор?

**Решение.** По формуле Хоукинса (1.2):

$$S = \left( \frac{k}{k_s} - 1 \right) \ln \frac{r_s}{r_c} = \left( \frac{0,5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2}{0,2 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2} - 1 \right) \ln \frac{0,5 \text{ м}}{0,1 \text{ м}} \approx 2,41.$$

Ответ:  $S \approx 2,41$ .

**Пример 1.2.** Несовершенная скважина радиусом  $0,1$  м вскрывает пласт мощностью  $20$  м только на  $10$  м, причём проницаемость по

вертикали составляет 0,5 Д, а по горизонтали 1 Д. Чему равен скин-фактор?

**Решение.** Следует использовать формулу (1.14). Относительное вскрытие пласта по формуле (1.12)

$$b = \frac{h_p}{h} = \frac{10 \text{ м}}{20 \text{ м}} = 0,5.$$

Коэффициент учёта мощности и анизотропии пласта найдём из (1.13)

$$h_d = \left(\frac{k_r}{k_z}\right)^{0,5} \frac{h}{r_c} = \left(\frac{1 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2}{0,5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2}\right)^{0,5} \frac{20 \text{ м}}{0,1 \text{ м}} \approx 283.$$

Функция относительного вскрытия из (1.15)

$$G(b) = 2,948 - 7,363b + 11,45b^2 - 4,647b^3,$$

$$G(b) = 2,948 - 7,363 \cdot 0,5 + 11,45 \cdot 0,5^2 - 4,647 \cdot 0,5^3 \approx 1,55.$$

Тогда из (1.14) скин-фактор

$$S = S_{pp} = \left(\frac{1}{b} - 1\right) (\ln h_d - G(b)) = \left(\frac{1}{0,5} - 1\right) (\ln(283) - 1,55) \approx 4,10.$$

Ответ:  $S \approx 4,10$ .

**Пример 1.3.** Средняя ширина трещины в известняке 231 мкм, вязкость нефти составляет 5 сП. Производится соляно-кислотная обработка. Чему равна транспортирующая производительность трещины на единицу перепада давления при ламинарном течении?

**Решение.** Искомая транспортирующая производительность может быть найдена по формуле (1.18):

$$q = \frac{w^3}{12\mu} = \frac{(2,31 \cdot 10^{-4} \text{ м})^3}{12 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}} \approx 2,05 \cdot 10^{-10} \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}}.$$

Ответ:  $q \approx 2,05 \cdot 10^{-10} \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}}$ .

**Задачи:**

1.1. Получить формулу Хоукинса.

Указание: предварительно получить формулу (1.1).

1.2. Найти дебит нефти вязкостью 5 сП, если проницаемость пласта 25 мД, его мощность 35 м, давление на контуре питания 10 МПа, его радиус 200 м, в призабойной зоне пласта радиусом 2 м проницаемость составляет 12 мД, диаметр скважины 20 см, давление на забое 3 МПа.

Ответ:  $Q \approx 7,09 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ .

1.3. Дебит нефтяной скважины составляет  $10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ , вязкость нефти 15 сП. Мощность пласта 20 м, проницаемость 0,5 Д. Если в призабойной зоне пласта перепад давления 2 атм, то чему равен скин-фактор?

Ответ:  $S \approx 8,37$ .

1.4. Несовершенная скважина радиусом 0,1 м вскрывает пласт мощностью 20 м только на 15 м, причём проницаемость по вертикали составляет 0,5 Д, а по горизонтали 0,7 Д. Чему равен скин-фактор?

Ответ:  $S \approx 1,19$ .

1.5. Некоторая скважина радиусом 0,1 м вскрыла пласт без анизотропии мощностью 30 м лишь на 20 м под углом  $55^\circ$ . На скважине был проведён удачный ГРП, в результате средняя длина получившихся трещин составляет 30 м. Найти суммарный скин-фактор для этой скважины.

Ответ:  $S \approx -4,63$ .

1.6. Призабойная зона пласта является сложной и неоднородной, скин-фактор в результате повреждения породы равен 7, неудачная перфорация привела к появлению скин-фактора 1,1, а турбулентные потоки вызвали скин-фактор 1,02. Соответствующая скважина радиусом 10 см вскрыла под углом  $60^\circ$  пласт мощностью 30 м лишь на 20 м. Проницаемость пласта по горизонтали 2 Д, по вертикали 1,5

Д. Контур питания находится на расстоянии 100 м. Если оценочная средняя длина каждой трещины после ГРП составит 20 м, то во сколько раз дебит после ГРП будет больше дебита до его проведения? Остальные параметры неизменны.

Ответ: В 1,34 раза.

- 1.7. При соляно-кислотной обработке призабойной зоны некоторого пласта средняя ширина трещин составляет  $3 \cdot 10^{-5}$  м. Вязкость нефти в этом пласте 2 мПа·с, течение является ламинарным. Чему равна транспортирующая производительность трещины на единицу перепада давления? Ответ выразить в  $\frac{\text{см}^3}{\text{сП}}$ . Чему также равна эффективная проницаемость, выраженная в дарси?

Ответ:  $q \approx 1,13 \cdot 10^{-9} \frac{\text{см}^3}{\text{сП}}$ ,  $k_{\text{э}}=75$  Д.

## ГЛАВА 2. УРАВНЕНИЕ ЛАПЛАСА ДЛЯ ПОТЕНЦИАЛА ТЕЧЕНИЯ

### 2.1. Потенциал течения. Уравнение Лапласа для потенциала течения

Для оценки фильтрационных потоков удобно использовать уравнение Лапласа, записанное через **потенциал течения**, который определяется при давлении  $p$  с точностью до константы  $const$ :

$$\Phi = \frac{k}{\mu} p + const. \quad (2.1)$$

Для потенциала течения, как и для давления, справедливо **уравнение Лапласа**, которое в цилиндрических координатах  $(r, \varphi, z)$  (ось  $z$  направлена вверх, ось  $r$  – от радиуса скважины) записывается следующим образом:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0. \quad (2.2)$$

Решение (2.2) не зависит от полярного угла  $\varphi$ . Перед решением (2.2) необходимо записать граничные условия. Условия непроницаемости кровли ( $z=h$ ) и подошвы ( $z=0$ ) (отсутствие потока потенциала):

$$z = 0, z = h, r_c \leq r \leq R_k, \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad (2.3)$$

поскольку радиальная координата  $r$  меняется от радиуса скважины до радиуса контура питания – границ рассматриваемой области. На контуре питания потенциал течения будет равен некоторому значению  $\Phi_k$ :

$$r = R_k, 0 \leq z \leq h, \Phi = \Phi_k. \quad (2.4)$$

На стенке скважины задан переменный расход  $q(z)$  на единицу длины вдоль оси скважины [14]:

$$r = r_c, 0 \leq z \leq h, \left( 2\pi r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_c} = q(z). \quad (2.5)$$

Уравнение (2.2) содержит 2 производные второго порядка относительно координат, поэтому было задано 4 граничных условия. Уравнение (2.2) стационарное и не требует задания начальных условий.

Решение уравнения (2.2) с граничными условиями (2.3) – (2.5) ведётся с помощью математической физики при использовании метода разделения переменных. Оно подробно описано в книге Чарного [14], однако проще на практике решать это уравнение численно.

## 2.2. Конечно-разностная схема для решения уравнения Лапласа

Для численного решения уравнения Лапласа (2.2) может быть использована конечно-разностная схема (не являющаяся явной или неявной, поскольку уравнение Лапласа стационарное и вообще не содержит зависимости от времени) с аппроксимацией производных по методу Эйлера:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{\Phi_{i+1}^n - \Phi_i^n}{\Delta r}, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\Phi_{i+1}^n - \Phi_i^n}{\Delta r} \right) = \frac{\frac{\Phi_{i+1}^n - \Phi_i^n}{\Delta r} - \frac{\Phi_i^n - \Phi_{i-1}^n}{\Delta r}}{\Delta r} = \frac{\Phi_{i+1}^n - 2\Phi_i^n + \Phi_{i-1}^n}{(\Delta r)^2}, \quad (2.7)$$

аналогично

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\Phi_i^{n+1} - \Phi_i^n}{\Delta z} \right) = \frac{\Phi_i^{n+1} - 2\Phi_i^n + \Phi_i^{n-1}}{(\Delta z)^2}, \quad (2.8)$$

где введена двумерная численная сетка с шагом  $\Delta r$  вдоль радиальной координаты и шагом  $\Delta z$  вдоль вертикальной координаты,  $i$  – номер расчётного узла вдоль радиальной координаты,  $n$  – номер расчётного узла вдоль вертикальной координаты.

После подстановки (2.6) – (2.8) в (2.2) с учётом радиальной координаты  $i$ -го расчётного узла можно получить итоговое выражение

конечно-разностной схемы для уравнения Лапласа с аппроксимацией производных по методу Эйлера:

$$\frac{\Phi_{i+1}^n - 2\Phi_i^n + \Phi_{i-1}^n}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r_i} \frac{\Phi_{i+1}^n - \Phi_i^n}{\Delta r} + \frac{\Phi_i^{n+1} - 2\Phi_i^n + \Phi_i^{n-1}}{(\Delta z)^2} = 0. \quad (2.9)$$

Фактически в этой аппроксимации от производных (бесконечно малых приращений) произведён переход к конечным разностям, что, конечно, вносит некоторую ошибку. Поэтому необходимо проверять **порядок аппроксимации численной схемы** – ошибку, вносимую при переходе от дифференциальных уравнений к алгебраическим.

Для первой производной по радиальной координате следует разложить значение функции  $\Phi$  в следующем расчётном узле в ряд Тейлора в окрестности точки  $i$ :

$$\Phi_{i+1}^n = \Phi_i^n + \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Delta r + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} (\Delta r)^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial r^3} (\Delta r)^3 + \dots$$

Получим в левой части выражение, аналогичное (2.6):

$$\frac{\Phi_{i+1}^n - \Phi_i^n}{\Delta r} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \Delta r + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial r^3} (\Delta r)^2 + \dots$$

В силу малости шага  $(\Delta r)^2 \ll \Delta r$ , поэтому третьим и всеми последующими членами ряда можно пренебречь, что приводит к выражению

$$\frac{\Phi_{i+1}^n - \Phi_i^n}{\Delta r} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} + o(\Delta r), \quad (2.10)$$

где  $o(\Delta r)$  – бесконечно малая величина порядка  $\Delta r$ .

Выражение (2.10) означает первый порядок аппроксимации первой производной по радиальной координате.

Для второй производной по радиальной координате следует разложить в ряд Тейлора значения функции в соседних к текущему узлах в окрестности этого узла  $i$ :

$$\Phi_{i+1}^n = \Phi_i^n + \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Delta r + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} (\Delta r)^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial r^3} (\Delta r)^3 + \frac{1}{4!} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial r^4} (\Delta r)^4 +$$

$$+ \frac{1}{5!} \frac{\partial^5 \Phi}{\partial r^5} (\Delta r)^5 + \frac{1}{6!} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial r^6} (\Delta r)^6 + \dots,$$

$$\Phi_{i-1}^n = \Phi_i^n - \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Delta r + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} (\Delta r)^2 - \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial r^3} (\Delta r)^3 + \frac{1}{4!} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial r^4} (\Delta r)^4 -$$

$$- \frac{1}{5!} \frac{\partial^5 \Phi}{\partial r^5} (\Delta r)^5 + \frac{1}{6!} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial r^6} (\Delta r)^6 - \dots,$$

после чего, при сложении этих выражений и переносе  $\Phi_i^n$  в левую часть, а также при делении на  $\Delta r^2$ , получим выражение в левой части, аналогичное формуле (2.7):

$$\frac{\Phi_{i+1}^n - 2\Phi_i^n + \Phi_{i-1}^n}{(\Delta r)^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{12} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial r^4} (\Delta r)^2 + \frac{1}{360} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial r^6} (\Delta r)^4 + \dots$$

В силу малости шага  $(\Delta r)^4 \ll (\Delta r)^2$ , поэтому третьим и всеми последующими членами ряда можно пренебречь, что приводит к выражению

$$\frac{\Phi_{i+1}^n - 2\Phi_i^n + \Phi_{i-1}^n}{(\Delta r)^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + o((\Delta r)^2), \quad (2.11)$$

что означает второй порядок аппроксимации второй производной по радиальной координате.

Аналогично для второй производной по вертикальной координате при замене  $r$  на  $z$  и разложении функции в ряд Тейлора в окрестности точки  $n$  можно получить выражение

$$\frac{\Phi_i^{n+1} - 2\Phi_i^n + \Phi_i^{n-1}}{(\Delta z)^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + o((\Delta z)^2), \quad (2.12)$$

что означает второй порядок аппроксимации второй производной по вертикальной координате.

Если известно распределение потенциала течения вдоль вертикальной координаты, то из уравнения (2.9) можно найти фильтрационный потенциал в следующем расчётном узле вдоль радиальной координаты

$$\Phi_{i+1}^n = \frac{\frac{2\Phi_i^n - \Phi_{i-1}^n}{(\Delta r)^2} + \frac{\Phi_i^n}{r_i \Delta r} - \frac{1}{(\Delta z)^2} (\Phi_i^{n+1} - 2\Phi_i^n + \Phi_i^{n-1})}{\frac{1}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r_i \Delta r}}. \quad (2.13)$$

Значения в предыдущих узлах либо посчитаны по выражению (2.13), либо находятся из граничных условий, которые будут рассмотрены ниже.

Уравнение (2.13) предъявляет требование к численной сетке. Она должна быть введена таким образом, чтобы узел  $(i-1)$  не выходил за границу скважины, в том числе при расчёте следующего узла при  $i=1$  с учётом граничных условий. Тогда гипотетическое выражение  $i=0$  должно соответствовать стенке скважины, а левая граница численной сетки  $i=1$  должна быть смещена на  $\Delta r$ .

Перед решением задачи следует ввести некоторые допущения:

1. Распределение давления вдоль вертикальной координаты гидростатическое.
2. Течение плоскорадиальное.
3. Константа в выражении для потенциала течения (2.1) равна 0 для упрощения расчётов, поскольку она не влияет на дифференциальные уравнения и разности потенциалов, а также при расчёте дебита по формуле Дюпюи.
4. Продукция безводна (добывается только нефть).

Из первого, второго и третьего допущений следует, что, согласно (2.1), потенциал течения на левой границе при учёте распределения давления для плоскорадиального течения при удалении от радиуса скважины (полученного в задаче 2 (Б) «Введения») изменяется по уравнению

$$\Phi_1^n = \frac{k}{\mu} \left( p_c - \rho g z + \frac{Q\mu}{2\pi k h} \ln \frac{r_1}{r_1 - \Delta r} \right), \forall n, \quad (2.14)$$

где  $\rho$  – плотность нефти (согласно четвёртому допущению),  $g$  – ускорение свободного падения. Выражение  $r-\Delta r$  учитывает, что скважина от левой границы смещена влево на  $\Delta r$ , причём тогда для левой границы

$r_1=r_c+\Delta r$ . Второе слагаемое (2.14) учитывает гидростатическое давление и тот факт, что ось  $z$  направлена вверх.

Гидростатическое распределение давления соответствует гидростатическому распределению потенциала течения, как следует из (2.1), причём в этом случае вторая производная  $\Phi$  по вертикальной координате равна нулю, поскольку гидростатическое распределение линейно. Этот факт заменяет оба граничных условия по вертикальной координате и приводит вместо (2.13) к итоговому выражению для потенциала течения в следующем расчётном узле

$$\Phi_{i+1}^n = \frac{\frac{2\Phi_i^n - \Phi_{i-1}^n}{(\Delta r)^2} + \frac{\Phi_i^n}{r_i \Delta r}}{\frac{1}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r_i \Delta r}}. \quad (2.15)$$

Распределение по  $z$  будет меняться при смене индекса  $n$  с учётом граничного условия (2.14).

Осталось записать последнее граничное условие по радиальной координате. В силу особенности схемы (2.15) имеет смысл рассматривать граничное условие, позволяющее найти потенциал в  $(i-1)$ -ом расчётном узле при  $i=1$ , соответствующем левой границе. Для этого следует использовать первое допущение и учесть тот факт, как был выше введён узел с номером  $i=1$ , а также то, что гипотетически  $i=0$  означает стенку скважины, где на забое давление будет равно  $p_c$ . Тогда при  $i=1$  выражение (2.15) с учётом (2.1) и третьего допущения примет вид

$$\Phi_2^n = \frac{\frac{2\Phi_1^n - \frac{k}{\mu}(p_c - \rho g z)}{(\Delta r)^2} + \frac{\Phi_1^n}{r_1 \Delta r}}{\frac{1}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r_1 \Delta r}}, \quad (2.16)$$

соответствующий последнему граничному условию по радиальной координате. Потенциал течения на левой границе может быть рассчитан из условия (2.14).

Расчёт по схеме (2.15) следует вести с  $i=1$  до того, пока  $i+1$  не станет равным правой границе.

Ошибка на каждом новом шаге должна быть меньше или равна ошибке на предыдущем. Поэтому необходимо проверять **устойчивость численной схемы** – условие не накопления ошибки. Для этого в рамках данной задачи будем использовать **метод Неймана с помощью норм**. (*норма числа* – обобщённое понятие длины вектора и модуля этого числа). В этом методе необходимо, чтобы сумма коэффициентов, стоящих перед всеми слагаемыми на предыдущих слоях (в правой части схемы (2.15)), была равна 1, чтобы коэффициент перехода не превосходил единицы. При этом коэффициенты в выражении (2.15) должны сохранять знак, чтобы переход был корректен и коэффициент перехода не изменился. Тогда возможен переход к нормам значений функции в расчётных узлах и ограничение значения на новом ( $(i+1)$ -ом) слое максимальным значением на  $i$ -ом слое в каком-либо расчётном узле (которое не превосходит модуля – нормы), а затем и на всех предыдущих слоях (поскольку коэффициент перехода не превосходит единицы, полученной выше). Из (2.15) при избавлении от индексов в правой части видно, что сумма коэффициентов равна 1, тогда перед переходом к нормам (модулям) необходимо сохранение знака коэффициентов, а так как шаг неотрицателен, то остаётся выполнить условие

$$\frac{\frac{2}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r_i \Delta r}}{\frac{1}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r_i \Delta r}} \geq 0. \quad (2.17)$$

Это условие позволяет коэффициентам в (2.15) сохранять знак. Из (2.17)

$$\frac{2r_i \Delta r + (\Delta r)^2}{r_i \Delta r + (\Delta r)^2} \geq 0, \quad (2.18)$$

тогда в силу положительности шага по радиальной координате в первом случае одновременно

$$2r_i + \Delta r \geq 0, \quad (2.19)$$

$$r_i + \Delta r > 0. \quad (2.20)$$

Отсюда одновременно

$$\Delta r \geq -2r_i, \quad (2.21)$$

$$\Delta r > -r_i. \quad (2.22)$$

Условие (2.22) строже в силу положительности радиальной координаты.

Во втором случае из (2.18) одновременно

$$2r_i + \Delta r \leq 0, \quad (2.23)$$

$$r_i + \Delta r < 0. \quad (2.24)$$

Отсюда одновременно

$$\Delta r \leq -2r_i, \quad (2.25)$$

$$\Delta r < -r_i. \quad (2.26)$$

В силу положительности радиальной координаты и шага по ней условия (2.25) и (2.26) не имеют физического смысла.

Заменим значение на  $(i+1)$ -ом слое на норму, а значения на  $i$ -ом и  $(i-1)$ -ом слое – на максимальное значение в каком-либо расчётном узле среди всех индексов  $n$  (в силу норм). Учитывая, что коэффициент перехода равен 1 (не превосходит 1 по модулю):

$$\|\Phi_{i+1}^n\| \leq \max_n \Phi_i^n \left( \frac{\frac{1}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r_i \Delta r}}{\frac{1}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r_i \Delta r}} \right) \leq \|\Phi_i^n\| \leq \dots \leq \|\Phi_1^n\|. \quad (2.27)$$

Выражение (2.27) показывает устойчивость конечно-разностной схемы для уравнения Лапласа (ошибка на новом слое точно не будет накапливаться), однако оно справедливо при выполнении условия (2.22), которое и является **условием устойчивости конечно-разностной схемы для уравнения Лапласа с аппроксимацией производных по методу Эйлера**. Однако, поскольку шаг и радиальная координата

являются неотрицательными, условие (2.22) выполняется всегда, и схема является **абсолютно устойчивой**.

Если сумма коэффициентов, стоящих перед всеми слагаемыми на предыдущих слоях, не равна 1, то возникает неоднозначность в условии устойчивости (отдельно находится условие из постоянства знаков коэффициентов перед слагаемыми на текущем слое и отдельно – из коэффициента перехода, не превосходящего единицы по модулю), что привело бы к некорректной интерпретации результатов.

Помимо вышеперечисленного, следует учитывать **сходимость (стремление) численного решения к аналитическому** при уменьшении шага численной сетки (то есть при приближении конечной разности к бесконечно малому приращению, фигурирующему в производной). Сходимость позволяет доверять результатам, полученным из численных расчётов.

Для проверки сходимости необходимо сначала получить некоторое упрощённое аналитическое решение уравнения Лапласа. За счёт второго допущения для нижнего слоя (соответствующего пласту с пробуренным забоем скважины) это решение соответствует потенциалу течения из (2.1) с распределением давления для плоскорадиального течения при удалении от радиуса скважины (полученного в задаче 2 (Б) «Введения») и нулевой константой с учётом третьего допущения:

$$\Phi = \frac{k}{\mu} p_c + \frac{Q}{2\pi h} \ln \frac{r}{r_c}. \quad (2.28)$$

При уменьшении шага вдоль радиальной координаты численное решение при  $n=1$  должно стремиться к аналитическому решению (2.28), что будет означать сходимость численного решения.

### **Вопросы для самопроверки:**

1. Что такое потенциал течения?
2. Как записывается уравнение Лапласа для потенциала течения?
3. Каковы граничные условия для уравнения Лапласа?

4. Как записать конечно-разностную схему для уравнения Лапласа?
5. Что такое порядок аппроксимации?
6. Каков порядок аппроксимации производных из уравнения Лапласа?
7. Каковы допущения для решения задачи о распределении потенциала с помощью численной схемы?
8. Что такое устойчивость численной схемы?
9. Каково условие устойчивости конечно-разностной схемы для уравнения Лапласа?
10. Что такое сходимость численного решения?

### **2.3. Практическая работа**

#### **Решение уравнения Лапласа для потенциала течения с помощью конечно-разностной схемы**

Найти численно с помощью конечно-разностной схемы решение уравнения Лапласа для потенциала течения, если по вертикали потенциал изменяется гидростатически, плотность нефти  $850 \text{ кг/м}^3$ , ускорение свободного падения  $9,81 \text{ м/с}^2$ , радиус скважины  $0,1 \text{ м}$ , шаг по радиусу, как и по вертикали,  $0,1 \text{ м}$ , мощность пласта  $30 \text{ м}$ , проницаемость  $0,5 \text{ Д}$ , вязкость нефти  $2 \text{ сП}$ , дебит  $0,01 \text{ м}^3/\text{с}$ , давление на забое  $100 \text{ атм}$ . В качестве решения получить график  $\Phi(r)$  вблизи подошвы пласта и  $\Phi(z)$  при  $r=2 \text{ м}$ . Взять  $1000$  шагов по радиальной координате и  $301$  шаг по вертикальной. Проверить сходимость численного решения при сравнении с решением при  $\Delta r=1 \text{ м}$  (и  $100$  шагах по радиальной координате) и аналитическим решением. Сделать выводы и отчет по работе.

## ГЛАВА 3. НЕСОВЕРШЕНСТВО СКВАЖИН ПО СТЕПЕНИ И ПО ХАРАКТЕРУ ВСКРЫТИЯ ПЛАСТА

### 3.1. Приток к скважинам, несовершенным по степени и по характеру вскрытия пласта

Во «Введении» было отмечено несовершенство скважин по степени и по характеру вскрытия пласта. Следует рассмотреть способ расчёта этих видов несовершенства скважин.

В совершенном случае скважина вскрывает пласт на всю глубину, линии тока являются прямыми и направленными в плоскости пласта по радиусу от контура питания к скважине, где создаётся меньшее давление (рис. 3.1). Для такой скважины справедлива формула Дюпюи (4).

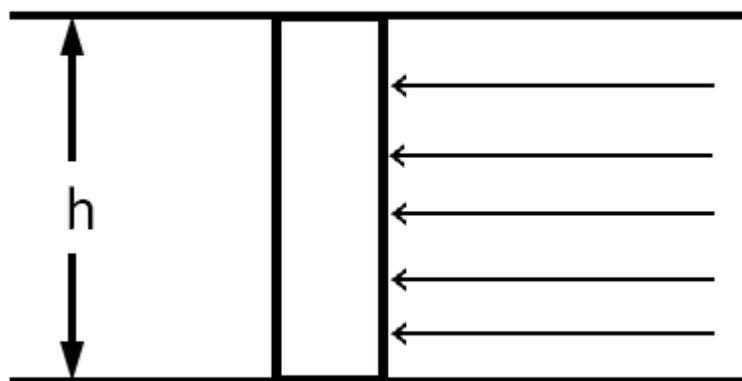


Рис.3.1. Плоскорадиальный приток к совершенной скважине.

В случае частичного вскрытия (рис. 3.2) существенно меньшее давление создаётся только в некоторой части пласта, где проникла скважина, поэтому в призабойной зоне радиуса  $r_s$  (или  $R_0$ ), где это влияние ощущается, произойдёт отклонение линий тока к скважине (рис. 3.2), имеющей меньшее давление и меньший потенциал  $\Phi_c$ . Если скважина вскрывает пласт на малую толщину ( $h_p \ll h$ ) то будет наблюдаться существенное отклонение линий тока в призабойной зоне [1] (рис. 3.2). На рис. 3.2  $\Phi_k$  – потенциал на контуре питания, который

больше потенциала скважины в силу большего давления,  $\Phi_0$  – потенциал на границе призабойной зоны, дальше которой в пласте ещё сохраняется плоскорадиальный приток.

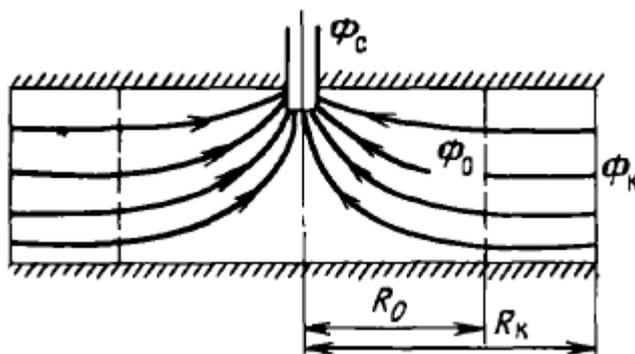


Рис. 3.2. Приток к скважине, вскрывшей пласт на малую толщину [1].

В случае несовершенной скважины по характеру вскрытия приток будет осуществляться лишь к тем местам, где есть перфорация, что вызовет некоторое сгущение линий тока вблизи отверстий и существенное увеличение скорости притока (рис. 3.3). При этом на забое скважины поддерживается меньшее, чем в пласте давление  $p_c$ .

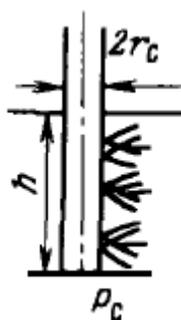


Рис. 3.3. Приток к скважине, несовершенной по характеру вскрытия пласта.

В случае несовершенства скважины как по степени, так и по характеру вскрытия пласта на фильтрационный поток влияют оба перечисленных фактора: как отклонение линий тока к скважине,

вскрывшей пласт не на всю мощность, так и сгущение линий из-за несовершенства перфорации, что будет подробнее рассмотрено ниже.

### **3.2. Основные корреляции для дебита скважин, несовершенных по степени вскрытия пласта**

Поскольку приток к несовершенным скважинам отличается от притока к совершенным, а также зависит от вида несовершенства, то следует рассмотреть различные корреляции для дебита, выведенные рядом авторов аналитически и эмпирически. Примем аналитические формулы без вывода [1], для интересующихся читателей рекомендуем почитать оригинальные работы нижеперечисленных авторов.

М. Маскет, используя метод отображений и принцип суперпозиции, получил формулу дебита несовершенной по степени вскрытия пласта скважины при плоскорадиальном потоке при условии, что радиус контура питания не меньше половины мощности пласта [1]:

$$Q = \frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu\xi}, R_k \geq 0,5h, \quad (3.1)$$

где для величины  $\xi$ , зависящей от функции относительного вскрытия пласта  $\varphi(b)$ , следует использовать формулу

$$\xi = \frac{1}{2b} \left( 2 \ln \frac{4h}{r_c} - \varphi(b) \right) - \ln \frac{4h}{R_k}, \quad (3.2)$$

функция относительного вскрытия пласта

$$\varphi(b) = \ln \frac{\Gamma(0,875b)\Gamma(0,125b)}{\Gamma(1 - 0,875b)\Gamma(1 - 0,125b)}, \quad (3.3)$$

где  $\Gamma(x)$  – гамма-функция некоторого аргумента  $x$ .

Обычно значения функции  $\varphi(b)$  берут из графика (рис. 3.4) [1].

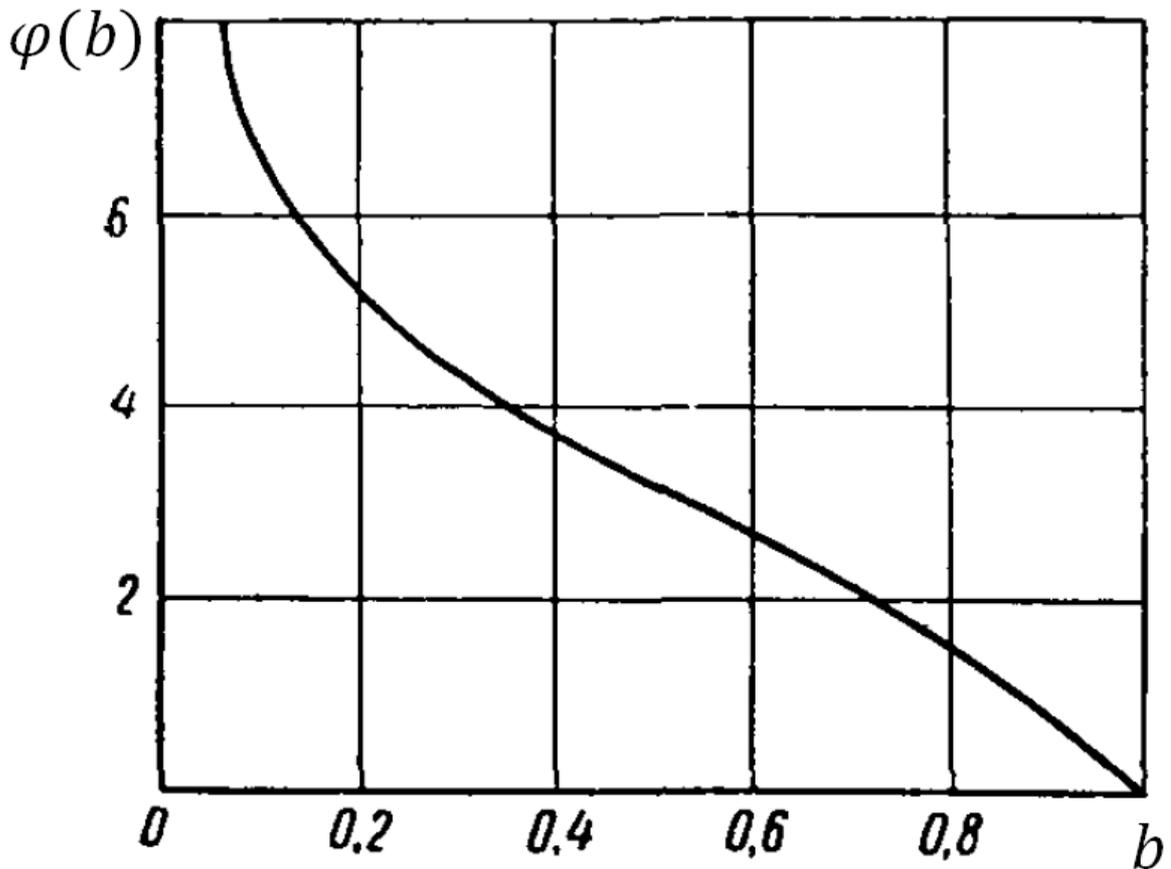


Рис. 3.4. График функции относительного вскрытия пласта  $\varphi(b)$  [1].

Из (3.2), рис. 3.4 и (3.1) видно, что при вскрытии пласта на всю мощность, когда  $b=1$ , получается формула Дюпюи (4) для плоскорадиального потока к гидродинамически совершенной скважине, что подтверждает правильность **формулы Маскета**.

Примем без вывода также формулу Чарного [14] для дебита частично вскрывшей пласт скважины при безнапорном притоке

$$Q = \frac{2\pi h}{\xi} cs \left( 1 - \frac{s}{2h_p} \right), \quad (3.4)$$

где  $c$  – коэффициент фильтрации,  $s$  – понижение уровня в скважине.

Существует и более простая формула для аналитического расчёта дебита несовершенной по степени вскрытия пласта, предложенная И. Козени в своей работе, не требующая обращения к графикам [1]:

$$Q = \frac{2\pi k b h (p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}} \left( 1 + 7 \sqrt{\frac{r_c}{2bh}} \cos \frac{\pi b}{2} \right). \quad (3.5)$$

Рассмотрим подробнее способ И. А. Чарного для определения дебита скважины, вскрывшей пласт на малую мощность ( $h_p \ll h$ ) (рис. 3.2) [1], когда радиус призабойной зоны  $R_0 = 1,5h$ . В этом случае течение имеет две характерные области (рис. 3.2): от контура питания с потенциалом  $\Phi_k$  до границы призабойной зоны с потенциалом  $\Phi_0$ , в этой области наблюдается плоскорадиальный поток, и от границы призабойной зоны до стенки скважины, где поток, по предположению И. А. Чарного, можно считать радиально-сферическим между полусферами с радиусом скважины  $r_c$  и радиусом призабойной зоны  $R_0$ .

Для первой области справедлива формула Дюпюи (4) с учётом определения потенциала течения (2.1):

$$Q = \frac{2\pi h (\Phi_k - \Phi_0)}{\ln \frac{R_k}{R_0}}. \quad (3.6)$$

Для второй области из теории фильтрации

$$Q = \frac{2\pi (\Phi_0 - \Phi_c)}{\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_0}}. \quad (3.7)$$

Поскольку радиус призабойной зоны  $R_0 \gg r_c$ , то (3.7) можно переписать в следующем виде:

$$Q \approx 2\pi r_c (\Phi_0 - \Phi_c). \quad (3.8)$$

Выразим из (3.8) потенциал на границе призабойной зоны  $\Phi_0$

$$\Phi_0 = \Phi_c + \frac{Q}{2\pi r_c} \quad (3.9)$$

и подставим в (3.6):

$$Q = \frac{2\pi h (\Phi_k - \Phi_c) - h \frac{Q}{r_c}}{\ln \frac{R_k}{R_0}} = \frac{2\pi (\Phi_k - \Phi_c) - \frac{Q}{r_c}}{\frac{1}{h} \ln \frac{R_k}{R_0}}. \quad (3.10)$$

Отсюда (учитывая  $R_0=1,5h$ ) окончательное выражение для дебита (формула И. А. Чарного)

$$Q = \frac{2\pi(\Phi_k - \Phi_c)}{\frac{1}{h} \ln \frac{R_k}{1,5h} + \frac{1}{r_c}}. \quad (3.11)$$

Если скважина вскрыла пласт неограниченной мощности на некоторую глубину  $h_p$  (на практике когда  $h_p \ll h$ , причём настолько, что  $h \rightarrow \infty$ ), то её дебит может быть найден по **формуле Н. К. Гиринского** [10]:

$$Q = \frac{2\pi k h_p (p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}}. \quad (3.12)$$

Нередко дебиты скважин рассчитывают из аналогии с процессами электромагнетизма, проводя аналогию между потенциалом течения и электрическим потенциалом.

### 3.3. Дебит скважин, несовершенных по степени и характеру вскрытия пласта, при выполнении закона Дарси

Дебит скважины, несовершенной по степени и характеру вскрытия пласта, при выполнении закона Дарси может быть рассчитан по формуле, аналогичной выражению (1.3):

$$Q = \frac{2\pi k h (p_k - p_c)}{\mu \left( \ln \frac{R_k}{r_c} + C \right)}, \quad (3.13)$$

где дополнительное фильтрационное сопротивление

$$C = C_1 + C_2, \quad (3.14)$$

учитывающее фильтрационное сопротивление из-за неполноты вскрытия пласта ( $C_1$ ) и фильтрационное сопротивление из-за несовершенства скважины по характеру вскрытия пласта ( $C_2$ ).

Из (3.13) видно, что зависимость дебита от перепада давления (депрессии на пласт), то есть **индикаторная диаграмма**, линейна, тогда коэффициент из правой части выражения – **продуктивность скважины**

$$W = \frac{2\pi kh}{\mu \left( \ln \frac{R_k}{r_c} + C \right)}, \quad (3.15)$$

значит, из (3.13)

$$Q = W(p_k - p_c). \quad (3.16)$$

Отсюда видно, что тангенс угла наклона прямой на индикаторной диаграмме будет равен продуктивности скважины, что позволяет иногда избежать расчёта фильтрационных сопротивлений. Если зависимость не является линейной, но очень близка к ней, то используется линейный тренд.

Однако нередко необходим расчёт фильтрационных сопротивлений из-за несовершенства скважины по степени и характеру вскрытия пласта.

Для фильтрационного сопротивления из-за частичного проникновения скважины в пласт  $C_1$  существует несколько приближённых формул. Используя метод Маскета, И. А. Чарный предложил такую корреляцию [1]:

$$C_1 = \left( \frac{1}{b} - 1 \right) \ln \frac{4h}{r_c} - \frac{1}{2b} \varphi(b), \quad (3.17)$$

где функция относительного вскрытия пласта определяется из рис. 3.4 или выражения (3.3).

А. М. Пирвердян предложил другую корреляцию [10]

$$C_1 = \left( \frac{1}{b} - 1 \right) \left( \frac{1}{1 - \frac{r_c}{h_p}} \ln \frac{h_p}{r_c} - 1 \right). \quad (3.18)$$

В. И. Щурову при введении некоторых параметров удалось построить графики для определения не только  $C_1$  (рис. 3.5), но и  $C_2$  (рис. 3.6) [1], для которого не существует сколько-нибудь точных широко

используемых формул. Графический способ Щурова несложен, необходимо определить введённые им параметры: отношение мощности пласта  $h$  к диаметру скважины  $D_c$

$$a = \frac{h}{D_c}, \quad (3.19)$$

относительное вскрытие  $b$  (в %), произведение  $nD_c$  числа прострелов на 1 м вскрытой мощности пласта  $n$  на диаметр скважины  $D_c$ , отношение глубины проникновения пуль в породу  $l'$  к диаметру скважины

$$l = \frac{l'}{D_c}, \quad (3.20)$$

а также отношение диаметра отверстий  $d_0$  к диаметру скважины

$$\alpha = \frac{d_0}{D_c}. \quad (3.21)$$

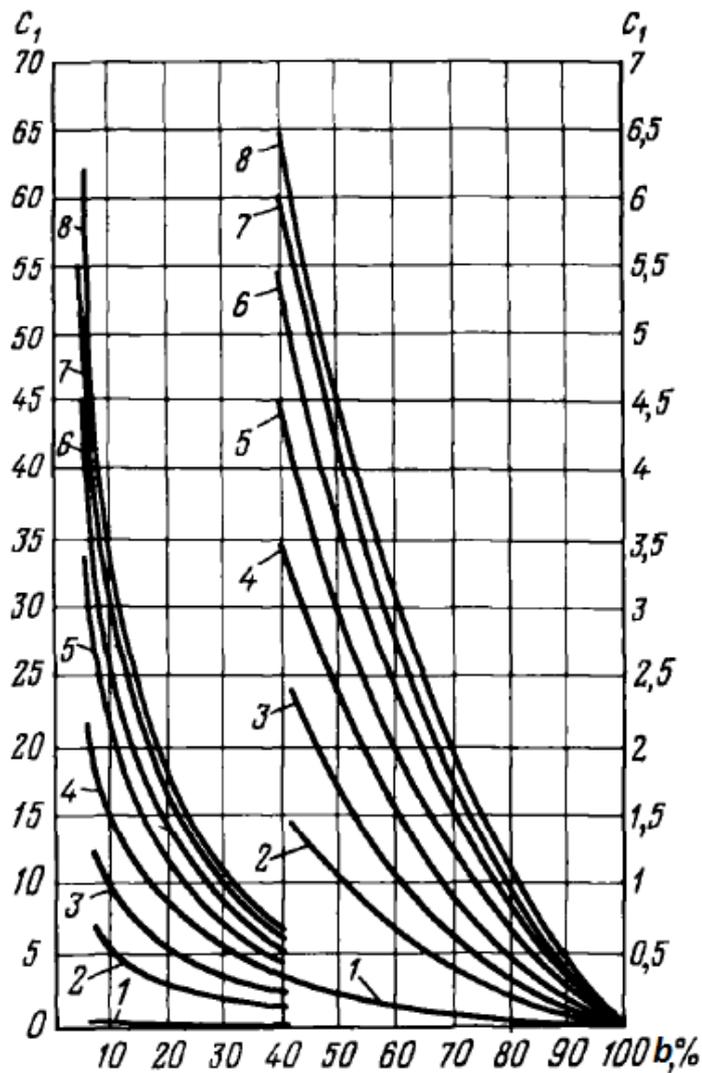


Рис. 3.5. Графики В. И. Щурова для определения  $C_1$ . 1 – при  $a=1$ , 2 – при  $a=5$ , 3 – при  $a=10$ , 4 – при  $a=20$ , 5 – при  $a=40$ , 6 – при  $a=80$ , 7 – при  $a=160$ , 8 – при  $a=300$ .

Важно отметить, что В. И. Щуров получил графики для фильтрационного сопротивления  $C_2$  только при отношении  $l=0,5$ , что встречается на практике чаще всего.

Для сравнения дебитов гидродинамически совершенной и несовершенной скважин нередко используется характеристика, называемая **коэффициентом совершенства скважины**

$$\delta = \frac{\ln \frac{R_K}{r_c}}{\ln \frac{R_K}{r_c} + C}. \quad (3.22)$$

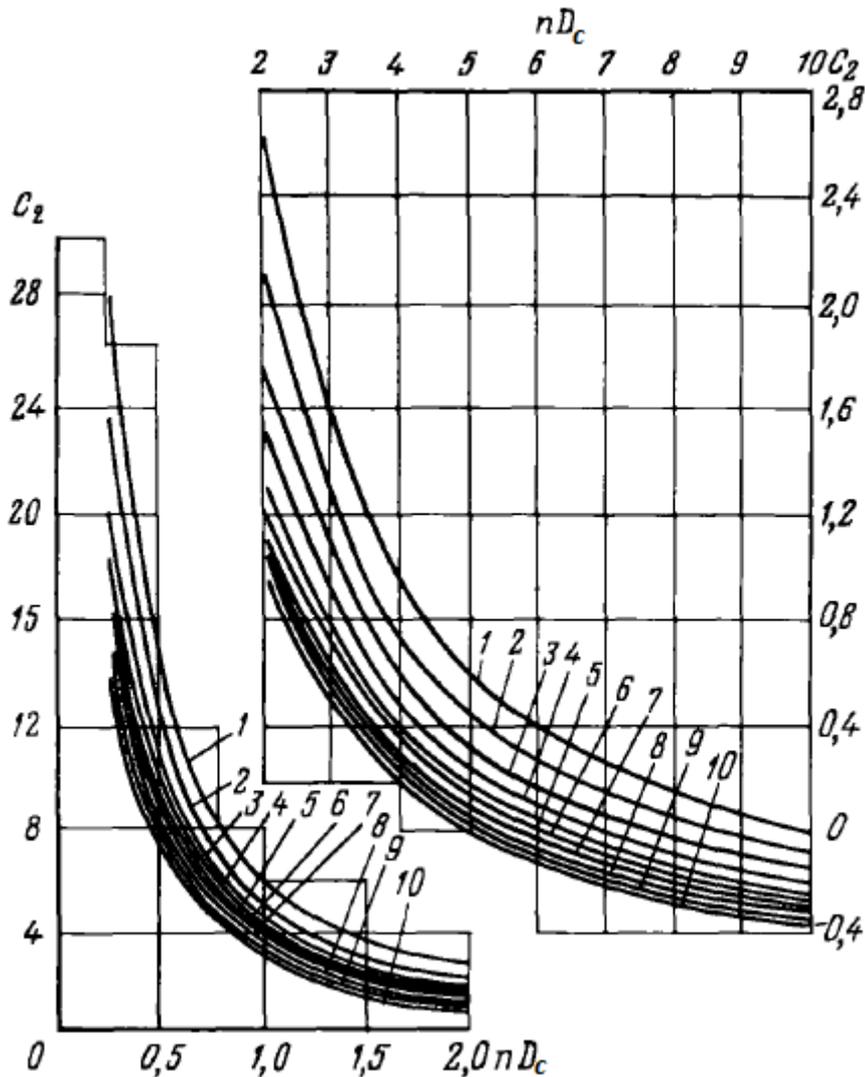


Рис. 3.6. Графики В. И. Щурова для определения  $C_2$  при  $l=0,5$ . 1 – при  $\alpha=0,02$ , 2 – при  $\alpha=0,04$ , 3 – при  $\alpha=0,06$ , 4 – при  $\alpha=0,08$ , 5 – при  $\alpha=0,1$ , 6 – при  $\alpha=0,12$ , 7 – при  $\alpha=0,14$ , 8 – при  $\alpha=0,16$ , 9 – при  $\alpha=0,18$ , 10 – при  $\alpha=0,2$ .

Кроме того, аналогично теории ГРП, можно ввести такой радиус скважины, который называется эффективным (приведённым), который бы имела гипотетическая совершенная скважина, при условии, что её дебит был бы равен рассматриваемой несовершенной:

$$r_{\text{сэфф}} = r_c e^{-c}. \quad (3.23)$$

Тогда при подстановке радиуса скважины  $r_c$  из выражения (3.23) в формулу (3.13) можно получить аналог формулы Дюпюи для несовершенной скважины:

$$Q = \frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_{\text{сэфф}}}}. \quad (3.24)$$

### **3.4. Дебит скважин, несовершенных по степени и характеру вскрытия пласта, при двучленном законе фильтрации**

При фильтрации газа в силу его высокой подвижности нередко не выполняется закон Дарси, вместо которого следует использовать двучленный закон фильтрации (закон Форхгеймера). При несовершенной как по степени, так и по характеру вскрытия пласта скважине дебит тогда должен быть рассчитан с учётом применения этого закона. Для вывода формулы для дебита следует использовать следующую схему [1]. Пласт, являющийся кругом в сечении с центром – скважиной, можно разбить на 3 области (рис. 3.7). Вертикальная скважина радиусом  $r_c$  вскрывает пласт мощностью  $h$  только на глубину  $h_p$ , давление на забое равно  $p_c$ . В первой области, имеющей радиус от границы скважины до  $R_1 = (2 \div 3)r_c$ , происходит нарушение закона Дарси из-за больших скоростей вблизи перфорационных отверстий и сгущений линий тока вблизи них из-за несовершенства характера вскрытия (рис. 3.7), давление на границе этой области обозначим за  $p_1$ . Во второй области, радиус которой меняется от  $R_1$  до  $R_2$ , причём  $R_2 \approx h$ , проявляется несовершенство скважины по степени вскрытия, линии тока искривляются от характерных для плоскорадиальной фильтрации и направляются именно к области, вскрытой скважиной (рис. 3.7), давление на границе второй области

обозначим за  $p_2$ . В третьей области, радиус которой меняется от  $R_2$  до радиуса контура питания  $R_k$ , происходит обычная плоскорадиальная фильтрация и выполняется закон Дарси (рис. 3.7), причём давление на её границе (контуре питания) становится равным пластовому  $p_k$ .

Отметим, что рассматриваемый газ будем считать реальным со средними по давлению коэффициентом сверхсжимаемости  $\bar{z}$  и вязкостью  $\bar{\mu}$ . Кроме того,  $R_1$  называется предельным радиусом влияния несовершенства скважины по характеру вскрытия, а  $R_2$  фактически является радиусом призабойной зоны пласта. Диапазон их размеров оценён из практического опыта разработки.

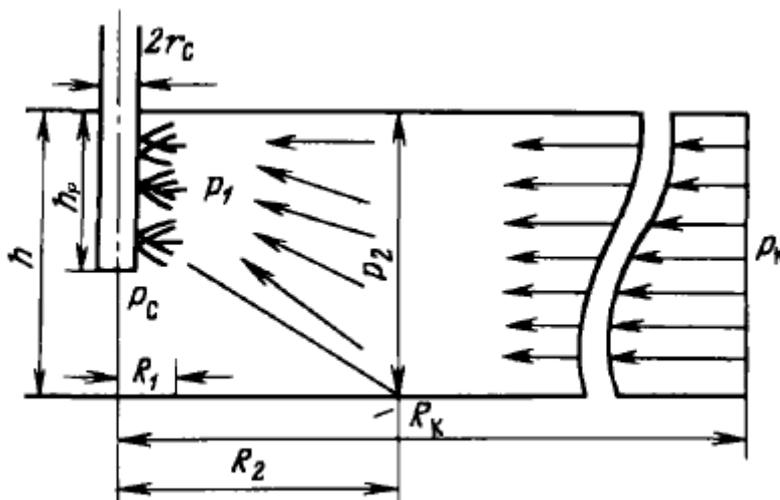


Рис. 3.7. Приток газа к несовершенной по степени и характеру вскрытия пласта скважине.

Поскольку для реального газа, как известно из теории фильтрации, вместо формулы Дюпюи применяется выражение для приведённого к атмосферному давлению  $p_{ат}$  дебита  $Q_{ат}$ , квадратичное относительно давлений на границах, то для третьей области можно записать [1]

$$p_k^2 - p_2^2 = \frac{Q_{ат} p_{ат} \bar{\mu} \bar{z}}{\pi k h} \ln \frac{R_k}{R_2}. \quad (3.25)$$

Считая, что во второй области толщина вскрытия пласта меняется вдоль радиальной координаты линейно от  $h_p$  до  $h$ , примем без вывода формулу для определения дебита в этой области в силу приближённости фильтрационного сопротивления  $C_1$  и коэффициента, характеризующего несовершенство скважины по степени вскрытия пласта  $C'_1$  [1]:

$$p_2^2 - p_1^2 = \frac{Q_{ат} p_{ат} \bar{\mu} \bar{z}}{\pi k h} \left( \ln \frac{R_2}{R_1} + C_1 \right) + \frac{\rho_{ат} p_{ат} \beta \bar{z} Q_{ат}^2}{2\pi^2 h^2 \sqrt{k}} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + C'_1 \right), \quad (3.26)$$

где  $\rho_{ат}$  – плотность газа при атмосферном давлении и пластовой температуре,  $\beta$  – коэффициент квадратичного закона фильтрации, определяемый экспериментально,

$$C_1 \approx \frac{1}{b} \ln b + \frac{1-b}{b} \ln \frac{h}{R_1}, \quad h_p \gg R_1, \quad (3.27)$$

$$C'_1 \approx \left( \frac{1}{b^2} - 1 \right) \frac{1}{R_1}, \quad h_p \gg R_1. \quad (3.28)$$

Аналогично без вывода для первой области примем следующую формулу для дебита с учётом несовершенства скважины по характеру вскрытия пласта (несовершенства перфорации) [1]:

$$p_1^2 - p_c^2 = \frac{Q_{ат} p_{ат} \bar{\mu} \bar{z}}{\pi k h} \left( \ln \frac{R_1}{r_c} + C_2 \right) + \frac{\rho_{ат} p_{ат} \beta \bar{z} Q_{ат}^2}{2\pi^2 h^2 \sqrt{k}} \left( \frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_1} + C'_2 \right), \quad (3.29)$$

где фильтрационное сопротивление  $C_2$  определяется из графиков В. И. Щурова (рис. 3.6),  $C'_2$  – коэффициент, характеризующий несовершенство скважины по характеру вскрытия пласта, приближённо равный

$$C'_2 \approx \frac{h^2}{3N^2 l'^3}, \quad (3.30)$$

где  $N$  – суммарное число перфорационных отверстий (перфорация производится на вскрытой мощности пласта).

Необходимо сложить уравнения (3.25), (3.26) и (3.29), причём следует пренебречь величиной  $\frac{1}{R_2}$  в силу её малости (достаточно большого значения  $R_2 \approx h$ ), тогда можно получить итоговое выражение

$$p_{\kappa}^2 - p_c^2 = \frac{Q_{\text{ат}} p_{\text{ат}} \bar{\mu} \bar{z}}{\pi k h} \left( \ln \frac{R_{\kappa}}{r_c} + C_1 + C_2 \right) + \frac{\rho_{\text{ат}} p_{\text{ат}} \beta \bar{z} Q_{\text{ат}}^2}{2\pi^2 h^2 \sqrt{k} r_c} (1 + r_c C'_1 + r_c C'_2), \quad (3.31)$$

которое можно записать и так (близкий вид к двучленному закону фильтрации):

$$p_{\kappa}^2 - p_c^2 = A_1 Q_{\text{ат}} + B_1 Q_{\text{ат}}^2, \quad (3.32)$$

где коэффициенты фильтрационных сопротивлений

$$A_1 = \frac{p_{\text{ат}} \bar{\mu} \bar{z}}{\pi k h} \left( \ln \frac{R_{\kappa}}{r_c} + C_1 + C_2 \right), \quad (3.33)$$

$$B_1 = \frac{\rho_{\text{ат}} p_{\text{ат}} \beta \bar{z}}{2\pi^2 h^2 \sqrt{k} r_c} (1 + r_c C'_1 + r_c C'_2). \quad (3.34)$$

Выражение (3.31) или (3.32) позволяет найти приведённый к атмосферному давлению дебит газовой скважины, несовершенной как по степени, так и по характеру вскрытия пласта, если известны остальные параметры, входящие в какое-либо из этих выражений.

#### **Вопросы для самопроверки:**

1. В чём отличие несовершенств скважины по степени и по характеру вскрытия пласта?
2. Почему происходит искривление линий тока при неполном вскрытии пласта скважиной?
3. Как влияет несовершенство скважины по характеру вскрытия пласта?
4. Когда можно применять формулу Маскета для дебита несовершенной скважины?
5. Когда справедлива формула Гиринского?
6. Что такое продуктивность скважины?
7. Как можно рассчитать фильтрационное сопротивление из-за частичного проникновения скважины в пласт?
8. Как можно рассчитать фильтрационное сопротивление из-за несовершенства скважины по характеру вскрытия пласта?

9. Какие процессы происходят в пласте при фильтрации газа к несовершенной как по степени, так и по характеру вскрытия пласта скважине?
10. Из какого выражения можно найти приведённый к атмосферному давлению дебит газовой скважины, несовершенной как по степени, так и по характеру вскрытия пласта?

### 3.5. Практические задачи

**Пример 3.1.** Определить дебит гидродинамически несовершенной скважины по степени вскрытия пласта по формуле Маскета, если мощность пласта 25 м, относительное вскрытие 0,7, радиус скважины 0,1 м, гидропроводность  $1 \frac{Д \cdot м}{сП}$ , давление на контуре питания 7,9 МПа, давление на забое 5,5 МПа, радиус контура питания 100 м.

**Решение.** Поскольку  $R_k \geq 0,5h$  ( $100 \text{ м} \geq 0,5 \cdot 25 \text{ м}$ ;  $100 \text{ м} \geq 12,5 \text{ м}$ ), то мы имеем право использовать формулу Маскета (3.1), по которой и требуется сделать расчёт дебита по условию задачи. Но для этого сперва необходимо воспользоваться формулой (3.2) и рис. 3.4. Из рис. 3.4 функция относительного вскрытия пласта

$$\varphi(b) = \varphi(0,7) \approx 2,3,$$

тогда из (3.2)

$$\xi = \frac{1}{2b} \left( 2 \ln \frac{4h}{r_c} - \varphi(b) \right) - \ln \frac{4h}{R_k} \approx \frac{1}{2 \cdot 0,7} \left( 2 \ln \frac{4 \cdot 25 \text{ м}}{0,1 \text{ м}} - 2,3 \right) - \ln \frac{4 \cdot 25 \text{ м}}{100 \text{ м}},$$

$$\xi \approx 8,23.$$

Поскольку гидропроводность  $E$  равна:

$$E = \frac{kh}{\mu},$$

то из (3.1)

$$Q = \frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu\xi} = \frac{2\pi E(p_k - p_c)}{\xi} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-9} \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}} \cdot (7,9 - 5,5) \cdot 10^6 \text{Па}}{8,23},$$

$$Q \approx 1,83 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}.$$

Ответ:  $Q \approx 1,83 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ .

**Пример 3.2.** Несовершенная скважина как по степени, так и по характеру вскрытия пласта пробурена в пласт мощностью 20 м только на 10 м. Радиус скважины 0,1 м, а контура питания 50 м. Проницаемость пласта 1 Д, вязкость нефти 8 сП, число прострелов на 1 м вскрытой мощности пласта 10 отв./м, диаметр перфорационных отверстий 1,1 см, глубина проникновения пуль в породу 10 см. Найти дебит скважины. Для определения фильтрационного сопротивления из-за неполноты вскрытия пласта использовать формулу Чарного, для определения фильтрационного сопротивления из-за несовершенства скважины по характеру вскрытия пласта использовать графики Щурова. В пласте поддерживается перепад давлений 10 атм.

**Решение.** Поскольку скважина несовершенна как по степени, так и по характеру вскрытия пласта, то для нахождения дебита следует использовать формулу (3.13) с учётом (3.14), что включает в себя оба вида возникающих фильтрационных сопротивлений. Для нахождения фильтрационного сопротивления  $C_1$  по условию следует использовать формулу Чарного (3.17), для чего необходимо найти коэффициент вскрытия пласта по формуле (1.12)

$$b = \frac{h_p}{h} = \frac{10 \text{ м}}{20 \text{ м}} = 0,5.$$

Тогда из рис. 3.4 функция относительного вскрытия пласта

$$\varphi(b) = \varphi(0,5) \approx 3,3,$$

поэтому из (3.17)

$$C_1 = \left(\frac{1}{b} - 1\right) \ln \frac{4h}{r_c} - \frac{1}{2b} \varphi(b) \approx \left(\frac{1}{0,5} - 1\right) \ln \frac{4 \cdot 20 \text{ м}}{0,1 \text{ м}} - \frac{1}{2 \cdot 0,5} \cdot 3,3 \approx 3,38.$$

Прежде чем использовать графики Щурова для нахождения  $C_2$ , необходимо определить некоторые характерные параметры. Поскольку известен радиус скважины, то диаметр скважины

$$D_c = 2r_c = 2 \cdot 0,1 \text{ м} = 0,2 \text{ м}.$$

Тогда из (3.20)

$$l = \frac{l'}{D_c} = \frac{0,1 \text{ м}}{0,2 \text{ м}} = 0,5,$$

что позволяет использовать графики Щурова для определения  $C_2$  (рис. 3.6). Кроме того, из (3.21)

$$\alpha = \frac{d_0}{D_c} = \frac{0,011 \text{ м}}{0,2 \text{ м}} = 0,055 \approx 0,06.$$

Поскольку произведение  $nD_c=10 \text{ отв./м} \cdot 0,2 \text{ м}=2$ , то из рис. 3.6  $C_2 \approx 1,75$ . Тогда искомый дебит из (3.13) с учётом (3.14) (а также перепада давлений  $\Delta p$ , равному разности давлений на контуре питания и на забое скважины)

$$Q = \frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu \left( \ln \frac{R_k}{r_c} + C \right)} = \frac{2\pi kh \Delta p}{\mu \left( \ln \frac{R_k}{r_c} + C_1 + C_2 \right)},$$

$$Q = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2 \cdot 20 \text{ м} \cdot 10^6 \text{ Па}}{8 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с} \cdot \left( \ln \frac{50 \text{ м}}{0,1 \text{ м}} + 3,38 + 1,75 \right)} \approx 1,38 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}.$$

Ответ:  $Q \approx 1,38 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ .

**Пример 3.3.** Найти коэффициент фильтрационного сопротивления  $A_1$ , если газовая скважина радиусом 10 см вскрыла пласт мощностью 25 м только на 15 м, радиус контура питания составляет 100 м, проницаемость пласта 2 Д, средняя по давлению вязкость газа равна  $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ , средний по давлению коэффициент сверхсжимаемости 1, число прострелов на 1 м вскрытой мощности пласта 10 отв./м, диаметр перфорационных отверстий 1,2 см, глубина проникновения пуль в породу 10 см. Взять максимальный предельный радиус влияния несовершенства

скважины по характеру вскрытия, атмосферное давление считать равным 1 атм (считать примерно  $10^5$  Па).

**Решение.** Искомый коэффициент фильтрационного сопротивления  $A_1$  можно найти по формуле (3.33). Для этого, однако, необходимо найти фильтрационные сопротивления  $C_1$  и  $C_2$ . Заметим, что максимальный предельный радиус влияния несовершенства скважины по характеру вскрытия равен из рассмотренной теории  $R_1=3r_c=3\cdot 0,1 \text{ м}=0,3 \text{ м}$ . Поскольку  $h_p \gg R_1$  ( $15 \text{ м} \gg 0,3 \text{ м}$ ), то  $C_1$  в случае фильтрации газа по двучленному закону следует находить по формуле (3.27). Для этого нужно найти коэффициент вскрытия пласта по формуле (1.12)

$$b = \frac{h_p}{h} = \frac{15 \text{ м}}{25 \text{ м}} = 0,6.$$

Поэтому из (3.27)

$$C_1 \approx \frac{1}{0,6} \ln 0,6 + \frac{1 - 0,6}{0,6} \ln \frac{25 \text{ м}}{0,3 \text{ м}} \approx 2,10.$$

Для нахождения  $C_2$  можно использовать графики Щурова, но сначала необходимо определить некоторые характерные параметры. Поскольку известен радиус скважины, то диаметр скважины

$$D_c = 2r_c = 2 \cdot 0,1 \text{ м} = 0,2 \text{ м}.$$

Тогда из (3.20)

$$l = \frac{l'}{D_c} = \frac{0,1 \text{ м}}{0,2 \text{ м}} = 0,5,$$

что позволяет использовать графики Щурова для определения  $C_2$  (рис. 3.6). Кроме того, из (3.21)

$$\alpha = \frac{d_0}{D_c} = \frac{0,012 \text{ м}}{0,2 \text{ м}} = 0,06.$$

Поскольку произведение  $nD_c=10 \text{ отв./м} \cdot 0,2 \text{ м}=2$ , то из рис. 3.6  $C_2 \approx 1,75$ .

Искомый коэффициент фильтрационного сопротивления  $A_1$  из (3.33)

$$A_1 = \frac{p_{\text{ат}} \bar{\mu} \bar{z}}{\pi k h} \left( \ln \frac{R_k}{r_c} + C_1 + C_2 \right)$$

$$A_1 = \frac{10^5 \text{ Па} \cdot 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с} \cdot 1}{3,14 \cdot 2 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2 \cdot 25 \text{ м}} \left( \ln \frac{100 \text{ м}}{0,1 \text{ м}} + 2,10 + 1,75 \right) \approx 1,03 \cdot 10^{11} \frac{\text{Па}^2 \cdot \text{с}}{\text{м}^3}.$$

Ответ:  $A_1 \approx 1,03 \cdot 10^{11} \frac{\text{Па}^2 \cdot \text{с}}{\text{м}^3}.$

### Задачи:

- 3.1. Определить скорость фильтрации  $v$  у входа в скважину, несовершенную по степени вскрытия пласта, если мощность пласта 30 м, радиус скважины 10 см, коэффициент вскрытия пласта 0,6, дебит нефти 200 м<sup>3</sup>/сут.

Ответ:  $v \approx 2,05 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

- 3.2. Несовершенная по степени вскрытия пласта скважина радиусом 10 см проникла в пласт мощностью 20 м только на 12 м, радиус контура питания равен 150 м. Найти отношение дебита по формуле Маскета  $Q_M$  к дебиту гипотетической совершенной скважины  $Q$  с неизменными остальными параметрами.

Ответ:  $\frac{Q_M}{Q} \approx 0,755.$

- 3.3. Скважина с радиусом 10 см вскрывает пласт мощностью 18 м только на 12 м, причём приток к ней является безнапорным. Понижение уровня в скважине составляет 7 м, радиус контура питания 50 м, коэффициент фильтрации  $10^{-6} \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . Чему равен дебит скважины?

Ответ:  $Q \approx 7,28 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}.$

- 3.4. Найти и сравнить дебиты несовершенной по степени вскрытия пласта скважины по формулам Маскета и Козени, если проницаемость пласта 0,5 Д, мощность его вскрытой части 9 м, относительное вскрытие 0,7, диаметр скважины 20 см, давление на забое скважины 12 атм, а давление на контуре питания в 2 раза больше давления на забое, радиус контура питания 138 м, вязкость нефти 5 сП.

Ответ: дебиты по обеим формулам равны  $1,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ .

- 3.5. Несовершенная скважина радиусом 0,1 м вскрывает пласт с проницаемостью 1,5 Д и мощностью 50 м только на 2 м. Радиус призабойной зоны пласта в 1,5 раза больше мощности пласта, радиус контура питания 200 м, а давление на нём 3,2 МПа. Давление на забое скважины 25 атм, вязкость нефти 2 сП. Рассчитать дебит нефти по формулам Чарного  $Q_{\text{ч}}$  и Гиринского  $Q_{\text{г}}$ , объяснить полученный результат.

Ответ:  $Q_{\text{ч}} \approx 3,29 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ ;  $Q_{\text{г}} \approx 8,68 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ , формула Гиринского даёт завышенный результат, поскольку мощность пласта всё же является конечной, хотя и намного превосходит мощность вскрытой части пласта.

- 3.6. Найти коэффициент совершенства скважины, если радиус контура питания 75 м, радиус скважины 10 см, мощность пласта 18 м, коэффициент вскрытия пласта 0,52, число прострелов на 1 м вскрытой мощности пласта равно 15 отв./м, глубина проникновения пуль в породу 10 см, диаметр отверстий 8 мм. Для определения фильтрационного сопротивления из-за неполноты вскрытия пласта использовать формулу Пирвердяна.

Ответ:  $\delta \approx 0,589$ .

- 3.7. Несовершенная скважина вскрывает пласт мощностью 10,2 м всего на 7,3 м. Используя графики Щурова, найти фильтрационные сопротивления из-за несовершенства скважины по степени и по характеру вскрытия пласта, а также эффективный радиус скважины, если диаметр скважины 24 см, число прострелов на 1 м вскрытой мощности пласта равно 12 отв./м, глубина проникновения пуль в породу 12 см, диаметр отверстий 5 мм.

Ответ:  $C_1 \approx 1,2$ ;  $C_2 \approx 1,8$ ;  $r_{\text{сэфф}} \approx 5,97$  мм.

- 3.8. Скважина исследуется по методу установившихся отборов, при этом изменяется диаметр штуцера и замеряется забойное давление глубинным манометром. Результаты исследований с учётом перепада давления  $\Delta p$  приведены в таблице:

$\Delta p$ , кгс/см <sup>2</sup>	10	20	30	40	50
$Q$ , 10 <sup>-4</sup> м <sup>3</sup> /с	1,55	2,51	3,29	4,01	4,57

Определить проницаемость пласта, если радиус контура питания 250 м, вязкость нефти 5 сП, мощность пласта 35 м, скважина радиусом 10 см вскрывает пласт на 28 м, число прострелов на 1 м вскрытой мощности пласта равно 5 отв./м, глубина проникновения пуль в породу 10 см, диаметр отверстий 1,2 см. Для определения фильтрационных сопротивлений использовать графики В. И. Щурова.

Ответ:  $k \approx 24,1$  мД.

- 3.9. Найти фильтрационное сопротивление из-за несовершенства скважины по степени вскрытия пласта, используя графики В. И. Щурова и формулу Пирвердяна, если радиус скважины 0,1 м, мощность пласта 15 м, относительное вскрытие пласта 0,5. Сравнить полученные результаты.

Ответ: из графиков В. И. Щурова  $C_{1щ} \approx 3,5$ , по формуле Пирвердяна  $C_{1п} \approx 3,38$ ;  $C_{1щ} \approx C_{1п}$ .

- 3.10. Газовая скважина имеет несовершенство как по степени, так и по характеру вскрытия пласта. Мощность пласта составляет 20 м, его проницаемость 2 Д, мощность вскрытой части пласта 5 м, предельный радиус влияния несовершенства скважины по характеру вскрытия 0,3 м, давление на границе области, где проявляется несовершенство скважины по характеру вскрытия,

12 атм, а давление на границе, где проявляется несовершенство скважины по степени вскрытия, 15 атм, коэффициент квадратичного закона фильтрации  $\beta$  равен 8, средняя по давлению вязкость газа 0,03 мПа·с, средний по давлению коэффициент сверхсжимаемости 0,9. Чему равен дебит такой скважины, приведённый к атмосферному давлению? Плотность газа при атмосферном давлении 1 атм принять равной 3 кг/м<sup>3</sup>.

Ответ:  $Q_{\text{ат}} \approx 2,97 \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ .

3.11. Газовая скважина радиусом 0,12 м имеет несовершенство как по степени, так и по характеру вскрытия пласта. Мощность пласта составляет 25 м, его проницаемость 1,5 Д, мощность вскрытой части пласта 15 м, предельный радиус влияния несовершенства скважины по характеру вскрытия минимален, давление на забое 25 атм, коэффициент квадратичного закона фильтрации  $\beta$  равен 3, средняя по давлению вязкость газа  $1,2 \cdot 10^{-5}$  Па·с, средний по давлению коэффициент сверхсжимаемости 1,05, радиус контура питания 100 м. Суммарное число перфорационных отверстий 150, их диаметр 2,4 см, глубина проникновения пуль в породу 0,12 м. Дебит газа, приведённый к атмосферному давлению, равен 5,25 м<sup>3</sup>/с. Чему равно давление на контуре питания? Плотность газа при атмосферном давлении  $10^5$  Па принять равной 1,5 кг/м<sup>3</sup>.

Ответ:  $p_{\text{к}} \approx 2,65 \cdot 10^6$  Па.

## ГЛАВА 4. ВИДЫ СКВАЖИН ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ НЕФТЕОТДАЧИ ПЛАСТА

### 4.1. Горизонтальные скважины. Применение

Для того чтобы повысить область дренирования, следовательно, увеличить дебиты и коэффициент охвата, применяются горизонтальные скважины. **Горизонтальная скважина** – скважина, угол отклонения ствола которой от вертикали составляет  $90^\circ$  в обычной ситуации. Поскольку на практике происходит бурение по определяемой методами геомеханики оптимальной траектории, которая не всегда является прямой, то **горизонтальной скважиной** принято называть скважину, вскрывающую пласт на интервале, не менее чем вдвое превышающем мощность пласта.

Наиболее широкое применение горизонтальные скважины нашли при гидравлическом разрыве пласта, однако они также достаточно часто применяются для низкопроницаемых или неоднородных пластов и пластов малой мощности.

Горизонтальная скважина имеет, как правило, в 3-5 раз большую продуктивность, чем вертикальная, поскольку область дренирования вертикальной скважины – круговой цилиндр, а область дренирования горизонтальной скважины аппроксимируется вытянутым вдоль напластования эллипсоидом [1]. Отсюда же следует, что продуктивность горизонтальной скважины возрастает с её длиной. Особенно сильно повышается продуктивность горизонтальных скважин, очевидно, в пластах с вертикальными трещинами.

При этом недостатком горизонтальных скважин является их высокая стоимость в силу большей протяжённости, чем у вертикальных скважин. Но это повышение стоимости окупается большей продуктивностью и меньшей обводнёностью.

Применение горизонтальных скважин также позволяет уменьшить число зон в пласте, где образуются целики нефти. С этой целью бурятся как одноствольные, так и многоствольные горизонтальные скважины. Существуют целые сетки горизонтальных скважин, причём они могут являться как добывающими, так и нагнетательными.

Ещё одной сферой применения горизонтальных скважин являются методы увеличения нефтеотдачи пластов, например, метод парогравитационного дренажа.

## **4.2. Основные корреляции для дебита горизонтальных скважин**

Очевидно, что формулы для дебитов, полученные для вертикальных скважин, не могут быть использованы для горизонтальных в силу разного характера притока флюида к скважине. Точного однозначного решения задачи о притоке флюида к горизонтальной скважине на настоящий момент не получено, однако существует ряд приближённых решений и подходов, которые будут рассмотрены ниже. Далее жидкость считается несжимаемой, каковой с достаточной точностью можно считать нефть.

Пусть приток является стационарным, а длина горизонтальной скважины (длина её горизонтального участка)  $2l$ , соответственно,  $l$  – половина её длины. Пласт однородный и изотропный, имеет проницаемость  $k$  и мощность  $h$ . Кровля и подошва пласта считаются непроницаемыми. Для простоты предполагается, что скважина расположена на оси пласта (чтобы не вводить эксцентриситет и дополнительные вычисления). Очевидно, формула Дюпюи несправедлива в данном случае, однако, как правило, скорости фильтрации не являются слишком большими, когда проявились бы силы инерции, или слишком маленькими, когда проявились бы неньютоновские

свойства жидкости и её взаимодействие со скелетом породы, поэтому выполняется закон Дарси.

На забое скважины поддерживается постоянное давление  $p_c$ , на контуре питания давление равно  $p_k$ . Без дополнительных упрощений решить такую задачу по поиску дебита оказывается невозможным в простых аналитических функциях, причём необходимое для решения уравнение Лапласа для давления (5) является, вообще говоря, трёхмерным в этом случае. Поэтому следует провести приближённое разбиение задачи как суперпозицию 2 плоских притоков: течения нефти к линейному стоку (бесконечно тонкой пластине) в горизонтальной плоскости и притока нефти к точечному стоку в вертикальной плоскости. В первом случае линии тока – гиперболы, а ортогональные им эквипотенциальные поверхности – эллипсы, во втором случае приток идёт в вертикальной полосе к точечному стоку, что близко к плоскорадиальному потоку.

Из геометрии задачи, по предположению Борисова и Джоши, следует [1], что в горизонтальной плоскости скважина будет простирается от одного из фокусов эллипса с координатой  $-l$  до другого с координатой  $l$ . Также Борисов и Джоши считают [1], что вместо радиуса контура питания следует использовать сумму полуосей эллипса  $(a+b)$ , где  $a$  и  $b$  – соответственно большая и малая полуоси эллипса контура питания, а вместо радиуса скважины – её полудлину  $l$  (либо сумму осей эллипса и длину скважины соответственно, что аналогично). Кроме того, из аналитической геометрии известно, что координата фокуса эллипса

$$l^2 = a^2 - b^2, \quad (4.1)$$

откуда малая полуось

$$b^2 = a^2 - l^2. \quad (4.2)$$

Тогда, по аналогии с формулой Дюпюи (4), можно записать:

$$Q_1 = \frac{2\pi kh\Delta p}{\mu \cdot \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - l^2}}{l}}, \quad (4.3)$$

где  $Q_1$  – дебит линейного стока, а перепад давления  $\Delta p = p_k - p_c$ .

Возникает вопрос, каковым тогда должен быть эффективный радиус дренажа (или эффективный радиус кругового контура питания)  $R_k$ , удобный для практических расчётов? Его можно определить из равенства круговой и эллиптической площадей дренажа:

$$\pi R_k^2 = \pi ab, \quad (4.4)$$

поэтому

$$R_k = \sqrt{ab}, \quad (4.5)$$

а с учётом (4.2)

$$R_k = \sqrt{a\sqrt{a^2 - l^2}}, \quad (4.6)$$

$$R_k = a \left( 1 - \left( \frac{l}{a} \right)^2 \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (4.7)$$

Этот эффективный радиус  $R_k$  удобен именно тем, что при той же площади дренирования форма её границы круговая, как в традиционной задаче, а не эллиптическая. Из (4.7), однако, можно получить и формулу для определения большой полуоси эллипса дренирования. Действительно, возведя левую и правую части (4.7) в четвёртую степень и раскрыв скобки, имеем:

$$R_k^4 = a^4 - l^2 a^2. \quad (4.8)$$

Поэтому имеется биквадратное уравнение относительно  $a$ :

$$a^4 - l^2 a^2 - R_k^4 = 0. \quad (4.9)$$

Следует обозначить  $x = a^2$ . Тогда

$$x^2 - l^2 x - R_k^4 = 0. \quad (4.10)$$

В силу неотрицательных значений  $x$  и  $a$  (как физических величин) имеется только один корень уравнения

$$x = \frac{l^2 + \sqrt{l^4 + 4R_k^4}}{2}, \quad (4.11)$$

откуда в силу неотрицательных значений  $a$

$$a = l \left( 0,5 + \left( 0,25 + \frac{R_k^4}{l^4} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.12)$$

В случае притока нефти к точечному стоку в вертикальной плоскости, по мнению Борисова и Джоши [1], очевидно, что в качестве радиуса контура питания выступает половина мощности пласта (мощность аналогична диаметру), а вместо мощности – наоборот длина горизонтальной скважины  $2l$ , поскольку задача о вертикальном притоке развёрнута на  $90^\circ$  относительно горизонтальной задачи о плоскорадиальном притоке. Тогда дебит нефти при притоке к точечному стоку в вертикальной плоскости определяется по формуле, аналогичной формуле Дюпюи (4):

$$Q_2 = \frac{2\pi k \cdot 2l\Delta p}{\mu \ln \frac{h}{2r_c}}. \quad (4.13)$$

Итоговый дебит горизонтальной скважины из принципа суперпозиции из аналогии с сопротивлением при параллельном соединении ( $1/Q=1/Q_1+1/Q_2$ ) с учётом (4.3) и (4.13) может быть найден по **формуле Джоши**:

$$Q = \frac{2\pi kh\Delta p}{\mu \left( \ln \left( \frac{a + \sqrt{a^2 - l^2}}{l} \right) + \frac{h}{2l} \ln \left( \frac{h}{2r_c} \right) \right)}. \quad (4.14)$$

Для применения формулы (4.14) необходимо, чтобы выполнялись условия  $2l > h$  и  $l < 0,9R_k$ , что справедливо для горизонтальных скважин. Иногда эту формулу (4.14) называют формулой Борисова, поскольку именно он сделал впервые основные предположения для её вывода, а

**формулой Джоши** называют выражение, содержащее коэффициент анизотропии пласта  $I_{an}$ :

$$Q = \frac{2\pi k_r h \Delta p}{\mu B \left( \ln \left( \frac{a + \sqrt{a^2 - l^2}}{l} \right) + \frac{I_{an} h}{2l} \ln \left( \frac{I_{an} h}{2r_c} \right) \right)}, \quad (4.15)$$

где  $B$  – объёмный коэффициент нефти, а  $I_{an}$  определяется так:

$$I_{an} = \sqrt{\frac{k_r}{k_z}}. \quad (4.16)$$

Формула (4.15) справедлива, если  $2l > I_{an} h$  и  $l < 0,9R_k$ .

**Ю. П. Борисов**, в свою очередь, предложил такую **формулу** для определения дебита горизонтальной скважины [1]:

$$Q = \frac{2\pi k h \Delta p}{\mu \left( \ln \left( \frac{2R_k}{l} \right) + \frac{h}{2l} \ln \left( \frac{h}{2\pi r_c} \right) \right)}. \quad (4.17)$$

Примем её без вывода, как и **формулу В. П. Пилатовского** [1]:

$$\frac{2\pi k h \Delta p}{\mu Q} = 1 + \ln \frac{R_k}{l} - \frac{h}{2l} \ln \left( \frac{2\pi r_c}{h} \right) - \frac{r_c}{l} \operatorname{arctg} \frac{l}{r_c}. \quad (4.18)$$

Формула Пилатовского обычно записывается именно в виде (4.18), хотя из неё несложно выразить дебит скважины.

Таким образом, были перечислены основные корреляции для дебита горизонтальных скважин.

### 4.3. Безразмерная продуктивность горизонтальной скважины

Нередко для оценки эффективности горизонтальных скважин вводят понятие безразмерной продуктивности:

$$J^* = \frac{Q\mu}{2\pi k h \Delta p}. \quad (4.19)$$

Видно, что она зависит от расчётной формулы для дебита и, вообще говоря, характеризует именно показатели горизонтальной скважины

(длина, радиус скважины, радиус дренирования). Однако, как отмечают Басниев, Кочина и Максимов, разница при вычислении безразмерной продуктивности по различным формулам ((4.14), (4.17) или (4.18)) не превышает 11% [1]. Очевидно, что чем больше длина (полудлина) горизонтальной скважины при неизменных остальных параметрах, тем больше её безразмерная продуктивность. С другой стороны, чем больше эффективный радиус кругового контура питания, тем меньше безразмерная продуктивность горизонтальной скважины при той же её длине и неизменных остальных параметрах.

Не следует путать безразмерную продуктивность скважины с размерной, которая равна отношению дебита к перепаду давления и для формулы Дюпюи вычисляется из выражения (3.15).

Кроме того, следует отметить важную аналогию между формулами для горизонтальной и для вертикальной скважин. Рассмотрим формулу Борисова (4.17). Пусть длина горизонтальной скважины столь велика, что  $2l \gg h$ . Тогда, очевидно, вторым слагаемым в знаменателе формулы (4.17) можно пренебречь, поэтому получается выражение, аналогичное формуле Дюпюи:

$$Q = \frac{2\pi kh\Delta p}{\mu \ln \left( \frac{R_k}{\frac{l}{2}} \right)}. \quad (4.20)$$

Отсюда для очень длинной горизонтальной скважины можно считать, что её приведённый радиус  $r_{спр}$  равен четверти длины скважины  $L$ :

$$r_{спр} = \frac{l}{2} = \frac{L}{4}. \quad (4.21)$$

Значит, теория фильтрации, несмотря на различные нюансы, в целом имеет одни и те же основные формулы, которые можно с соответствующей точностью применять на практике.

#### 4.4. Многоствольные скважины. Особенности и применение

Применение обычной горизонтальной скважины (и тем более вертикальной) оказывается не всегда эффективным, например, в силу неполноты охвата пласта, недостаточного коэффициента извлечения нефти, что особенно заметно в залежах со сложным геологическим строением, которые могут к тому же содержать трудноизвлекаемые запасы. Очевидно, что бурение ещё одной скважины, особенно горизонтальной, в этом случае приводит к существенному росту затрат. Для решения перечисленных проблем бурятся многоствольные и многозабойные скважины [8]. В этом разделе будут рассмотрены именно многоствольные скважины.

**Многоствольная скважина (МСС)** – скважина, состоящая из одного ствола, из которого пробурен один или несколько боковых стволов (ответвлений) на различные продуктивные горизонты (пласты), при этом точка пересечения боковых стволов с основным стволом находится выше вскрываемых горизонтов (рис. 4.1).

Применение многоствольных скважин часто рекомендуется в истощённых залежах с низким пластовым давлением, низкопроницаемых пластах, многослойных залежах (особенно с тонкими пропластками), а также при разработке близкорасположенных к основному месторождению дополнительных залежей.

Главное преимущество строительства многоствольной скважины – увеличение площади контакта с продуктивным пластом, что приводит также к увеличению производительности скважины, коэффициента извлечения нефти (или, вообще говоря, флюида), уменьшению выноса песка, притока воды, снижению депрессии на пласт. Кроме того, понятно,

что для МСС по сравнению с несколькими одноствольными скважинами требуется меньшее количество устьевого оборудования.

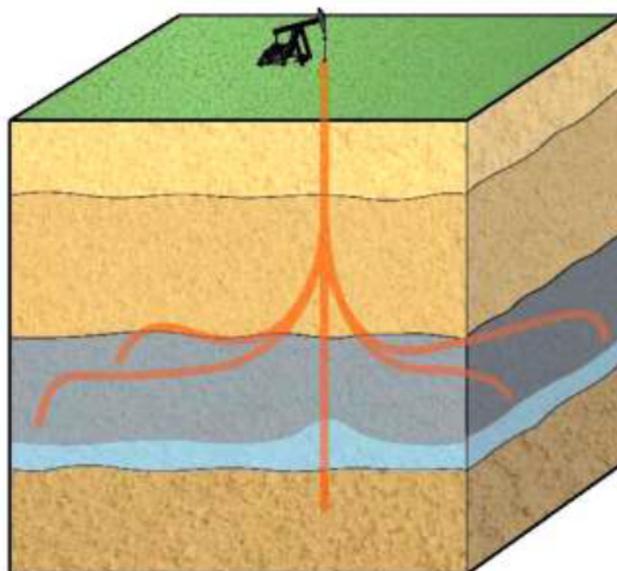


Рис. 4.1. Многоствольная скважина.

С другой стороны, МСС сложно бурить (и сами буровые работы при этом будут стоить дороже, чем для одной одноствольной скважины), а авария на основном стволе выше точки соединения приведёт к прекращению добычи и из остальных стволов.

Наиболее часто применяются следующие конфигурации МСС:

1. Две расходящиеся в противоположные стороны скважины (для уменьшения потерь давления на трение флюида).
2. Параллельные дополнительные стволы в одной вертикальной плоскости (для слоистых коллекторов).
3. Параллельные дополнительные стволы в одной горизонтальной плоскости (в случае низкого пластового давления и наличия трудноизвлекаемых запасов).

Следует отметить, что стволы могут быть как горизонтальными, так и наклонными, а основной ствол может быть вертикальным (рис. 4.1).

Таковы основные особенности многоствольных скважин. Многозабойные скважины будут рассмотрены ниже.

#### 4.5. Многозабойные скважины

Теперь перейдём к рассмотрению многозабойных скважин.

**Многозабойная скважина (МЗС)** – скважина, состоящая из основного, как правило, горизонтального ствола, из которого в пределах продуктивного горизонта (пласта) пробурен один или несколько боковых стволов (рис. 4.2).

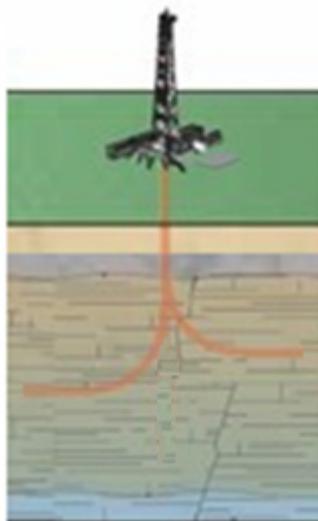


Рис. 4.2. Многозабойная скважина.

Подобно многоствольным скважинам, МЗС бурятся для повышения степени охвата пласта процессом разработки. При применении многозабойных скважин обеспечивается более равномерное распределение депрессии в пластовой системе в призабойной зоне каждого из стволов, минимизируются интерференционные эффекты (взаимовлияние скважин).

В случае бурения всего одного ответвления от основного ствола оба получившихся ствола, как правило, отводятся в пределах продуктивного

пласта разнонаправленно по азимуту. При большем числе ответвлений основной ствол, как устоялось на практике, является горизонтальным, а от него в плоскости пласта проводятся ответвления, причём нередко направление их отвода чередуется, что обеспечивает более равномерное распределение стволов. Однако подход с разнонаправленными ответвлениями позволяет достичь большего удаления стволов друг от друга.

Существует перспективная технология проектирования многозабойных скважин Fishbone («Рыбья кость»), позволяющая существенно увеличить продуктивность скважины. В этой технологии от одного прямого горизонтального ствола в практически перпендикулярном (или под некоторым углом) направлении отходят многочисленные ответвления в разные стороны, напоминая по форме скелет рыбы (рис. 4.3).

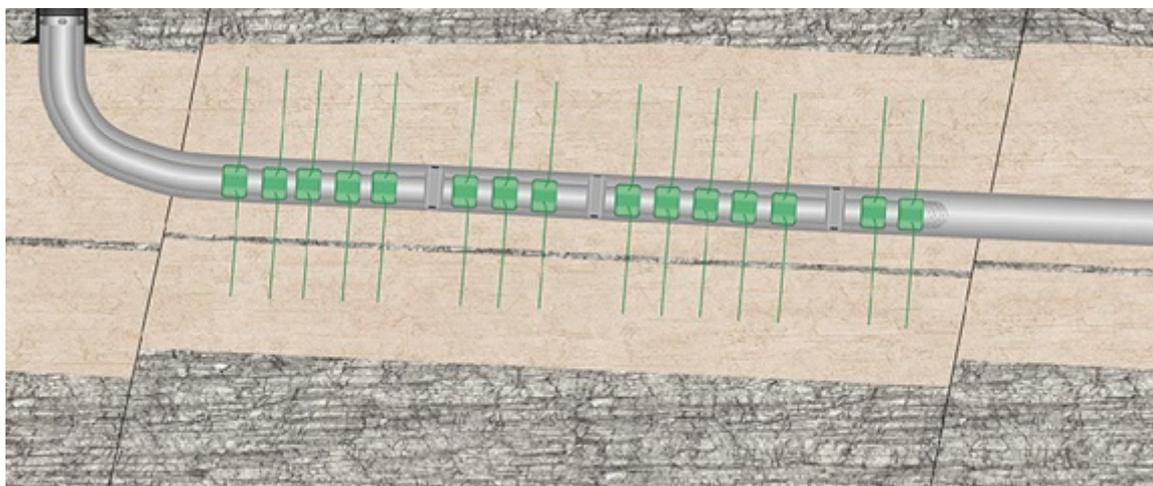


Рис. 4.3. Технология Fishbone.

Эта технология представляет собой альтернативу гидравлическому разрыву пласта, позволяя с меньшими рисками при более простом проектировании достичь увеличения дебита нефти по сравнению с обычной горизонтальной скважиной, хотя увеличения дебита при ГРП будет, как правило, больше.

Fishbone позволяет увеличить продуктивность скважины (или приёмистость в случае нагнетательной скважины) за счёт лучшей гидродинамической связи пласта со стволом скважины. Возможное увеличение дебитов – до 8 раз и более.

Fishbone позволяет существенно увеличить охват нефтенасыщенных участков пласта по сравнению с традиционной горизонтальной скважиной при меньшем объёме буровых работ, чем при создании многоствольной скважины. Существует возможность направить каждое из ответвлений в отдельные участки пласта, не задевая соседние пропластки с другим флюидом (например, газом или водой при добыче только нефти).

#### 4.6. Дебит многоствольной скважины

Перейдём к рассмотрению дебита многоствольной скважины. Для его расчёта следует использовать эмпирические формулы [13].

Для многоствольной наклонной (в том числе горизонтальной) скважины с равномерным веерным расположением в центре круговой залежи можно использовать формулу Борисова, Пилатовского и Табакова:

$$Q = \frac{2\pi kh\Delta p}{\mu \left( \ln \frac{R_k x(n)}{L \sin \alpha} + \frac{h}{Ln} \ln \frac{h \sin \alpha}{2\pi r_c} \right)}, \quad (4.22)$$

где  $L$  – длина отдельного ствола,  $\alpha$  – угол наклона ствола от вертикали,  $n$  – число стволов, а функция числа стволов  $x(n)$  принимает значения 4; 2; 1,86; 1,78 при числе стволов 1; 2; 3 и 4 соответственно.

Для дебита многоствольной одноярусной горизонтальной скважины можно использовать формулу Григулецкого и Никитина, учитывающую анизотропию пласта:

$$Q = \frac{2\pi k_h h \Delta p}{\mu \left( \ln \frac{R_k x(n)}{L} + \frac{\beta h}{Ln} \ln \frac{\beta h}{2\pi r_c} \right)}, \quad (4.23)$$

где параметр анизотропии проницаемости пласта

$$\beta = \frac{k_v}{k_h}, \quad (4.24)$$

где  $k_v$  и  $k_h$  – проницаемости пласта по вертикали и горизонтали соответственно.

Для одноярусной многоствольной горизонтальной скважины без учёта анизотропии известна также формула

$$Q = \frac{2\pi kh\Delta p}{\mu \left( \frac{2}{n} \ln \frac{R_{\kappa}^{n/2} + \sqrt{R_{\kappa}^n + L^n}}{L^{n/2}} + \frac{h}{Ln} \ln \frac{h}{2\pi r_c} \right)}. \quad (4.25)$$

Нередко при расчётах используется понятие гидропроводности пласта:

$$E = \frac{kh}{\mu}. \quad (4.26)$$

### Вопросы для самопроверки:

1. Что такое горизонтальная скважина?
2. Будет ли горизонтальной скважина, вскрывающая пласт мощностью 30 м на интервале 25 м?
3. Когда применяются горизонтальные скважины?
4. Можно ли применять формулу Дюпюи в исходном виде к горизонтальным скважинам?
5. Опишите приток флюида к горизонтальной скважине по приближённой концепции.
6. В чём заключается подход Борисова и Джоши к поиску дебита горизонтальной скважины?
7. Как записывается формула Пилатовского?
8. Что такое коэффициент анизотропии пласта?
9. Что такое безразмерная продуктивность скважины?
10. Чем отличаются многоствольные скважины от многозабойных?

11. Что достигается при применении многозабойных скважин?
12. Что такое технология Fishbone?
13. При каких условиях используется формула Борисова, Пилатовского и Табакова?
14. При каких условиях используется формула Григулецкого и Никитина?

#### 4.7. Практические задачи

**Пример 4.1.** По формуле Джоши найти дебит горизонтальной скважины, если её длина 200 м, радиус 0,1 м, проницаемость пласта 1 Д, его мощность 25 м, эффективный радиус контура питания 250 м, перепад давления 3 МПа, вязкость нефти 9,1 сП.

**Решение.** Для начала следует найти большую полуось эллипса дренирования по формуле (4.12) с учётом того, что полудлина горизонтальной скважины 100 м:

$$a = l \left( 0,5 + \left( 0,25 + \frac{R_k^4}{l^4} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} = 100 \text{ м} \cdot \left( 0,5 + \left( 0,25 + \frac{(250 \text{ м})^4}{(100 \text{ м})^4} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 260 \text{ м}.$$

Тогда по формуле Джоши (4.14) (поскольку в условии не сказано об анизотропии пласта, а условия  $2l > h$  и  $l < 0,9R_k$  выполняются:  $200 \text{ м} > 25 \text{ м}$ ,  $100 \text{ м} < 225 \text{ м}$  соответственно)

$$Q = \frac{2\pi kh\Delta p}{\mu \left( \ln \left( \frac{a + \sqrt{a^2 - l^2}}{l} \right) + \frac{h}{2l} \ln \left( \frac{h}{2r_c} \right) \right)},$$

$$Q = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2 \cdot 25 \text{ м} \cdot 3 \cdot 10^6 \text{ Па} / (9,1 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с})}{\left( \ln \left( \frac{260 \text{ м} + \sqrt{(260 \text{ м})^2 - (100 \text{ м})^2}}{100 \text{ м}} \right) + \frac{25 \text{ м}}{2 \cdot 100 \text{ м}} \ln \left( \frac{25 \text{ м}}{2 \cdot 0,1 \text{ м}} \right) \right)},$$

$$Q \approx 2,34 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}.$$

Ответ:  $Q \approx 2,34 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ .

**Пример 4.2.** Дебит горизонтальной скважины  $9 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ , вязкость нефти составляет 5 сП, проницаемость пласта 1,5 Д, его мощность 25 м, перепад давления поддерживается равным 1,5 МПа. Чему равна безразмерная продуктивность этой скважины?

**Решение.** Искомая безразмерная продуктивность находится по формуле (4.19) следующим образом:

$$J^* = \frac{Q\mu}{2\pi kh\Delta p} = \frac{9 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2 \cdot 25 \text{ м} \cdot 1,5 \cdot 10^6 \text{ Па}} \approx 0,127.$$

Ответ:  $J^* \approx 0,127$ .

**Пример 4.3.** В пласт мощностью 25 м и проницаемостью 3 Д пробурена скважина с 3 стволами, причём её расположение равномерное веерное в центре круговой залежи. Угол наклона стволов скважины составляет  $75^\circ$ . Радиус скважины 0,1 м, радиус контура питания 250 м, длина отдельного ствола 200 м, вязкость нефти 10 сП, депрессия на пласт 2 МПа. Чему равен дебит нефти?

**Решение.** Поскольку имеется многоствольная скважина с 3 стволами, расположенная равномерно веерно в центре круговой залежи, то для нахождения дебита нефти следует использовать формулу Борисова, Пилатовского и Табакова (4.22), причём  $x(n)=x(3)=1,86$ . Тогда

$$Q = \frac{2\pi kh\Delta p}{\mu \left( \ln \frac{R_k x(n)}{L \sin \alpha} + \frac{h}{Ln} \ln \frac{h \sin \alpha}{2\pi r_c} \right)},$$

$$Q = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2 \cdot 25 \text{ м} \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ Па}}{10 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с} \cdot \left( \ln \frac{250 \text{ м} \cdot 1,86}{200 \text{ м} \cdot \sin 75^\circ} + \frac{25 \text{ м}}{200 \text{ м} \cdot 3} \ln \frac{25 \text{ м} \cdot \sin 75^\circ}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,1 \text{ м}} \right)},$$

$$Q \approx 9,15 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}.$$

Ответ:  $Q \approx 9,15 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ .

### Задачи:

- 4.1. В пласт проницаемостью 1 Д и мощностью 20 м пробурена горизонтальная скважина длиной 90 м и радиусом 0,1 м, причём контур питания имеет эффективный радиус 100 м. Вязкость пластовой нефти составляет 15 сП, депрессия на пласт 2,5 МПа. Чему равен дебит  $Q_{дж}$  такой скважины по формуле Джоши? Каков был бы дебит  $Q_{дюп}$ , если бы скважина с тем же радиусом была совершенной вертикальной, пробуренной в тот же пласт вместо горизонтальной? Чему равно отношение этих дебитов?

Ответ:  $Q_{дж} \approx 8,33 \cdot 10^{-3} \frac{м^3}{с}$ ,  $Q_{дюп} \approx 3,03 \cdot 10^{-3} \frac{м^3}{с}$ ,  $\frac{Q_{дж}}{Q_{дюп}} \approx 2,75$ .

- 4.2. Найти вязкость нефти, если дебит горизонтальной скважины, определённый по формуле Борисова (4.17), составляет  $300 \text{ см}^3/\text{с}$ , проницаемость пласта 10 мД, его мощность 30 м, длина горизонтального участка 100 м, радиус скважины 10 см, эффективный радиус кругового контура питания 150 м, перепад давления 2,3 МПа.

Ответ:  $\mu \approx 4,90 \text{ сП}$ .

- 4.3. При использовании формулы Пилатовского найти дебит нефти, если в пласт мощностью 30 м и проницаемостью 1 Д пробурена горизонтальная скважина длиной 90 м и радиусом 0,1 м, перепад давления 2 МПа, вязкость нефти 2 сП. Эффективный радиус кругового контура питания принять равным 100 м.

Ответ:  $Q \approx 6,11 \cdot 10^{-2} \frac{м^3}{с}$ .

- 4.4. Дебит некоторой горизонтальной скважины  $8 \cdot 10^{-3} \frac{м^3}{с}$ , её длина 100 м. Проницаемость пласта 1 Д, его мощность 10 м, вязкость нефти 5 сП, разница давлений на контуре питания и на забое равна 12 атм. Определить эффективный радиус кругового контура

питания. Считать мощность пласта малой по сравнению с длиной горизонтального участка скважины.

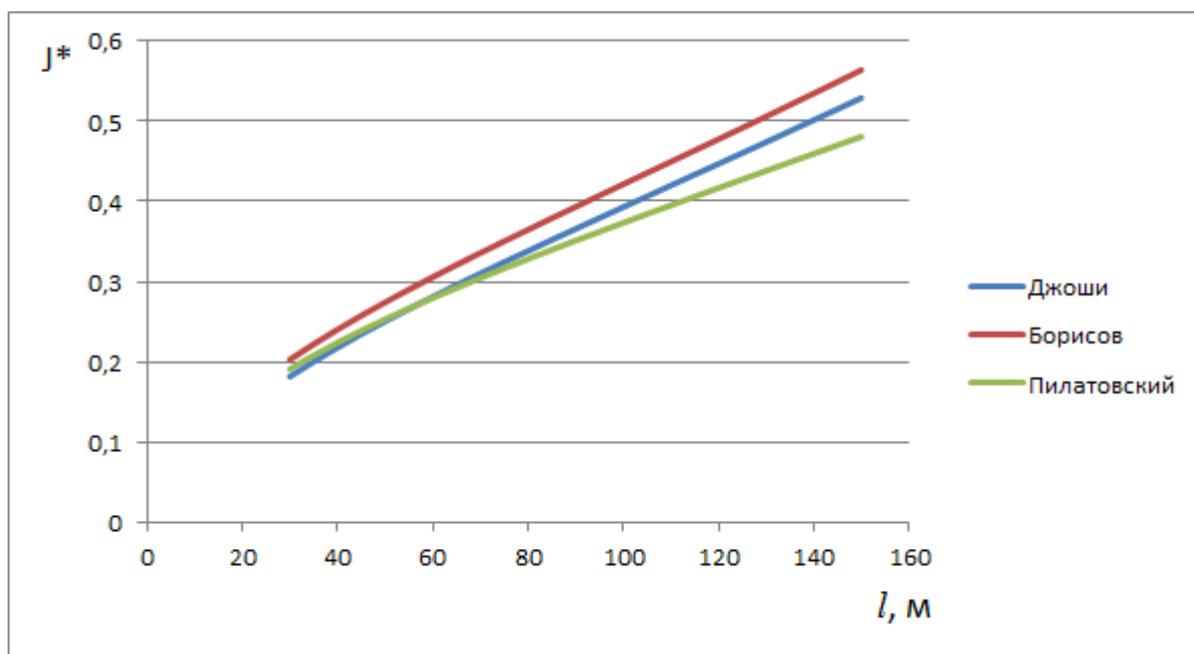
Ответ:  $R_k \approx 164$  м.

- 4.5. Длина горизонтальной скважины 120 м, а её радиус 0,1 м. Мощность пласта 12 м, эффективный радиус кругового контура питания 200 м. Чему равна безразмерная продуктивность скважины при использовании формулы Джоши?

Ответ:  $J^* \approx 0,434$ .

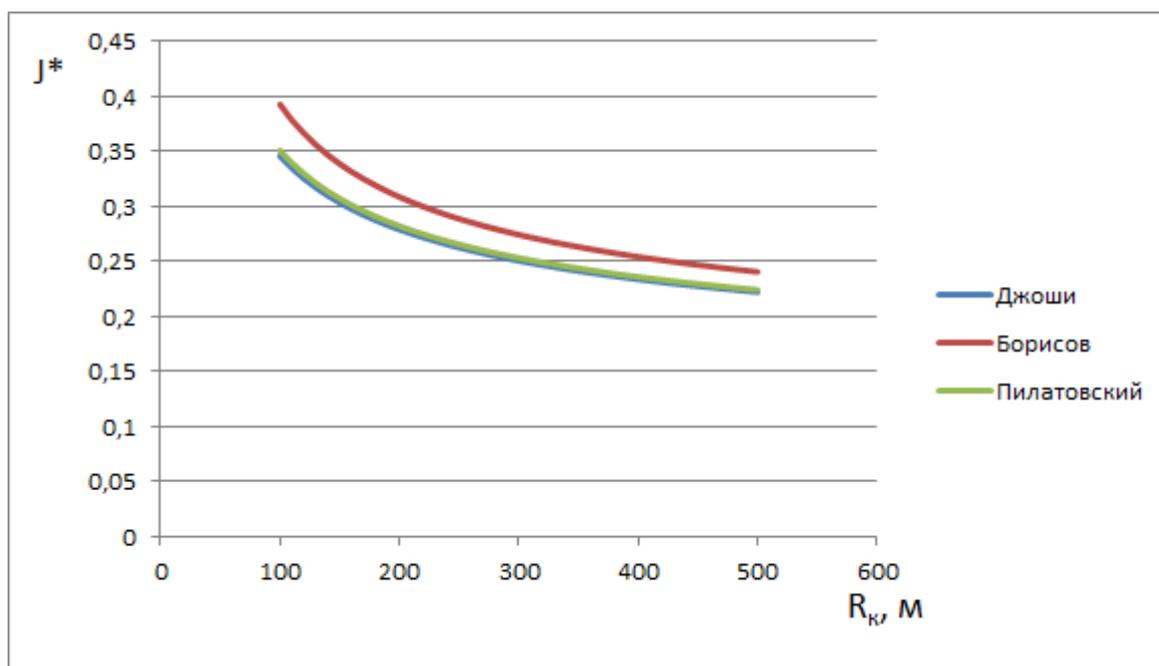
- 4.6. Радиус горизонтальной скважины 0,1 м, мощность пласта 30 м, эффективный радиус кругового контура питания 300 м. По формулам Джоши (4.14), Борисова (4.17) и Пилатовского (4.18) построить графики зависимости безразмерной продуктивности скважины от её полудлины в диапазоне от 30 м до 150 м.

Ответ:



- 4.7. Длина горизонтальной скважины 100 м, а её радиус 0,1 м. Мощность пласта 30 м. По формулам Джоши (4.14), Борисова (4.17) и Пилатовского (4.18) построить графики зависимости безразмерной продуктивности скважины от эффективного радиуса кругового контура питания в диапазоне от 100 м до 500 м.

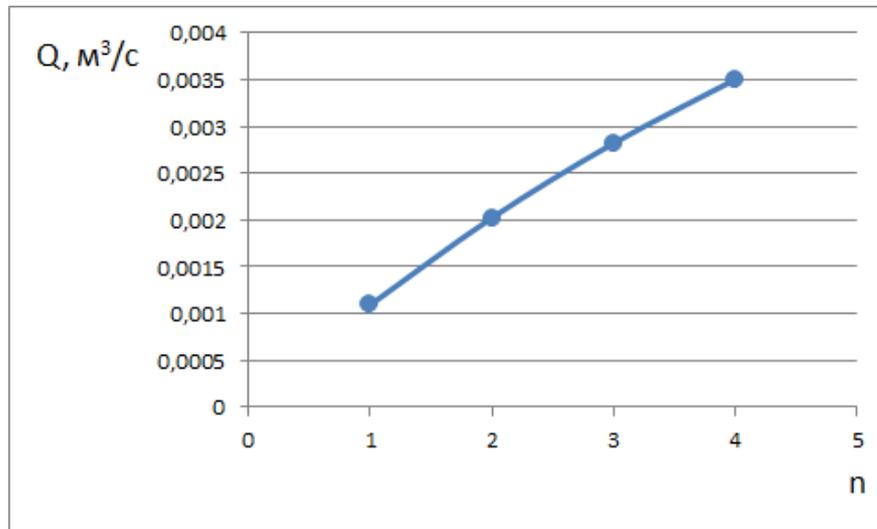
Ответ:



- 4.8. Найти дебиты нефти по формуле Григулецкого и Никитина (4.23)  $Q_g$  и по формуле для одноярусной многоствольной горизонтальной скважины без учёта анизотропии (4.25)  $Q$ , если проницаемость пласта по горизонтали 1 Д, по вертикали 150 мД, его мощность 15 м, депрессия на пласт 1,5 МПа, вязкость нефти 8 сП, радиус четырёхствольной скважины 0,1 м, длина отдельного ствола 150 м, радиус контура питания 250 м. Для формулы (4.25) считать проницаемостью пласта горизонтальную проницаемость.

Ответ:  $Q_g \approx 1,62 \cdot 10^{-2} \frac{м^3}{с}$ ,  $Q \approx 1,86 \cdot 10^{-2} \frac{м^3}{с}$ .

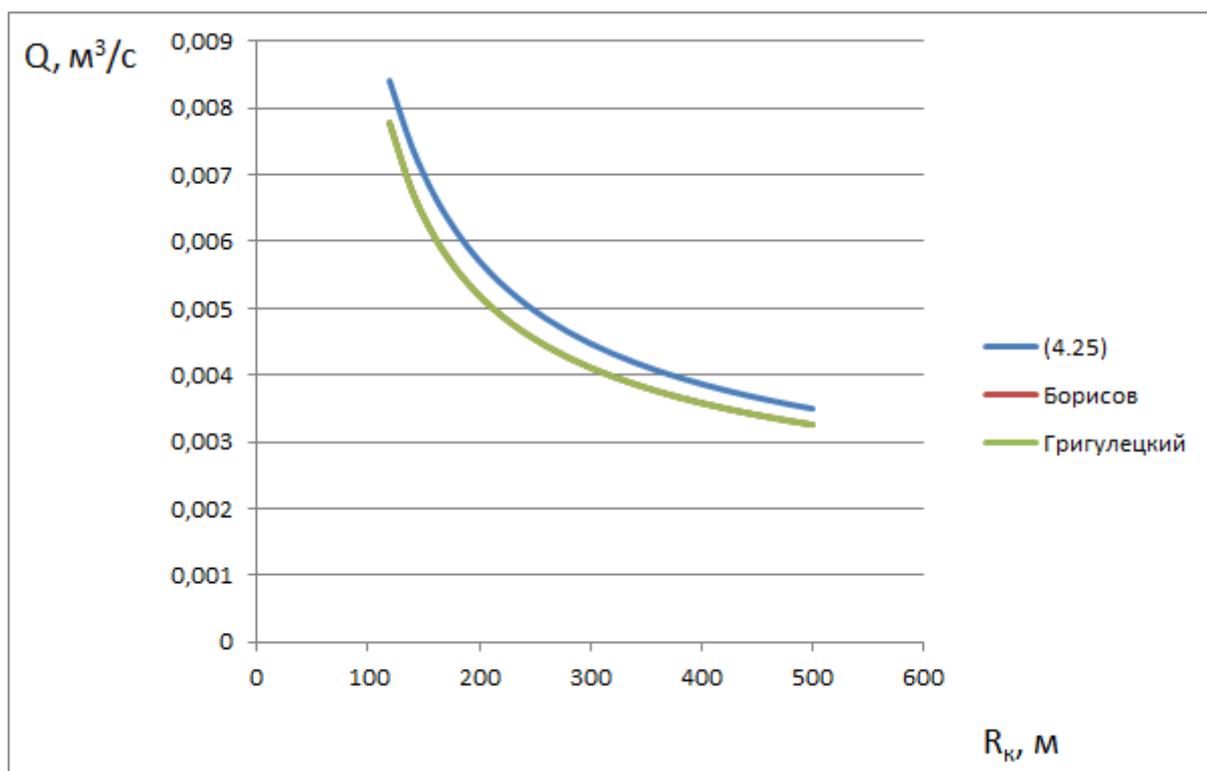
- 4.9. Построить график зависимости дебита нефти от числа стволов (от 1 до 4) некоторой скважины радиусом 10 см при длине отдельного ствола 400 м, если радиус контура питания 500 м, депрессия на пласт 30 атм, вязкость нефти 2 сП, мощность пласта 25 м, проницаемость 10 мД. Расчёт дебита вести по формуле для одноярусной многоствольной горизонтальной скважины без учёта анизотропии (4.25).



Ответ:

- 4.10. Построить графики зависимости дебита нефти вязкостью 5 мПа·с от радиуса контура питания в диапазоне от 120 м до 500 м с шагом 20 м по формулам Борисова, Пилатовского и Табакова, Григулецкого и Никитина и по формуле для одноярусной многоствольной горизонтальной скважины без учёта анизотропии (4.25), если мощность изотропного пласта 20 м, депрессия на пласт 16 атм, проницаемость пласта 200 мД, радиус горизонтальной скважины 0,1 м, число стволов 3, длина отдельного ствола 100 м.

Ответ:



## ГЛАВА 5. ФИЛЬТРАЦИЯ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

### 5.1. Фильтрация в неоднородных средах. Виды неоднородностей пласта

До сих пор рассматривался однородный пласт, свойства которого всюду одинаковы, а изменение проницаемости могло быть вызвано только улучшением или ухудшением свойств призабойной зоны. В реальных условиях пласт может включать в себя пропластки или зоны с меняющимися свойствами. Если пористость и/или проницаемость пласта неодинакова по всему его объёму, то пласт называется **неоднородным**. В таком случае, очевидно, нельзя в неизменном виде использовать закон Дарси и соответствующие виду притока формулы для дебитов. Поэтому необходимо рассмотреть виды неоднородностей пласта.

Вообще говоря, пласт может быть сильно неоднородным, но тогда можно ввести для определённых зон некоторые усреднённые характеристики. Поэтому различают три основных вида неоднородностей пласта [1]:

1. Слоистая неоднородность (неоднородность по мощности или по толщине), когда пласт разбит по мощности на несколько плоских слоёв с различной проницаемостью, постоянной по рассматриваемому слою. В одномерном случае перетоки через границы слоёв не учитываются, в двумерном уже необходим их учёт.
2. Зональная неоднородность (неоднородность по площади), при которой пласт по площади состоит из нескольких зон (областей) с различной проницаемостью, постоянной для каждой из этих зон. Мощность зон одинакова.
3. Неоднородные пласты с известной непрерывной или случайной функцией проницаемости.

Очевидно, что для первых двух случаев при рассмотрении одной какой-либо области (слоя, зоны) можно использовать закон Дарси и получить итоговое выражение для дебита нефти в неоднородном пласте в зависимости от флюида и типа притока. В общем случае приток может быть плоскопараллельным (прямолинейно-параллельным), плоскорадиальным или радиально-сферическим (либо более сложным), но ограничимся рассмотрением только первых двух видов притока как наиболее часто встречающихся на практике.

## **5.2. Слоистая неоднородность. Прямолинейно-параллельный поток**

Рассмотрим слоистую неоднородность пласта при прямолинейно-параллельном потоке (рис. 5.1). Пусть пласт разбит на  $n$  пропластков с разной проницаемостью, пористостью и толщиной, т.е.  $k_1, k_2, k_i, k_n$  – проницаемость первого, второго,  $i$ -того и  $n$ -го пропластка соответственно,  $m_1, m_2, m_i, m_n$  – пористость первого, второго,  $i$ -того и  $n$ -го пропластка соответственно,  $h_1, h_2, h_i, h_n$  – мощность первого, второго,  $i$ -того и  $n$ -го пропластка соответственно (рис. 5.1),  $h$  – мощность пласта, равная сумме толщин слоёв. При этом длина пропластков вдоль горизонтальной оси  $x$  одинакова и равна длине пласта  $L$ , давление на границах слоёв тоже одинаково и равно соответственно давлению на контуре питания  $p_k$  и давлению на галерее скважин  $p_2$ . На рис. 5.1 показаны кривые распределения давления вдоль горизонтальной оси для несжимаемой жидкости (1) и совершенного газа (2) [1].

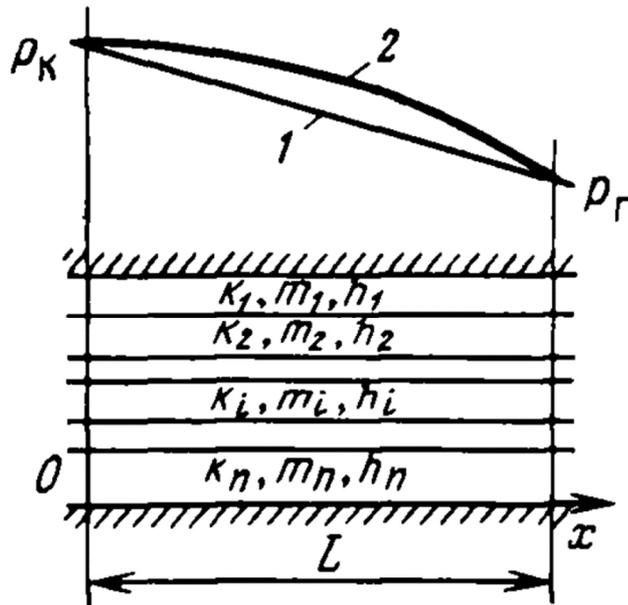


Рис. 5.1. Плоскопараллельный поток в слоисто-неоднородном пласте [1].

Поскольку поток в каждом пропластке является плоскопараллельным, то для любого  $i$ -го слоя справедлива известная из курса подземной гидромеханики формула для массового дебита несжимаемой жидкости:

$$Q_{mi} = \frac{k_i h_i B \rho_o (p_k - p_r)}{\mu L}, \quad (5.1)$$

где  $B$  – ширина галереи скважин,  $\rho_o$  – плотность флюида, или для совершенного газа

$$Q_{mi} = \frac{k_i h_i B \rho_{ат} (p_k^2 - p_r^2)}{2 p_{ат} \mu L}. \quad (5.2)$$

При этом суммарный массовый дебит по всем пропласткам (равный дебиту из неоднородного пласта) для несжимаемой жидкости

$$Q_m = \frac{k_{cp} h B \rho_o (p_k - p_r)}{\mu L}, \quad (5.3)$$

для совершенного газа

$$Q_m = \frac{k_{cp} h B \rho_{ат} (p_k^2 - p_r^2)}{2 p_{ат} \mu L}, \quad (5.4)$$

где средняя проницаемость пласта

$$k_{cp} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n k_i h_i. \quad (5.5)$$

Распределение давления  $p(x)$  в слоях одинаково и может быть найдено по формулам, известным из курса подземной гидромеханики. Для жидкости

$$p(x) = p_k - \frac{p_k - p_\Gamma}{L} x, 0 \leq x \leq L, \quad (5.6)$$

для совершенного газа

$$p(x) = \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_\Gamma^2}{L} x}, 0 \leq x \leq L. \quad (5.7)$$

Скорость фильтрации  $v_i$  и время движения частиц  $t_i$  от контура питания до некоторого горизонтального расстояния  $x$  в  $i$ -том пропластке неодинаковы для всех слоёв и зависят от их свойств. Тогда известные из подземной гидромеханики формулы для их вычисления выглядят так: для несжимаемой жидкости

$$v_i = \frac{k_i(p_k - p_\Gamma)}{\mu L}, \quad (5.8)$$

$$t_i = \frac{m_i \mu x L}{k_i(p_k - p_\Gamma)}, \quad (5.9)$$

для совершенного газа

$$v_i = \frac{k_i(p_k^2 - p_\Gamma^2)}{2\mu L p(x)}, \quad (5.10)$$

$$t_i = \frac{4m_i \mu L^2 (p_k^3 - p^3(x))}{3k_i(p_k^2 - p_\Gamma^2)^2}. \quad (5.11)$$

Следует напомнить, что истинная (средняя) скорость движения в  $i$ -том пропластке  $v_{cpi}$  и скорость фильтрации связаны соотношением

$$v_i = m_i v_{cpi}. \quad (5.12)$$

### 5.3. Зональная неоднородность. Прямолинейно-параллельный поток

Теперь рассмотрим зональную неоднородность пласта при прямолинейно-параллельном потоке (рис. 5.2). Пусть пласт разбит на  $n$  зон с разной проницаемостью, пористостью и длиной, т.е.  $k_1, k_2, k_i, k_n$  – проницаемость первой, второй,  $i$ -той и  $n$ -ной зоны соответственно,  $m_1, m_2, m_i, m_n$  – пористость первой, второй,  $i$ -той и  $n$ -ной зоны соответственно,  $l_1, l_2, l_i, l_n$  – длина вдоль горизонтальной оси  $x$  первой, второй,  $i$ -той и  $n$ -ной зоны соответственно (рис. 5.2),  $L$  – длина пласта, равная сумме длин зон. При этом толщина зон одинакова и равна мощности пласта  $h$ , расходы в зонах одинаковы и равны дебиту пласта. С другой стороны, давление на границах слоёв различно, на левой границе первой зоны оно равно давлению на контуре питания  $p_k$ , на левой границе  $i$ -той зоны оно равно некоторому давлению  $p_{i-1}$ , на правой границе этой же зоны равно  $p_i$ , на правой границе последней зоны оно равно давлению на галерее скважин  $p_g$  [1].

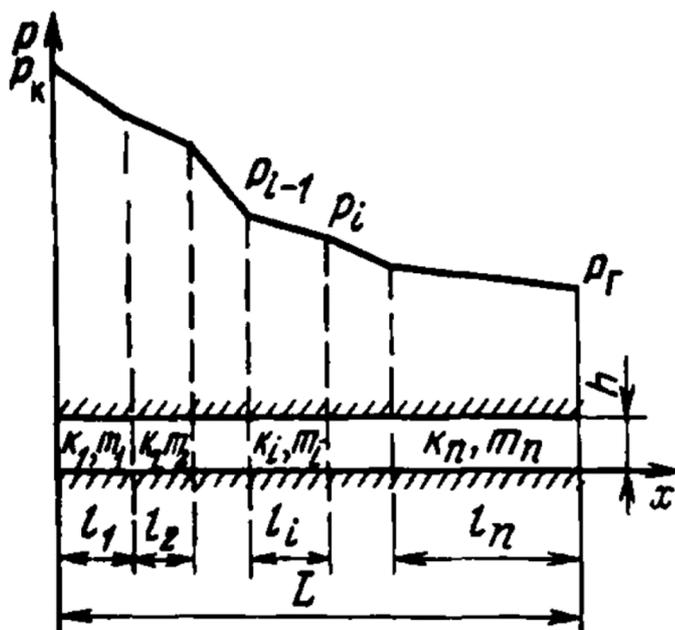


Рис. 5.2. Плоскопараллельный поток в зонально-неоднородном пласте [1].

На рис. 5.2 показана кривая распределения давления для несжимаемой жидкости.

В каждой зоне поток также будет плоскопараллельным, поэтому массовый дебит несжимаемой жидкости в  $i$ -той зоне

$$Q_{mi} = \frac{k_i h B \rho_o (p_{i-1} - p_i)}{\mu l_i}, \quad (5.13)$$

а массовый дебит совершенного газа

$$Q_{mi} = \frac{k_i h B \rho_{ат} (p_{i-1}^2 - p_i^2)}{2 p_{ат} \mu l_i}. \quad (5.14)$$

Массовый дебит пласта равен расходам в каждой из зон и может быть вычислен для несжимаемой жидкости или совершенного газа по формуле (5.3) или (5.4) соответственно, в которой средняя проницаемость

$$k_{cp} = \frac{L}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{k_i}} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{k_i}}. \quad (5.15)$$

Далее, аналогично предыдущему случаю, следует перечислить известные из курса подземной гидромеханики формулы, применённые к рассматриваемому пласту. Распределение давления  $p(x)$  в зонах неодинаково и для  $i$ -той зоны может быть найдено по формулам для несжимаемой жидкости

$$p_i(x) = p_{i-1} - \frac{p_{i-1} - p_i}{l_i} x, 0 \leq x \leq l_i, \quad (5.16)$$

и для совершенного газа

$$p_i(x) = \sqrt{p_{i-1}^2 - \frac{p_{i-1}^2 - p_i^2}{l_i} x}, 0 \leq x \leq l_i. \quad (5.17)$$

Поскольку расходы в зонах одинаковы и равны расходу пласта (как и площади поперечного сечения), то скорость фильтрации  $i$ -той зоны постоянна по всему пласту, а время движения частицы в  $i$ -той зоне зависит от свойств этой зоны. Тогда известные из подземной

гидромеханики формулы для их вычисления выглядят так: для несжимаемой жидкости по аналогии с (5.8) и (5.9)

$$v_i = \frac{k_i(p_{i-1} - p_i)}{\mu l_i}, \quad (5.18)$$

$$t_i = \frac{m_i \mu x l_i}{k_i(p_{i-1} - p_i)}, 0 \leq x \leq l_i, \quad (5.19)$$

для совершенного газа по аналогии с (5.10) и (5.11)

$$v_i = \frac{k_i(p_{i-1}^2 - p_i^2)}{2\mu l_i p_i(x)}, \quad (5.20)$$

$$t_i = \frac{4m_i \mu l_i^2 (p_{i-1}^3 - p_i^3(x))}{3k_i(p_{i-1} - p_i)^2}, 0 \leq x \leq l_i. \quad (5.21)$$

#### 5.4. Плоскорадиальный поток в неоднородных средах

Выше был рассмотрен прямолинейно-параллельный поток в различных неоднородных пластах. Однако наиболее часто приток к скважине бывает плоскорадиальным, поэтому необходимо получить формулы для основных величин в этом случае для слоисто-неоднородных и зонально-неоднородных пластов.

Аналогично плоскопараллельному потоку рассмотрим слоистую неоднородность пласта. Пусть пласт разбит на  $n$  пропластков с разной проницаемостью, пористостью и толщиной, т.е.  $k_1, k_2, k_i, k_n$  – проницаемость первого, второго,  $i$ -того и  $n$ -го пропластка соответственно,  $m_1, m_2, m_i, m_n$  – пористость первого, второго,  $i$ -того и  $n$ -го пропластка соответственно,  $h_1, h_2, h_i, h_n$  – мощность первого, второго,  $i$ -того и  $n$ -го пропластка соответственно (рис. 5.3),  $h$  – мощность пласта, равная сумме толщин слоёв. При этом радиус пропластков вдоль радиальной координаты  $r$  одинаков и равен радиусу контура питания  $R_k$ , давление во всех слоях в точке с координатой радиуса скважины  $r_c$  равно забойному давлению  $p_c$ , одинаково и давление на контуре питания  $p_k$ . На рис. 5.3

показаны кривые распределения давления вдоль радиальной координаты для несжимаемой жидкости (1) и совершенного газа (2) [1].

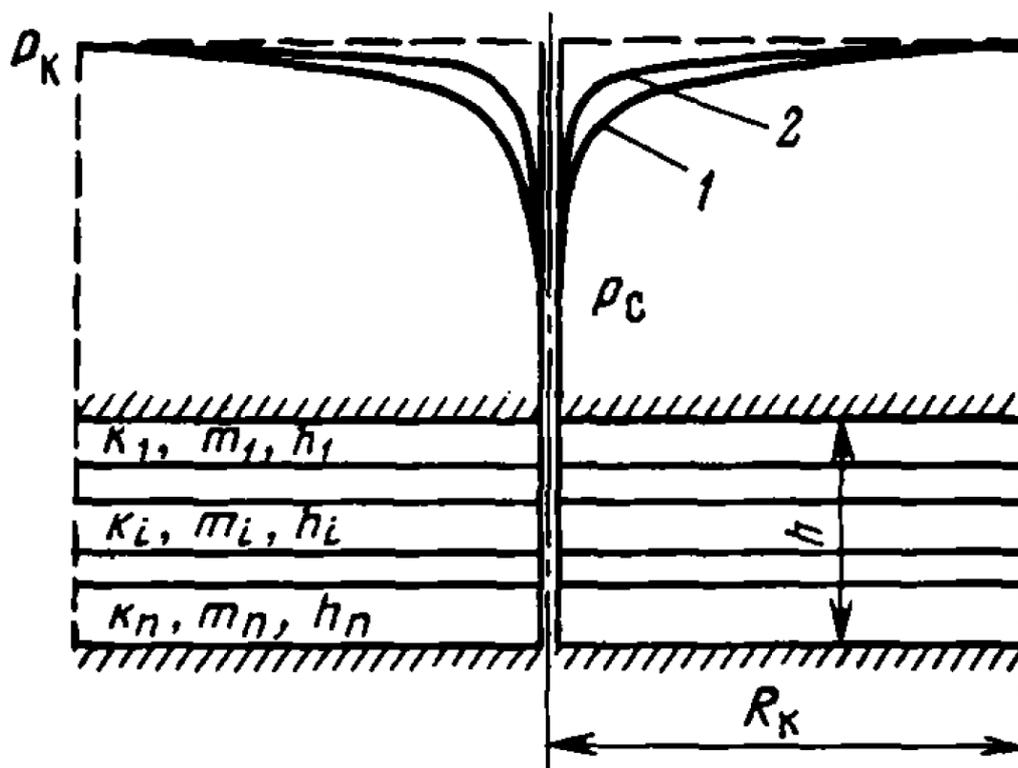


Рис. 5.3. Плоскорадиальный поток в слоисто-неоднородном пласте [1].

Поскольку поток в каждом пропластке является плоскорадиальным, то для любого  $i$ -го слоя справедлива формула для массового дебита несжимаемой жидкости, полученная из формулы Дюпюи для объёмного дебита (4):

$$Q_{mi} = \frac{2\pi k_i h_i \rho_o (p_K - p_C)}{\mu \ln \frac{R_K}{r_c}}, \quad (5.22)$$

для совершенного газа с учётом функции Лейбензона из подземной гидромеханики

$$Q_{mi} = \frac{\pi k_i h_i \rho_{ат} (p_K^2 - p_C^2)}{\mu \rho_{ат} \ln \frac{R_K}{r_c}}. \quad (5.23)$$

При этом суммарный массовый дебит по всем пропласткам (равный дебиту из неоднородного пласта) для несжимаемой жидкости

$$Q_m = \frac{2\pi k_{cp} h \rho_o (p_K - p_c)}{\mu \ln \frac{R_K}{r_c}}, \quad (5.24)$$

для совершенного газа

$$Q_m = \frac{\pi k_{cp} h \rho_{ат} (p_K^2 - p_c^2)}{\mu p_{ат} \ln \frac{R_K}{r_c}}, \quad (5.25)$$

где средняя проницаемость пласта вычисляется по формуле (5.5).

Распределение давления  $p(r)$  в слоях одинаково и может быть найдено по формулам, известным из курса подземной гидромеханики.

Для жидкости

$$p(r) = p_K - \frac{(p_K - p_c)}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r}, r_c \leq r \leq R_K, \quad (5.26)$$

для совершенного газа

$$p(r) = \sqrt{p_K^2 - \frac{p_K^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r}}, r_c \leq r \leq R_K. \quad (5.27)$$

Скорость фильтрации  $v_i$  в  $i$ -том пропластке не совпадает для всех слоёв и зависит от их свойств. Тогда по известным из подземной гидромеханики формулам для несжимаемой жидкости (из формулы Дюпюи (4) при делении дебита на площадь притока – цилиндр)

$$v_i = \frac{k_i (p_K - p_c)}{r \mu \ln \frac{R_K}{r_c}}, \quad (5.28)$$

для совершенного газа

$$v_i = \frac{k_i (p_K^2 - p_c^2)}{2 \mu r p(r) \ln \frac{R_K}{r_c}}. \quad (5.29)$$

Теперь рассмотрим зональную неоднородность пласта. Пусть пласт разбит на  $n$  зон с разной проницаемостью, пористостью и длиной, т.е.  $k_1, k_2, k_i, k_n$  – проницаемость первой, второй,  $i$ -той и  $n$ -ной зоны соответственно (индекс меняется от скважины до контура питания),  $m_1, m_2, m_i, m_n$  – пористость первой, второй,  $i$ -той и  $n$ -ной зоны соответственно,  $r_1, r_2, r_i, R_k$  – радиус первой, второй,  $i$ -той и  $n$ -ной зоны соответственно (рис. 5.4). При этом толщина зон одинакова и равна мощности пласта  $h$ , расходы в зонах одинаковы и равны дебиту пласта. С другой стороны, давление на границах слоёв различно, на ближней к скважине границе первой зоны оно равно забойному давлению  $p_c$ , на ближней к скважине границе  $i$ -той зоны оно равно некоторому давлению  $p_{i-1}$ , на другой границе этой же зоны равно  $p_i$ , на дальней границе последней зоны оно равно давлению на контуре питания  $p_k$  [1].

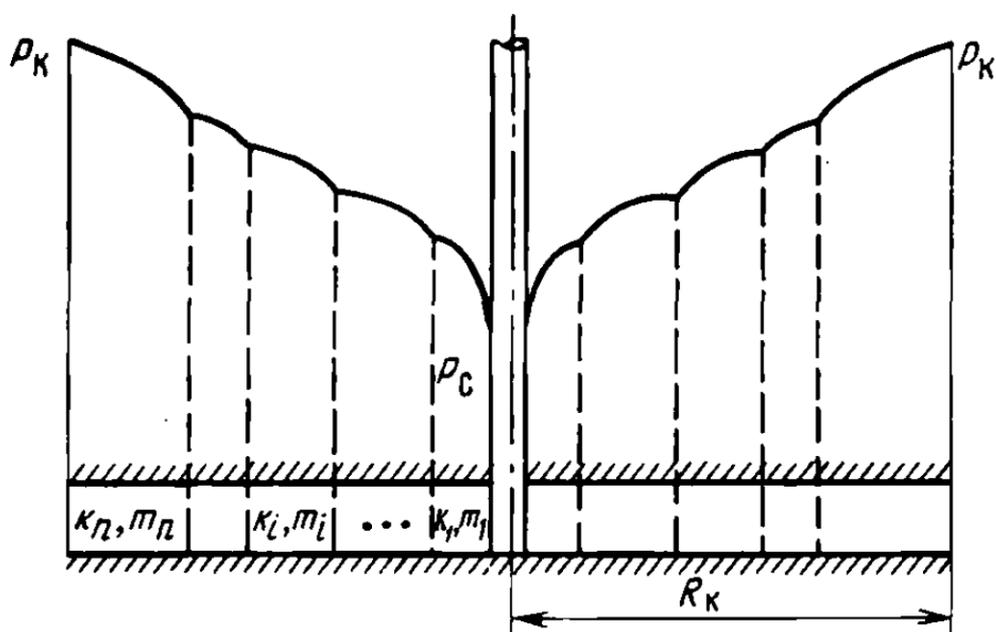


Рис. 5.4. Плоскорадиальный поток в зонально-неоднородном пласте [1].

На рис. 5.4 показана кривая распределения давления для несжимаемой жидкости.

В каждой зоне поток также будет плоскорадиальным, поэтому массовый дебит несжимаемой жидкости в  $i$ -той зоне

$$Q_{mi} = \frac{2\pi k_i h \rho_o (p_i - p_{i-1})}{\mu \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}}, \quad (5.30)$$

а массовый дебит совершенного газа

$$Q_{mi} = \frac{\pi k_i h \rho_{\text{ар}} (p_i^2 - p_{i-1}^2)}{\mu p_{\text{ар}} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}}. \quad (5.31)$$

Здесь радиусы  $r_0=r_c$ ,  $r_n=R_k$ .

Массовый дебит пласта равен расходам в каждой из зон и может быть вычислен для несжимаемой жидкости или совершенного газа по формуле (5.24) или (5.25) соответственно, в которой средняя проницаемость

$$k_{\text{ср}} = \frac{\ln \frac{R_k}{r_c}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}}. \quad (5.32)$$

Далее, аналогично предыдущему случаю, следует перечислить известные из курса подземной гидромеханики формулы, применённые к рассматриваемому пласту. Распределение давления  $p(r)$  в зонах неодинаково и для  $i$ -той зоны может быть найдено по формулам для несжимаемой жидкости

$$p_i(r) = p_i - \frac{p_i - p_{i-1}}{\ln \frac{r_i}{r_{i-1}}} \ln \frac{r_i}{r}, \quad r_{i-1} \leq r \leq r_i, \quad (5.33)$$

и для совершенного газа

$$p_i(r) = \sqrt{p_i^2 - \frac{p_i^2 - p_{i-1}^2}{\ln \frac{r_i}{r_{i-1}}} \ln \frac{r_i}{r}}, \quad r_{i-1} \leq r \leq r_i. \quad (5.34)$$

Поскольку расходы в зонах одинаковы и равны расходу пласта (как и площади поперечного сечения), то скорость фильтрации  $i$ -той зоны

постоянна по всему пласту, тогда известная из подземной гидромеханики формула для её вычисления выглядят так: для несжимаемой жидкости

$$v_i = \frac{k_i(p_i - p_{i-1})}{r\mu \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}}, \quad (5.35)$$

для совершенного газа

$$v_i = \frac{k_i(p_i^2 - p_{i-1}^2)}{2\mu r p_i(r) \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}}. \quad (5.36)$$

Таким образом, были рассмотрены виды неоднородности пласта и получены основные формулы для характерных величин для прямолинейно-параллельного и плоскорадиального притоков в зависимости от вида неоднородности.

### **Вопросы для самопроверки:**

1. Какой пласт называется неоднородным?
2. Какие виды неоднородностей пласта Вы знаете?
3. Можно ли всегда считать равными дебиты для пропластков в случае слоистой неоднородности и плоскопараллельного потока?
4. Как найти распределение давления в слоях пласта при плоскопараллельном потоке?
5. Чему равна средняя проницаемость в случае слоистой неоднородности и плоскопараллельного потока?
6. Можно ли считать равными дебиты для пропластков в случае зональной неоднородности?
7. Чему равна скорость фильтрации в некоторой зоне пласта для различных видов притока?
8. Как отличаются между собой дебиты пропластков при плоскорадиальном потоке в слоисто-неоднородном пласте, если их проницаемости отличаются в 2 раза?

9. Как найти скорость фильтрации при плоскорадиальном потоке для различных видов неоднородностей пласта?
10. Чему равная средняя проницаемость в случае зональной неоднородности и плоскорадиального потока?

## 5.5. Практические задачи

**Пример 5.1.** Имеется слоисто-неоднородный пласт, состоящий из 3 слоёв с проницаемостями 20 мД, 50 мД, 100 мД и толщинами 5 м, 15 м и 10 м соответственно, в котором реализуется плоскопараллельный приток к галерее скважин шириной 200 м. Длина пласта 5 км, давление на контуре питания 2 МПа, давление на галерее скважин 1 МПа, плотность нефти 850 кг/м<sup>3</sup>, её вязкость 2,5 сП. Найти массовый дебит нефти в пласте.

**Решение.** Искомый дебит можно найти из (5.3), считая нефть несжимаемой жидкостью:

$$Q_m = \frac{k_{\text{ср}} h B \rho_o (p_k - p_r)}{\mu L}.$$

Подставим в это выражение среднюю проницаемость из (5.5)

$$k_{\text{ср}} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n k_i h_i,$$

где число слоёв  $n=3$ , тогда получим итоговую формулу:

$$Q_m = \frac{B \rho_o (p_k - p_r)}{\mu L} \sum_{i=1}^3 k_i h_i$$

$$Q_m = \frac{200 \text{ м} \cdot 850 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot (2 - 1) \cdot 10^6 \text{ Па}}{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с} \cdot 5000 \text{ м}} (2 \cdot 5 + 5 \cdot 15 + 10 \cdot 10) \cdot 10^{-14} \text{ м}^2 \cdot \text{м},$$

$$Q_m \approx 2,52 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{с}}.$$

Ответ:  $Q_m \approx 2,52 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{с}}$ .

**Пример 5.2.** Пласт является зонально-неоднородным, приток – плоскопараллельным. Давление на правой границе некоторой зоны составляет 9 атм, на левой – 1,5 МПа, длина зоны 20 м. Найти давление в этой зоне на расстоянии 10 м от её левой границы.

**Решение.** Для нахождения требуемого давления необходимо использовать формулу (5.16)

$$p_i(x) = p_{i-1} - \frac{p_{i-1} - p_i}{l_i} x = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Па} - \frac{1,5 - 0,9}{20 \text{ м}} \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot 10 \text{ м},$$

$$p_i(x) = 1,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 1,2 \text{ МПа}.$$

Ответ:  $p_i(x) = 1,2 \text{ МПа}$ .

### Задачи:

- 5.1. Вывести формулы для средней проницаемости в слоисто-неоднородном пласте при плоскопараллельном и плоскорадиальном притоках (5.5), в зонально-неоднородном пласте в тех же случаях ((5.15) и (5.32) соответственно).
- 5.2. Имеется слоисто-неоднородный пласт, состоящий из 3 слоёв с проницаемостями 75 мД, 90 мД, 1,5 Д и толщинами 12 м, 15 м и 2 м соответственно, в котором реализуется плоскопараллельный приток совершенного газа к галерее скважин шириной 250 м. Длина пласта 3 км, давление на контуре питания 1,5 МПа, давление на галерее скважин 1,2 МПа, атмосферное давление 101325 Па, плотность газа при атмосферном давлении 1,2 кг/м<sup>3</sup>, его вязкость  $3 \cdot 10^{-5}$  Па·с. Найти массовый дебит газа в пласте (в т/сут.).  
 Ответ:  $Q_m \approx 6,04 \frac{\text{т}}{\text{сут.}}$
- 5.3. Найти скорость фильтрации в некотором пропластке слоисто-неоднородного пласта при плоскорадиальном притоке на расстоянии 50 м от оси скважины, если проницаемость этого пропластка 1,5 Д, давление на контуре питания 3 МПа, радиус

контура питания 150 м, забойное давление 2 МПа, радиус скважины 0,1 м, вязкость нефти 10 сП.

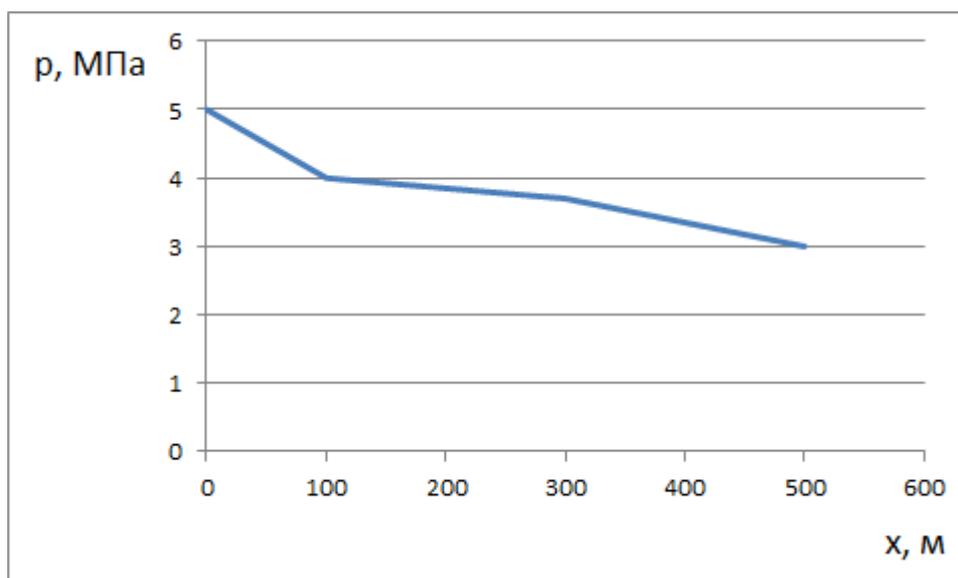
Ответ:  $v_i \approx 4,10 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

5.4. С использованием знаний из подземной гидромеханики получить формулы для времени движения частицы от контура питания до галереи скважин в случае слоистой неоднородности для несжимаемой жидкости (5.9) и совершенного газа (5.11).

5.5. Чему равно время движения частицы нефти (в сутках) от контура питания до галереи скважин в некотором пропластке слоисто-неоднородного пласта, если пористость этого слоя 20%, проницаемость 50 мД, длина пласта 250 м, вязкость нефти 5 сП, депрессия на пласт 120 атм?

Ответ:  $t_i \approx 1206$  сут.

5.6. Имеется зонально-неоднородный пласт длиной 500 м, длина первой зоны 100 м, второй 200 м. Давление на контуре питания 5 МПа, на границе первой и второй зоны 4 МПа, на границе второй и третьей зоны 3,7 МПа, на галерее скважин 3 МПа. Построить распределение давления в этом пласте вдоль горизонтальной оси  $x$  для несжимаемой жидкости с шагом 1 м.



Ответ:

5.7. Объект разработки представляет собой зонально-неоднородный пласт, в котором реализуется прямолинейно-параллельный приток нефти к галерее скважин шириной 180 м. Имеются данные характеристик по некоторой зоне: проницаемость 1 Д, мощность 15 м, давление на более удалённой от галереи скважин границе 9,5 МПа, на менее удалённой 8,3 МПа, длина зоны 50 м, объём нефти 120000 м<sup>3</sup>, масса 100000 т, вязкость нефти 3 сП. Чему равен массовый дебит нефти из пласта?

Ответ:  $Q_m \approx 18,0 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$ .

5.8. Найти скорость фильтрации в зонально-неоднородном пласте при плоскорадиальном притоке на расстоянии 55 м от оси скважины, где давление составляет 3,9 МПа, если массовый дебит совершенного (идеального) газа в одной из зон 2 кг/с, мощность пласта 25 м, пластовая температура 50°C, универсальная газовая постоянная  $8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ , газ – метан.

Ответ:  $v_i \approx 9,96 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

## **ГЛАВА 6. МЕТОДЫ УВЕЛИЧЕНИЯ НЕФТЕОТДАЧИ, ВОЗДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ПРИЗАБОЙНУЮ ЗОНУ ПЛАСТА**

### **6.1. Методы увеличения нефтеотдачи, воздействующие на призабойную зону пласта**

Кроме методов обработки призабойной зоны пласта (ПЗП), воздействующих, главным образом, на свойства этой зоны и не влияющих на остальной пласт, существуют также методы увеличения нефтеотдачи (МУН), воздействующие уже на свойства пластового флюида. Многие из этих методов оказывают влияние на весь пласт в целом, однако существует несколько методов, применяемых, в основном, в призабойной зоне пласта, хотя и оказывающих влияние на весь объект разработки. Именно они будут рассмотрены в настоящей главе.

Для начала следует перечислить эти методы:

1. Воздействие на ПЗП поверхностно-активными веществами, снижающими поверхностное натяжение нефти на границе с водой.
2. Газовые методы воздействия на ПЗП, улучшающие подвижность нефти, снижающие её вязкость и поверхностное натяжение на границе с водой.
3. Электрические методы воздействия на ПЗП, увеличивающие подвижность нефти и нефтеотдачу.
4. Магнитная обработка ПЗП, улучшающая вытесняющие свойства воды.
5. Пароциклическое воздействие на ПЗП, относящееся к более широкой группе тепловых методов, остальные в этой группе воздействуют на весь пласт в целом. Пар отдаёт свою теплоту нефти, снижая её вязкость и увеличивая подвижность, кроме того, он участвует в вытеснении нефти, как и сконденсировавшаяся вода.

Необходимо отметить, что ранее была распространена практика применения методов увеличения нефтеотдачи только на последних стадиях разработки месторождений, когда добыча нефти традиционными методами уже оказывалась нерентабельной. Однако зачастую эффективнее применять эти методы на более ранних стадиях для добычи большего количества нефти и уменьшения остаточной нефтенасыщенности, поэтому сейчас возможность применения МУН учитывается при подготовке проекта разработки месторождения.

## **6.2. Воздействие на призабойную зону пласта поверхностно-активными веществами**

Как было отмечено выше, одним из методов увеличения нефтеотдачи, воздействующих преимущественно на призабойную зону пласта, является применение поверхностно-активных веществ (ПАВ). Молекулы большинства поверхностно-активных веществ состоят из длинных углеводородных цепей, с помощью различных химических механизмов, в зависимости от вида ПАВ снижающих поверхностное натяжение нефти на границе с водой, что подробно описывается в курсе химии. Достаточно распространёнными ПАВ являются стеарат натрия, сульфенол, оксиэтилированные аклилфенолы и многие другие. Эти вещества закачиваются в скважины в растворённом в воде состоянии.

Для оценки эффективности ПАВ необходим расчёт удельной адсорбции ПАВ  $\Gamma$  в поверхностном слое и снижения поверхностного натяжения в зависимости от концентрации ПАВ в водном растворе  $C$ , которая измеряется либо в %, либо в моль/м<sup>3</sup> (или кмоль/м<sup>3</sup>), что обычно уточняется при записи расчётных выражений. Согласно уравнению Гиббса [3], удельная адсорбция

$$\Gamma = - \frac{C}{RT} \frac{\partial \sigma}{\partial C}, \quad (6.1)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – абсолютная пластовая температура,  $\sigma$  – поверхностное натяжение водного раствора ПАВ на границе с нефтью.

Важно отметить, что с увеличением концентрации ПАВ поверхностное натяжение водного раствора на границе с нефтью стремительно снижается, причём, очевидно, производная  $\frac{\partial \sigma}{\partial C}$  отрицательна. Поэтому для растворов вводится поверхностная активность ПАВ [3], равная

$$G = -\frac{\partial \sigma}{\partial C}, \quad (6.2)$$

являющаяся функцией концентрации, которая здесь обязательно измеряется в моль/м<sup>3</sup> (или кмоль/м<sup>3</sup>). Единицей измерения поверхностной активности при этом является Н·м<sup>2</sup>/моль (или Н·м<sup>2</sup>/кмоль). На практике используют оценочное значение поверхностной активности ПАВ [3]:

$$G_0 = -\left(\frac{\partial \sigma}{\partial C}\right)_{C \rightarrow 0}. \quad (6.3)$$

Чем выше величина поверхностной активности, тем эффективнее применение ПАВ, причём в этом случае возможно применение небольших концентраций поверхностно-активных веществ при достижении существенного снижения поверхностного натяжения, что повышает рентабельность этого метода. Такие ПАВ улучшают смачиваемость породы водой в присутствии нефти, разрушают водонефтяные эмульсии. Кроме того, эффективны ПАВ, имеющие низкое значение адсорбции на поверхности породы. Другие требования к поверхностно-активным веществам – дешевизна, полная растворимость в солёной и пресной водах. Нередко могут применяться различные смеси подобных веществ [3].

В первую очередь, ПАВ действуют именно в призабойной зоне пласта, в дальнейшем, однако, их действие распространяется на весь пласт.

Однако применение ПАВ затруднительно в пластах с большой остаточной водонасыщенностью, которая может привести к образованию блокирующего вала воды. Кроме того, высокое значение адсорбции на поверхности пород может привести к снижению концентрации ПАВ на контакте нефть-вода и уменьшению эффективности его применения, хотя в дальнейшем процессе фильтрации при применении чистой воды возможны и процессы десорбции. При этом адсорбция неодинакова по всему пласту. Недостатков, связанных с адсорбцией, можно избежать, если нагнетать в пласт сначала водные растворы с повышенной концентрацией ПАВ, а затем использовать пресную воду («метод оторочки») [3].

### **6.3. Газовые методы воздействия на призабойную зону пласта**

Для увеличения подвижности нефти, снижения её вязкости и поверхностного натяжения на границе с водой можно использовать газовые методы воздействия на призабойную зону пласта. Из этих методов преимущественно на ПЗП имеют действия газы высокого давления (углеводородный газ, азот, дымовой газ) и двуокись углерода  $\text{CO}_2$ . Последний метод является наиболее распространённым, поэтому будет далее рассмотрен подробнее.

Углекислый газ, помимо вышеперечисленных эффектов, улучшает и фильтрационные свойства ПЗП и вообще пласта в целом. С увеличением температуры поверхностное натяжение углекислого газа снижается, достигая сравнительно небольших значений уже при типовых пластовых температурах (см. таблицу 6.1). Благодаря этому, нефть

вытесняется легче. С другой стороны, при этом ухудшается растворимость углекислого газа в воде (рис. 6.1), с которой он закачивается, а её вязкость увеличивается [3]. В таком случае увеличивают давление закачки, чтобы повысить растворимость (рис. 6.1).

Таблица 6.1. Поверхностное натяжение сжиженного углекислого газа [3].

Поверхностное натяжение, мН/м	16,54	4,62	1,37	0,59
Температура, °С	-52	0	20	25

Важно, что углекислый газ также растворим в углеводородах, что повышает их подвижность, снижает вязкость и поверхностное натяжение, причём процесс растворения происходит взаимно для нефти и углекислого газа. Однако с увеличением молекулярной массы углеводородов растворимость диоксида углерода в них снижается, поэтому данный метод не применяется для нефти с очень большой вязкостью и заменяется каким-либо из тепловых. Смолы и твёрдые парафины в углекислом газе не растворяются. Из положительных эффектов необходимо отметить, что с увеличением концентрации двуокиси углерода в смеси с нефтью растворимость углеводородов увеличивается.

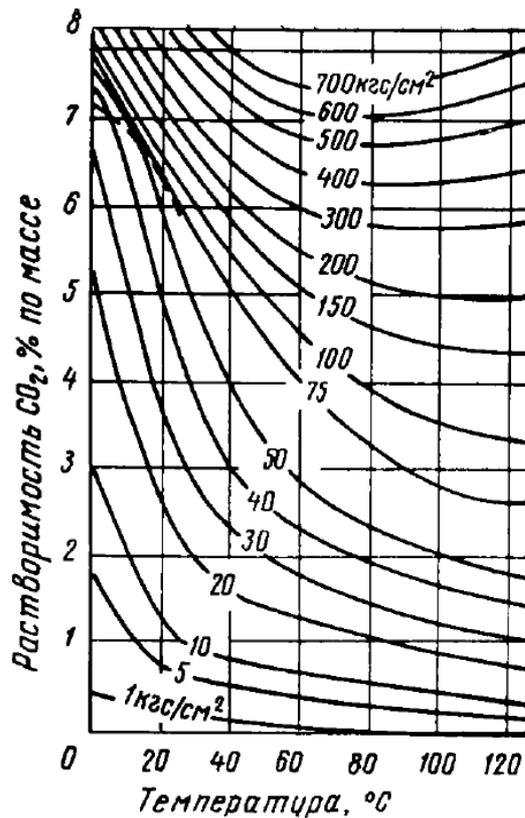


Рис. 6.1. Зависимость растворимости углекислого газа в воде от температуры при различных давлениях [3].

Кроме того, углекислый газ химически взаимодействует с породой, улучшая её фильтрационные свойства, повышает кислотность глин и предотвращает их набухание. Из недостатков метода следует выделить возможность углекислотной коррозии.

#### 6.4. Электрическое и магнитное воздействие на призабойную зону пласта

В некоторых случаях для улучшения свойств флюида и самого пласта в призабойной зоне целесообразно применять электрические методы.

При наличии пластов с кварцевым песком можно применять воздействие высокочастотным переменным током, что вызывает

пьезоэффект и соответствующие колебания кварцевых песчинок, приводящие к дополнительному выделению из них нефти.

Другой метод воздействия, который можно использовать при наличии малоподвижных флюидов – применение в ПЗП однополярного электрического тока перед началом эксплуатации. За счёт электрокинетических эффектов подвижность флюида и проницаемость пласта увеличиваются, причём эффект сохраняется и после окончания обработки. Однако вязкость пластового флюида не должна достигать порядка 100 сП и более, поэтому обычно предпочитают тепловые методы. С другой стороны, если порода способствует большим теплотерям, то целесообразно вместо тепловых методов воздействия применять именно применение однополярного электрического тока.

В случае низкой проницаемости призабойной зоны, но хороших характеристик остальной части пласта можно применять обработку ПЗП импульсным током. Проницаемость увеличивается за счёт механического разрушения цементирующих веществ в тонких капиллярах, ограничивающих возможность течения флюида.

Существует и ряд других электрических методов, имеющих, однако, очень узкую направленность, поэтому их описание в рамках данного курса нецелесообразно.

При недостаточно эффективном вытеснении нефти водой в силу высокой смачиваемости вытесняющей жидкостью окружающих пород можно применять воздействие магнитными полями на призабойную зону пласта. За счёт этого достигается ухудшение смачивающих породу свойств воды, в том числе увеличивается краевой угол смачивания. Оптимальная величина напряжённости магнитного поля в таком случае составляет несколько сот тысяч А/м [3].

Улучшение вытесняющих свойств воды сохраняется с течением некоторого времени после магнитной обработки (около нескольких суток),

но с повышением пластовой температуры продолжительность этого периода уменьшается.

При магнитной обработке также повышается растворимость некоторых веществ в воде, что позволяет избежать отложения солей в трубопроводах при добыче обводнённой нефти.

Существенным недостатком воздействия магнитным полем является слабая теоретическая изученность этого явления, что нередко приводит к непредсказуемым последствиям, несмотря на ряд лабораторных исследований. Кроме того, требуются очень мощные источники магнитных полей. Поэтому до сих пор магнитная обработка не нашла широкого применения на практике.

## **6.5. Пароциклическое воздействие на призабойную зону пласта**

### **6.5.1. Влияние температуры на вязкость жидкостей**

При увеличении температуры вязкость жидкостей быстро уменьшается. Закон этого уменьшения близок к экспоненциальному — зависимость динамической вязкости  $\mu$  от абсолютной температуры  $T$  имеет вид (формула Андраде):

$$\mu = Ae^{B/T}, \quad (6.5.1.1)$$

где  $A$  и  $B$  — численные коэффициенты.

Однако существуют соотношения, более точно описывающие влияние температуры на вязкость жидких углеводородов. В частности, можно представить связь кинематической вязкости  $\nu$  и абсолютной температуры  $T$  в виде

$$\lg[\lg(\nu + C)] + D \lg T = F, \quad (6.5.1.2)$$

Здесь  $C$ ,  $D$  и  $F$  — константы, в формулу подставляются численные значения величин в системе СИ. Этот вид записи удобен для получения стандартных кривых в координатах  $\nu - T$ , построенных в масштабе,

позволяющем представить график изменения вязкости в виде прямой (рис. 6.5.1.1). Этот закон проверен экспериментально и хорошо выполняется при условии, что среда остается жидкой во всем диапазоне изменения температуры (например, при низких температурах необходимо следить, чтобы не происходило осаждение парафинов).

Из (6.5.1.2) можно найти  $\nu$ , зная  $\nu_1$  при исходной температуре  $T_1$ :

$$\lg[\lg(\nu + C)] = D(\lg T_1 - \lg T) + \lg[\lg(\nu_1 + C)] \quad (6.5.1.3)$$

или

$$\lg(\nu + C) = \left(\frac{T_1}{T}\right)^D \lg(\nu_1 + C). \quad (6.5.1.4)$$

Что касается исследований, посвященных оценкам констант в (6.5.1.3), ограничимся упоминанием работ Брадена. Он показал, что  $C \approx 0,6$ , если вязкость превосходит 1,5 сСт и изменяется по сложному закону при небольшой вязкости. В зависимости от рассматриваемого углеводорода  $3,5 < D < 4,3$  (рис. 6.5.1.2). Соответствие теоретических результатов экспериментальным было проверено при температурах до 260°C для 15 видов дегазированной нефти и углеводородов (см. рис. 6.5.1.1) [2].

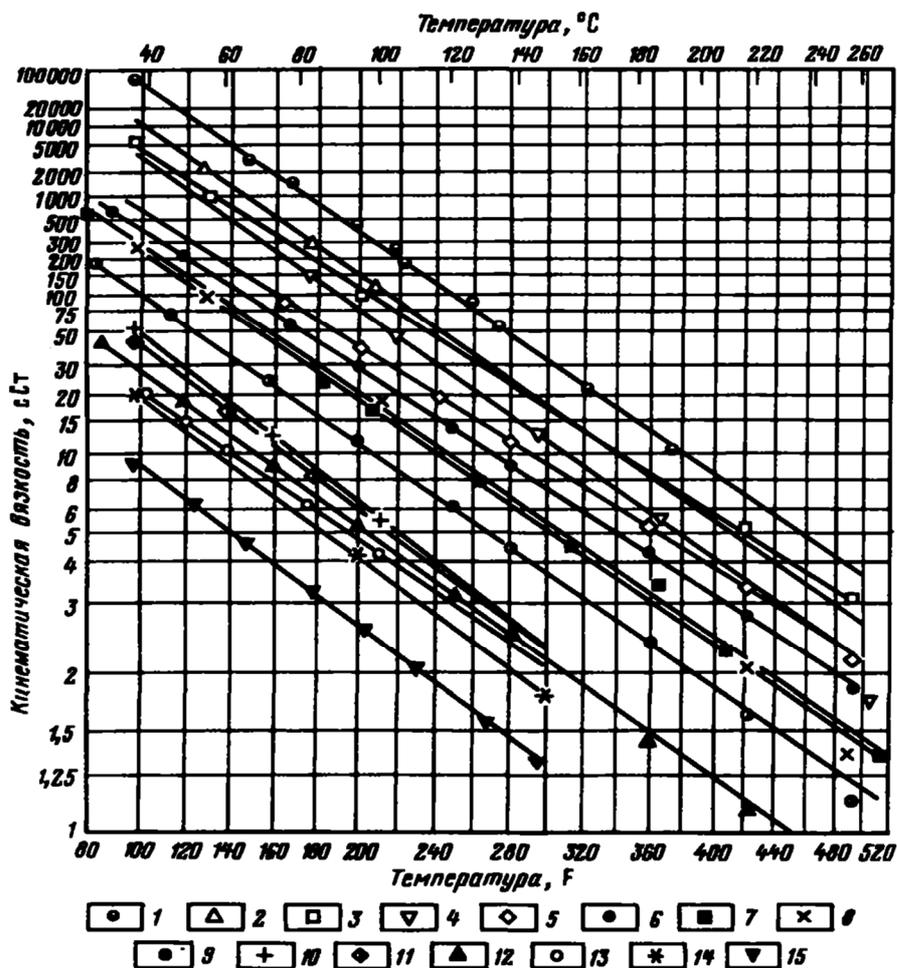


Рис. 6.5.1.1. Влияние температуры на вязкость нефти:

1 – сырая нефть, штат Калифорния; 2 – сырая нефть, Колумбия; 3 – отложения, центральные штаты; 4 – сырая нефть, штат Калифорния; 5 – цилиндрическое масло, центральные штаты; 6 – моторное масло, центральные штаты; 7 – сырая нефть, шельфовые месторождения; 8 – тяжелая нефть, северная часть штата Луизиана; 9 – красная нефть, центральные штаты; 10 – сырая нефть, южная часть штата Техас; 11 – сырая нефть, шельфовые месторождения; 12 – легкое парафиновое масло, центральные штаты; 13 – вакуумный дистиллят, штат Пенсильвания; 14 – сырая нефть, штат Вайоминг; 15 – масло для печатных машин, центральные штаты [2].

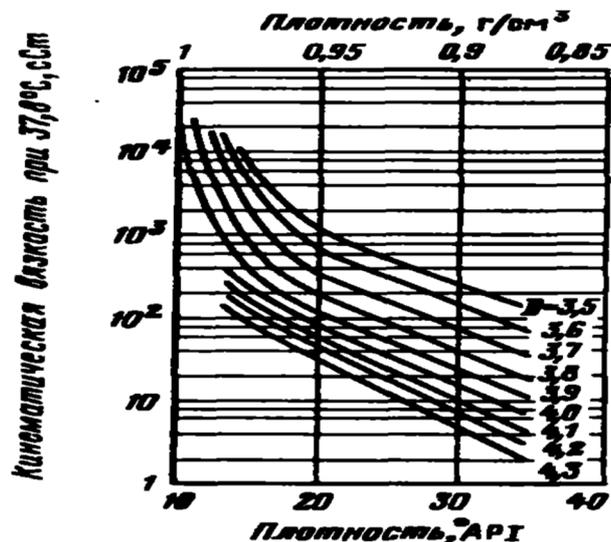


Рис. 6.5.1.2. Определение коэффициента  $D$  по (6.5.1.2)–(6.5.1.4) в зависимости от кинематической вязкости и плотности при температуре  $37,8^{\circ}\text{C}$  ( $100^{\circ}\text{F}$ ) [2].

## 6.5.2. Физические процессы, происходящие при вытеснении нефти теплоносителями

Для повышения нефтеотдачи, несомненно, целесообразно увеличивать температуру всего нефтеносного пласта. Этот вывод можно сделать, анализируя влияние теплового воздействия на физические свойства жидкостей в местах их залегания (воздействие на динамическую вязкость, плотность, на межфазное взаимодействие) [2].

Тепловые методы подразделяются на теплофизические: закачка горячей воды, пара, закачка горячей воды, содержащей химические реагенты, пароциклические обработки скважин; и термохимические: внутрипластовое горение. Горячая вода, пар называются теплоносителями. Тепловые методы применяются для залежей: содержащих высоковязкие нефти; для пластов с пластовой температурой, близкой к температуре насыщения нефти парафинами; для залежей битуминозных глин.

Начальное значение пластовой температуры и ее распределение в залежи определяется геотермическими условиями, в которых находится месторождение. Обычно пластовая температура соответствует геотермическому градиенту. В процессе разработки месторождения пластовая температура может изменяться, так закачиваемая в пласт вода имеет другую температуру. В пласте происходят процессы, связанные с выделением или поглощением тепла. Изменение температуры будет происходить за счет гидравлического сопротивления фильтрующихся флюидов, за счет эффекта Джоуля – Томсона.

Распределение пластовой температуры и ее изменение называется температурным режимом. Изменение температурного режима происходит в основном за счет теплопроводности и конвекции (у теплых флюидов плотность меньше, они оказываются легче). Особенность применения тепловых методов состоит в том, что наряду с гидродинамическим вытеснением нефти повышается температура в залежи. Образуется дополнительный тепловой фронт вытеснения нефти горячей водой. Причем гидродинамический фронт вытеснения опережает тепловой фронт вытеснения, поскольку передача тепла от теплоносителя для разогрева вязкой нефти происходит не сразу, запаздывает, рис. 6.5.2.1 [5].

Повышение температуры нефти, воды и породы приводит к снижению вязкости нефти, изменению отношения подвижностей нефти и воды, к изменению относительных проницаемостей, остаточной нефтенасыщенности, к испарению легких фракций, происходит тепловое расширение коллектора (изменяется пористость, объем заполняющих его флюидов, т.е. насыщенность).

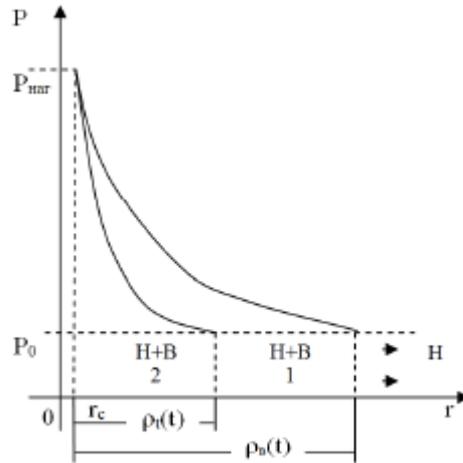


Рис. 6.5.2.1. Схема вытеснения нефти (Н) горячей водой (В). 1 – зона вытеснения холодной нефти водой, 2 – зона вытеснения разогретой нефти горячей водой,  $\rho_s(t)$  – радиус гидродинамического фронта вытеснения,  $\rho_t(t)$  – радиус теплового фронта вытеснения,  $r$  – радиальная координата,  $r_c$  – радиус скважины,  $P$  – давление,  $P_{наг}$  – давление на забое нагнетательной скважины [5].

### 6.5.3. Тепловые методы добычи нефти. Учет тепловых потерь при разработке. Выбор оптимального метода разработки

Первое, что можно предложить для увеличения температуры — нагнетание нагретой жидкости. Необходимо заметить, что вода — наиболее часто используемая для вытеснения жидкость — обладает замечательным свойством переносить гораздо большее количество тепла, приходящегося на единицу массы, чем любая другая жидкость в том же агрегатном состоянии (жидком или газообразном). Характеристикой влажного пара является так называемая степень сухости пара  $X$  – массовая доля насыщенного пара по влажном. Тогда энтальпия единицы массы влажного пара (удельная энтальпия, см. рис. 6.5.3.1) равна

$$H = (1 - X)H_i + XH_o, \quad (6.5.3.1)$$

где  $H_i$  – удельная энтальпия воды в жидкой фазе на кривой насыщения;  $H_o$  – удельная энтальпия сухого насыщенного пара.

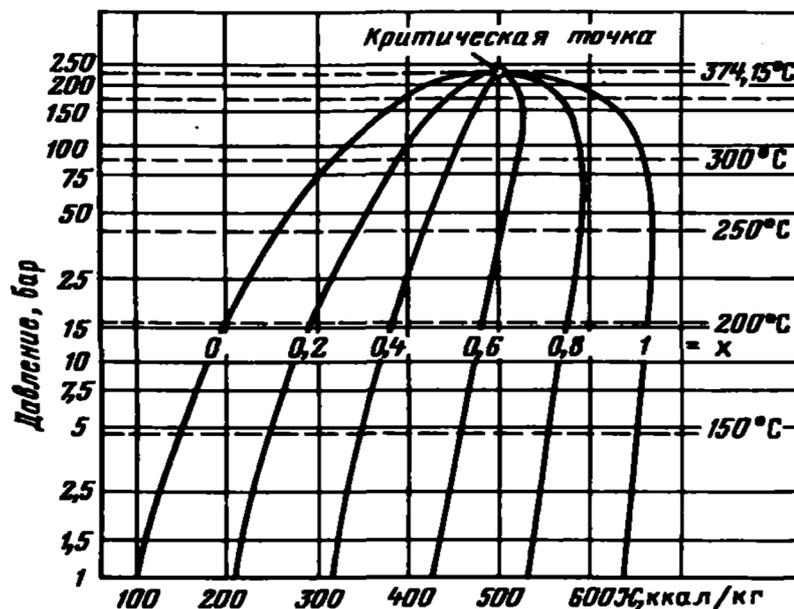


Рис. 6.5.3.1. Взаимосвязь удельной энтальпии  $H$  двухфазной смеси, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, от степени сухости  $X$  и давления.

Видно, что, во-первых, энтальпия водяного пара при  $X=1$  практически неизменна в интервале давлений от 10 до 70 бар (и составляет примерно 665 ккал/кг с точностью 1%), и, во-вторых, энтальпия смеси для  $X=0,8$  постоянна при давлениях от 25 до 100 бар и составляет 585 ккал/кг.

Эти два замечания сделаны для упрощения описания реальных ситуаций. К этому следует добавить, что для объема, занимаемого единичной массой двухфазной смеси (удельного объема), как и для удельной энтальпии, справедливо соотношение

$$v = Xv_o + (1 - X)v_i, \quad (6.5.3.2)$$

где  $v_i$  – удельный объем воды в жидкой фазе на кривой насыщения;  $v_o$  – удельный объем сухого насыщенного пара.

При температуре, не слишком близкой к критической, сухой пар переносит гораздо большее количество теплоты, чем вода. Рассмотрим, например (рис. 6.5.3.2), месторождение с температурой на поверхности земли  $20^{\circ}\text{C}$  и ее изменением через каждые 100 м примерно на  $3^{\circ}\text{C}$ . Положим, что на месторождении давление нагнетания равно гидростатическому. В этом случае полезной энергией, диссипируемой в теле пласта, называют разность энтальпий нагнетаемого теплоносителя и внутрискважинной воды. Отношение полезной энергии при  $X=1$  и  $X=0$  составляет 3,4 при давлении 20 бар и 1,8 — при 150 бар.

Следует отметить, что за исключением особых случаев для нагнетания в пласт нет никакой необходимости использовать перегретый пар. Действительно, делая вышеуказанные допущения и рассматривая области около кривой насыщения, можно заключить, что приращение энергии при перегреве на  $1^{\circ}\text{C}$  составляет лишь 0,1% при давлении 20 бар и 0,2% при давлении 100 бар. Столь незначительное увеличение энергии не оправдывает риска усложнения решений и без того непростых проблем. Для предотвращения выпадения твердых солевых отложений на парогенерирующих поверхностях при производстве перегретого пара необходимо усложнить систему водоподготовки. При получении перегретого пара возрастает теплонапряженность конструкции парогенератора. Все это приводит к неоправданным дополнительным расходам.

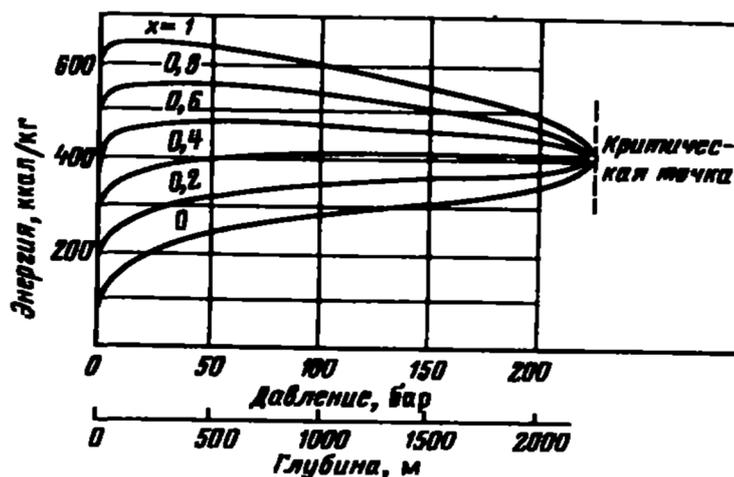


Рис 6.5.3.2. Энергия, вносимая в пласт при нагнетании водяного пара.

В промышленных условиях неоднократно ставились эксперименты по вытеснению нефти какой-либо нагретой жидкостью, водяным паром или непосредственно водой. При непрерывном нагнетании теплоносителя (система нагнетательная — добывающая скважины) не вся подводимая тепловая энергия расходуется на увеличение нефтеотдачи. Некоторая, достаточно заметная ее часть теряется из-за тепловых потерь: при течении теплоносителя по участку обсадной трубы скважины, проходящему через верхние слои грунта; в кровлю и подошву нефтяного пласта непосредственно в ходе нагнетания в пласт; при повышении температуры нефтяного коллектора.

Использование только одной скважины попеременно в качестве нагнетательной и эксплуатационной значительно снижает отрицательное влияние перечисленных факторов на тепловую эффективность данного метода, позволяя лучше использовать подводимую к месторождению тепловую энергию. Такой метод теплового воздействия называется циклическим. Как и при непрерывном нагнетании, в этом процессе теплоносителем обычно служит водяной пар.

При термическом воздействии на нефтяной пласт с помощью теплоносителя по профилю температур или по водонефтенасыщенности

можно выделить несколько зон, где действуют различные физические механизмы [2].

Доля разведенных запасов нефти повышенной и высокой вязкости, а также битумов в общем балансе запасов углеводородов во всем мире непрерывно растет в связи с интенсивной разработкой месторождений сравнительно легко извлекаемых маловязких нефтей и медленной разработкой месторождений высоковязких нефтей.

Растущая потребность в углеводородном сырье приводит к необходимости более широко использования тепловых методов, позволяющих эффективно извлекать из недр нефть высокой вязкости.

Долгое время тепловые методы считались малоперспективными вследствие их высокой энергоемкости. Однако уже с конца 50-х и начала 60-х гг. отношение нефтяников к тепловым методам воздействия на нефтяные пласты стало изменяться в лучшую сторону. Этому способствовало проведение исследований, выявивших возможности существенного повышения эффективности тепловых методов. Кроме того, опыт применения циклических паротепловых обработок скважин показал, что на каждые 2—3 т водяного пара, закачанного в призабойную зону нефтяной скважины с целью ее глубокой тепловой обработки, можно получить дополнительно 1 т нефти [4].

#### **6.5.4. Пароциклическая обработка добывающих скважин физические основы процесса**

Пароциклическая обработка добывающих скважин относится к методам увеличения нефтеотдачи [5].

Циклическое нагнетание пара в пласты или пароциклические обработки добывающих скважин либо пароциклическую стимуляцию скважин осуществляют периодическим прямым нагнетанием пара в нефтяной пласт через добывающие скважины, некоторой выдержкой их в

закрытом состоянии и последующей эксплуатацией тех же скважин для отбора из пласта нефти с пониженной вязкостью и сконденсированного пара. Цель этой технологии заключается в том, чтобы прогреть пласт и нефть в призабойных зонах добывающих скважин, снизить вязкость нефти, повысить давление, облегчить условия фильтрации и увеличить приток нефти к скважинам.

Механизм процессов, происходящих в пласте, довольно сложный и сопровождается теми же явлениями, что и вытеснение нефти паром, но дополнительно происходят противоточная капиллярная фильтрация, перераспределение в микронеоднородной среде нефти и воды (конденсата) во время выдержки без отбора жидкости из скважин. При нагнетании пара в пласт он, естественно, внедряется в наиболее проницаемые слои и крупные породы пласта. Во время выдержки в прогретой зоне пласта происходит активное перераспределение насыщенности за счет капиллярных сил: горячий конденсат вытесняет, замещает маловязкую нефть из мелких пор и слабопроницаемых линз (слоев) в крупные поры и высокопроницаемые слои, т.е. меняется с ней местами.

Именно такое перераспределение насыщенности пласта нефтью и конденсатом и является физической основой процесса извлечения нефти при помощи пароциклического воздействия на пласты. Без капиллярного обмена нефтью и конденсатом эффект от пароциклического воздействия был бы минимальным и исчерпывался бы за первый цикл. [9]

#### **6.5.5. Фазы пароциклического воздействия на скважину**

Этот метод, используемый иногда наравне с методом непрерывного вытеснения нефти, включает три последовательные фазы, образующие цикл, который может быть повторен (рис. 6.5.5.1).

**Фаза нагнетания.** Развитие процесса в этой фазе, когда пар нагнетают в область залегания нефтяного пласта, идентично развитию процесса вытеснения в течение 15–20 суток закачивают пар в объеме 100–300т на 1 м толщины пласта.

**Фаза ожидания.** В течение этой фазы скважина закрывается примерно на 10–15 суток для перераспределения теплоты, противоточного капиллярного вытеснения нефти из низкопроницаемых пропластков (НП) в высокопроницаемый пропласток (ВП). При этом, привнесенная тепловая энергия переходит в пласт, пар конденсируется, отдавая свое тепло коллектору и нефти, находящейся в зоне нагнетания. После остановки скважины, также, как и при циклическом заводнении, вода начинает вытеснять нефть из НП в ВП.

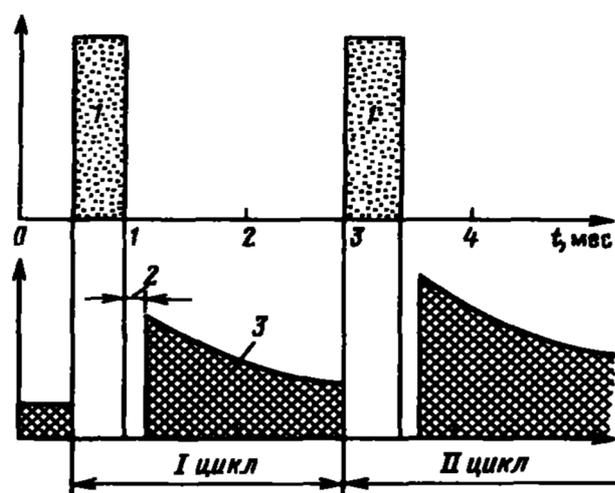


Рис. 6.5.5.1. Схема двух циклов паротеплового воздействия на скважину:  
1 – нагнетание пара; 2 – время ожидания; 3 – добыча нефти.

**Фаза извлечения нефти.** Длится до достижения предельного рентабельного дебита в течение 2–3 месяцев. На третьем этапе цикла эксплуатации скважины – давление в ПЗП падает, отбор нефти увеличивается вследствие ее большей подвижности. При этом уровень добычи нефти после откачки части сконденсировавшейся воды заметно

превышает уровень ее добычи до нагнетания пара. В этот период (в отличие от процесса непрерывного вытеснения нефти) все текущие вещества - сначала сконденсировавшаяся вода, а затем нефть - нагреваются по мере приближения к нефтяной скважине. Часть поступившего к месторождению тепла возвращается обратно. Эффективность процесса зависит от существования в этой зоне повышенной температуры, максимум которой достигается в непосредственной близости от скважины, т.е. в области, где тепловые потери при нагнетании пара наиболее существенны [2].

Таким образом, цикл проведения технологии состоит из трех этапов. Полный цикл длится 3–5 месяцев. Обычно проводят 5–8 циклов за 3–4 года с увеличивающейся продолжительностью каждого цикла. На 1 т закаченного пара в среднем за все циклы добывают 1,5–2 т нефти (при уменьшении от 10–15 т до 0,5–1 т). Применяемое оборудование включает парогенератор, трубопроводы, компенсаторы температурных деформаций, устьевое и внутрискважинное оборудование.

**То есть физическая сущность процесса** заключается в следующем: пар разжижает высоковязкую нефть, увеличивает коэффициент подвижности нефти. В зависимости от изменения температуры и давления пар переходит сначала в двухфазное состояние пар – вода, затем после конденсации, в горячую воду, которая вторгаясь в низкопроницаемые прослойки, уменьшает вязкость находящейся там нефти. При закачке теплоносителя могут возникнуть осложнения в эксплуатации скважин: вынос песка, образование эмульсий, преждевременный прорыв пара, нагревание обсадной колонны и добывающего оборудования. Для предупреждения осложнений проводят крепление ПЗП, ограничения отборов вплоть до остановки скважин [5].

Таким образом, при одинаковом давлении на забое скважины уровень добычи (вследствие снижения вязкости добываемой нефти)

после пароциклического воздействия превышает уровень добычи до него.

Что касается других составляющих энергетического баланса, отметим полное преобразование механической энергии, подведенной к месторождению вместе с паром в процессе конденсации, в тепловую.

При пароциклическом воздействии количество механической энергии слишком незначительно для повышения нефтедобычи. Механическая энергия для проталкивания нефти на каждой скважине обеспечивается соответствующими факторами (собственно тепловой энергией, нагнетанием и т.д.).

Естественно предположить, что при повторениях такого цикла добыча нефти возрастает от цикла к циклу (если не рассматривать влияние очистки и засорения скважины) прежде всего вследствие постепенного повышения средней температуры в окрестности скважины, и лишь затем уровень добычи начинает снижаться в результате истощения месторождения. Однако такое положение, отчасти подтверждаемое некоторыми лабораторными исследованиями, не всегда согласуется с данными промысловых испытаний. В частности, это замечание относится к первым трем циклам, где необходимо учитывать влияние побочных эффектов.[2]

### **6.5.6. Критерии оценки эффективности пароциклического воздействия на пласты.**

#### **Преимущества и недостатки метода**

*Эффективность от пароциклического воздействия* на пласты выражается в очистке, прогреве призабойной зоны пласта, повышении ее проницаемости, снижении вязкости нефти; в повышении дебита скважин и их продуктивности; в увеличении охвата дренированием призабойных зон пласта и, за счет этого, конечной нефтеотдачи, которая может

достигать 10-12 и даже 25-30% (Боливар, Венесуэла) против 3-4% без воздействия паром.

В первых циклах на 1 т закачанного пара можно добывать до 10-15 т нефти. В последних циклах это отношение снижается до 0,5-1 т, составляя в среднем 1,5-2,5 т.

*Преимущества этого метода* заключаются в том, что эффект от нагнетания пара получается сразу же (практически с начала применения процесса) после прекращения закачки пара в скважину а также простота и дешевизна технологии её применения, в том числе благодаря отсутствию нагнетательных скважин, очистка призабойной зоны скважин от парафиновых и смолистых отложений, интенсификация добычи тяжёлой нефти на начальном этапе отбора.

К *недостаткам метода* относится то, что периодическое нагревание и охлаждение обсадной колонны может вызывать нарушения этой колонны в резьбовых соединениях и цементного камня за колонной. А также необходимость приостановки добычи нефти на период закачки теплоносителя, низкий коэффициент охвата пласта тепловым воздействием (в силу обработки только призабойной зоны), высокие тепловые потери при длительном этапе пропитки, существенное падение дебита нефти с течением времени, необходимость большого количества циклов применения этого метода в пластах существенной мощности.

*Ограничения на применение пароциклической стимуляции* скважин накладывают прежде всего глубина залегания пласта (менее 500-800 м), его толщина (не менее 7-8 м) и пористость пласта (не менее 25%), иначе будут большие бесполезные потери теплоты.

Будущее пароциклического воздействия на призабойные зоны пласта с высокой вязкостью нефти неразрывно связано с применением тепловых методов разработки нефтяных месторождений.

Вытеснение нефти паром или внутрислоевым горением не может быть эффективным без пароциклического стимулирования скважин, без обеспечения нормальных условий притока нефти в добывающих скважинах. В условиях совместного применения тепловых методов разработки месторождений с пароциклическим стимулированием добывающих скважин значительная доля эффекта (до 40-50%) по праву будет принадлежать пароциклическим обработкам скважин.

Такое сочетание вытеснения нефти паром и пароциклической стимуляции добывающих скважин наиболее широко применялось на месторождениях Кри Ривер, Сан Адро, Вайг Вольф с высокой вязкостью нефти (Калифорния, США). Нефтяные пласты этих месторождений залегают на глубине 200-600 м. Толщина пласта составляет 25-70 м, вязкость нефти – более 3000 мПа·с. Геологические запасы оцениваются в несколько миллиардов тонн. С середины 60-х годов на месторождениях Калифорнии применяются вытеснение нефти паром и пароциклические обработки более 2500 скважин в год. За счет этих двух методов извлекаемые запасы нефти увеличиваются до 35-37% от геологических.

На месторождениях с малой толщиной пластов, с трещиноватыми пластами и другими условиями, неблагоприятными для тепловых методов разработки, пароциклическая стимуляция добывающих скважин будет применяться самостоятельно (без применения других методов воздействия) [9].

#### **6.5.7. Физико-математическая модель пароциклического воздействия на нефтяные пласты**

В данном разделе рассматривается физико-математическая модель, в которой геометрия прогретой области имеет форму цилиндра. Кроме того, описывается технология пароциклического воздействия.

Закачиваемое в пласт с паром тепло идёт на нагрев скелета породы и насыщающих этот пласт флюидов. При этом тепло, переданное скелету породы на первых стадиях процесса в призабойной зоне скважины, в основном цикле процесса идёт на снижение вязкости нефти и повышение её подвижности на последней стадии цикла воздействия. Введем прямоугольную систему координат таким образом, что ось  $x$  направлена вдоль мощности пласта, а  $y$  – вдоль радиуса прогрева. Максимальный радиус определяется координатой  $r_f$ , принадлежащей оси  $y$ . Мощность пласта определяется координатой  $h$  на оси  $x$ , направленной вниз. С течением времени геометрические размеры зоны, заполненной прогретой нефтью, изменяются: радиус принимает значение  $r^*$ . В рамках предлагаемой модели будем считать, что граница раздела прогретой и «холодной» нефти определяется прямой, параллельной оси  $x$ , при начальных условиях проходит через точку  $r_f$ , в дальнейшем перемещается параллельно самой себе и проходит через точку  $r^*$ . Описанная модель показана на рис. 6.5.7.1, в объёме фигура считается цилиндром.

При этом, введём следующие допущения:

1. Радиус скважины мал по сравнению с текущей координатой фронта пара.
2. Прогретая область сохраняет цилиндрическую форму, приток одномерный плоскорадиальный.
3. Температура прогретой области постоянна и равна температуре пара, поэтому постоянна и плотность пара.

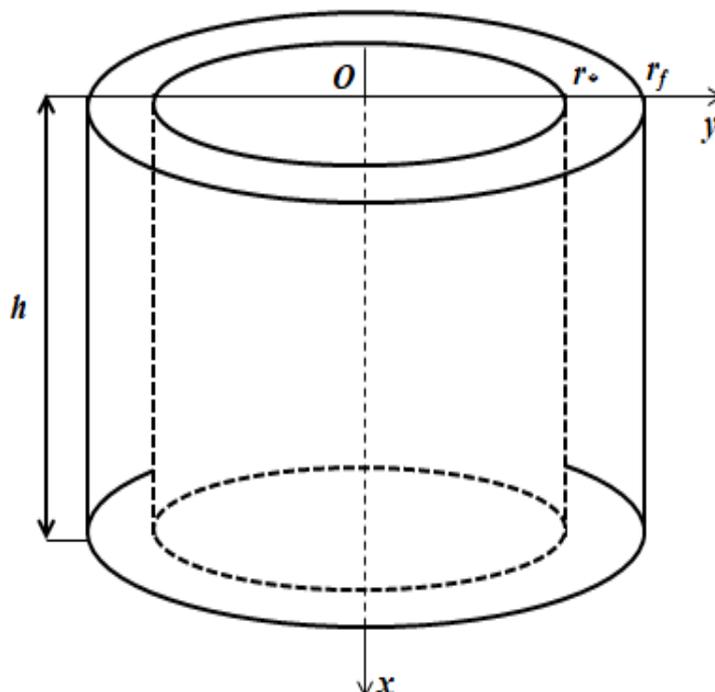


Рис. 6.5.7.1. Объёмная геометрия прогретой области, имеющей форму цилиндра.

### 6.5.8. Параметры разработки пароциклического воздействия на пласты

Закон Ньютона-Рихмана для тепловых потерь имеет вид:

$$q = \alpha(T - T_0), \quad (6.5.8.1)$$

где  $q$  – удельные тепловые потери из пористой среды в кровлю и подошву пласта,  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи,  $T$  – температура после прогрева,  $T_0$  – начальная пластовая температура.

Учитывая распределение температуры в пласте, и переходя от тепловых потоков к количеству теплоты, получим, что мощность суммарных тепловых потерь из прогретой области запишется в виде [15]:

$$\frac{dW}{dt} = \int_{r_w}^{r_f} 2\pi r \alpha (T(r) - T_0) dr, \quad (6.5.8.2)$$

где  $T(r)$  – средняя по сечению пласта температура в точке  $r$ ,  $r_w$  – радиус скважины,  $t$  – время.

В зоне, где находится теплоноситель, значение температуры падает по экспоненциальному закону. При этом на фронте прогрева

$$T(r) = T_s = const,$$

где  $T_s$  – температура насыщенного пара.

При учете вышеперечисленных данных интеграл (6.5.8.2) будет иметь аналитическое решение.

Считая скорость закачки пара постоянной, скорость нагнетания теплоносителя запишется в виде [15]:

$$\frac{dH}{dt} = Q_3 \rho_s (c_s (T_s - T_0) + l), \quad (6.5.8.3)$$

$Q_3$  – объёмный расход, с которым закачивается пар в пласт,  $\rho_s$  – плотность пара,  $l$  – скрытая удельная теплота парообразования,  $c_s$  – удельная теплоемкость пара.

Приравнявая выражения (6.5.8.2) и (6.5.8.3) с учётом постоянства температуры пара на фронте прогрева, получим выражение для максимального расстояния, которое фронт прогрева проходит вблизи кровли пласта:

$$r_f = \sqrt{\frac{Q_3 \rho_s (c_s (T_s - T_0) + l)}{\pi \alpha (T_s - T_0)} + r_w^2}. \quad (6.5.8.4)$$

Следует перейти к рассмотрению движения теплового фронта, характеризуемого очевидно, соответствующей скоростью. Объёмная скорость движения фронта прогрева, определяемая как отношение изменения объёма ко времени, за которое это изменение объёма происходит, определяется с помощью выражения

$$D_f = \frac{\pi h (r_f^2 - r_*^2)}{t_1} = \frac{Q_3 K_T}{m}, \quad (6.5.8.5)$$

где  $K_T = R_s / R_r$  – скорость температурного скачка,  $R_s$  – теплосодержание пара,  $R_r$  – теплосодержание породы,  $m$  – пористость.

Здесь  $r^*$  показывает расстояние, после которого идёт зона не разогретой нефти, а ближе – зона прогретой нефти, имеющей большую подвижность и меньшую вязкость.

Тогда получим время цикла закачки теплоносителя  $t_1$ :

$$t_1 = \frac{\pi m h (r_f^2 - r_w^2)}{Q_3 K_T}. \quad (6.5.8.6)$$

Процессы, происходящие при закачке теплоносителя для упрощённой цилиндрической модели, схематично показаны на рис. 6.5.8.1. Отмечено, что происходит движение фронта прогрева со скоростью  $v$ , при этом на фронте накапливается количество теплоты  $H$ , идущее на разогрев породы и флюидов, кроме того, имеются тепловые потери  $q$  в кровлю и подошву пласта.

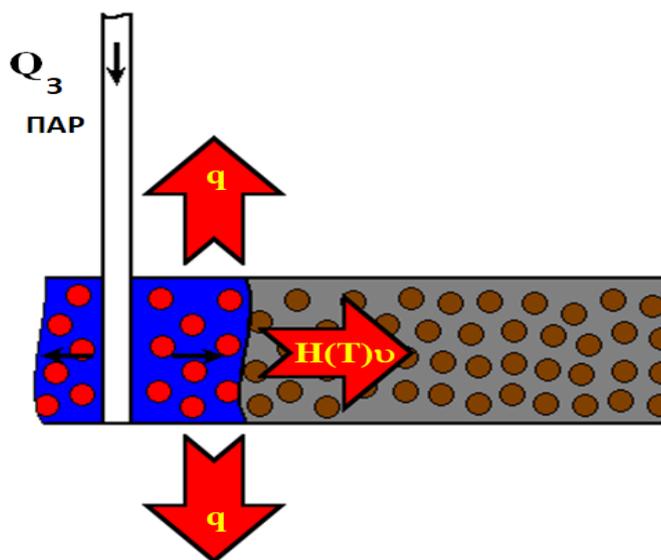


Рис. 6.5.8.1. Процессы при закачке пара в пласт для цилиндрической модели пароциклической обработки.

Тогда с учетом равенства (6.5.8.5), при замене времени закачки теплоносителя на время процесса и расхода закачиваемого пара на дебит нефти  $Q$ , а также теплосодержания пара на теплосодержание

нефти, поскольку рассматривается стадия добычи, получим выражение для радиуса зоны, заполненной прогретой нефтью:

$$r_*(t) = \sqrt{r_f^2 - \frac{QR_o t}{\pi m h R_r}}, \quad (6.5.8.7)$$

где  $R_o$  – теплосодержание нефти.

Поскольку пар в призабойной зоне начинает конденсироваться, его объем резко снижается. Поэтому в этой области образуется значительная депрессия, что приводит к втягиванию нефти в прогретую зону и ее дальнейшему разогреву. Пусть процессы конденсации, теплообмена и втягивания нефти – равновесны. Тогда давление и температура в области парового плато постоянны. В таком случае процесс втягивания нефти происходит за пренебрежимо малое время.

С учетом принимаемых условий перепишем выражение (6.5.8.2) в виде:

$$\frac{dW}{dt} = \int_{r_w}^{r_s} 2\pi r \alpha (T_s - T_0) dr = \pi r_s^2(r) \alpha (T_s - T_0), \quad (6.5.8.8)$$

где  $r_s$  – радиус зоны парового плато, радиусом скважины пренебрегли в силу его малости.

При этом мощность тепловых потерь компенсирует только конденсация пара. Теплота, выделяемая за счет этого процесса:

$$\frac{dG}{dt} = -l \frac{dM}{dt} = -2l\rho_s m h C \pi r_s \frac{dr_s}{dt}, \quad (6.5.8.9)$$

где масса пара в призабойной зоне

$$M = 2\pi r_s^2 h m \rho_s C,$$

$C$  – концентрация пара в теплоносителе.

Приравняв формулы (6.5.8.8) и (6.5.8.9), получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dr_s}{dt} = -\frac{\alpha (T_s - T_0)}{2l\rho_g m h C} r_s. \quad (6.5.8.10)$$

Полученное равенство определяет скорость фронта конденсации.

Принимая следующие начальные условия:  $t = 0$ ,  $r_s = r_f$ , решение уравнения (6.5.8.10) имеет вид:

$$r_s = r_f \exp\left(-\frac{\alpha(T_s - T_0)}{2l\rho_gmhC}t\right). \quad (6.5.8.11)$$

Если убывание происходит по экспоненциальному закону, характерное время процесса оценивается как время, когда величина уменьшается в  $e$  раз. В таком случае характерное время паротепловой пропитки находится из равенства:

$$t_2 = \frac{2l\rho_smhC}{\alpha(T_s - T_0)}. \quad (6.5.8.12)$$

Конденсация происходит за время  $t_2 \gg 1$ . Поэтому будем считать время паротепловой пропитки равным  $7t_2$  [15].

При ограничении линейным приближением распространение температуры в пласте при фильтрации через него жидкости температура будет изменяться скачкообразным образом от значения  $T_s$  до  $T_0$ . В таком случае область, находящаяся вблизи скважины, заполняется нефтью, имеющую температуру, равную  $T_s$ . Теплосодержание такой нефти описывается выражением:

$$H_1 = \pi h(r_*^2 - r_w^2)R_o(T_s - T_0), \quad (6.5.8.13)$$

где

$$R_o = m\rho_o c_o, \quad (6.5.8.14)$$

$\rho_o$  – плотность нефти,  $c_o$  – её удельная теплоемкость.

Количество тепла, отобранного у скелета пласта для прогрева нефти:

$$H_2 = \pi h(r_f^2 - r_*^2)R_r(T_s - T_0), \quad (6.5.8.15)$$

где

$$R_r = (1 - m)\rho_r c_r + m\rho_o c_o. \quad (6.5.8.16)$$

Приравнивая выражения (6.5.8.13) и (6.5.8.15), получим радиус зоны прогретой нефти, определенный из условия теплового баланса:

$$r_* = \sqrt{\frac{r_f^2 R_r + r_w^2 R_o}{R_o + R_r}} \quad (6.5.8.17)$$

### 6.5.9. Определение дебита нефти при пароциклической обработке

По закону Дарси скорость фильтрации нефти, равная отношению дебита этой фазы  $Q$  к площади фильтрации  $S$ :

$$v_o = \frac{Q}{S} = \frac{k dp}{\mu dr}, \quad (6.5.9.1)$$

где  $r$  – радиальная координата,  $k$  – абсолютная проницаемость,  $p$  – давление,  $\mu$  – вязкость нефти в пластовых условиях.

Разделяя переменные в выражении (6.5.9.1) и интегрируя по радиальной координате от  $r_w$  до  $r_c$  и по давлению от давления на забое скважины  $p_w$  до давления на контуре питания  $p_c$ , получим выражение для дебита нефти.

Дебит жидкости в скважину с учетом зонального изменения температуры и вязкости нефти в рамках данной модели будет определяться выражением:

$$Q = \frac{2\pi kh(p_c - p_w)}{\mu \ln \frac{r_c}{r_*} + \mu_T \ln \frac{r_*}{r_w}}, \quad (6.5.9.2)$$

где  $p_c$  – давление на контуре питания,  $p_w$  – давление на забое скважины,  $\mu_T$  – вязкость нефти при температуре пара  $T_s$ . Это выражение учитывает, что нагретая нефть находится в цилиндрической зоне от скважины до координаты  $r^*$ , непрогретая – в остальной области фильтрации до радиуса контура питания  $r_c$ . Вывод выражения (6.5.9.2) предоставляется читателю.

## 6.6. Методы расчёта дебита при пароциклической обработке

Уравнение (6.5.9.2) является трансцендентным и решается итерационным методом Ньютона, поскольку координата  $r^*$  также нелинейно зависит от дебита нефти, кроме того, учитывает зависимость от времени.

### 6.6.1. Метод простой итерации

**Итерационные методы** означают, что расчёт ведётся многократно, причём каждый раз в качестве известной берётся точка, рассчитанная на предыдущем шаге (за исключением начального приближения) и до этого являвшаяся неизвестной, новая точка считается по той же самой формуле. Самым несложным в применении итерационным методом является **метод простой итерации**. Пусть имеется уравнение

$$f(x) = 0, \quad (6.6.1.1)$$

решение которого аналитически затруднено или невозможно. Здесь  $f$  – некоторая функция переменной  $x$ . Можно переписать это уравнение в виде:

$$x = g(x), \quad (6.6.1.2)$$

где  $g(x)$  – некоторая новая функция переменной  $x$ .

Далее выбирается начальное приближение  $x_1$  и подставляется в правую часть уравнения (6.6.1.2) (первый шаг), находится новое значение переменной  $x_2$ :

$$x_2 = g(x_1). \quad (6.6.1.3)$$

Если  $x_2$  – решение уравнения (6.6.1.1), то должно выполняться  $x_2 = x_1$  или  $x_2 \approx x_1$  с некоторой заданной точностью, то есть  $x_2 = x_1 + \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – ошибка, которая должна быть как можно меньшей. Если это не выполняется, то итерационная процедура продолжается, находится значение  $x_3$  с

помощью подстановки  $x_2$  в (6.6.1.2) (второй шаг) и т.д., то есть на некотором  $n$ -ом шаге

$$x_{n+1} = g(x_n). \quad (6.6.1.4)$$

Выражение (6.6.1.4) – **общий вид формулы метода простой итерации**. Вычисления прекращаются, когда  $x_{n+1} = x_n + \varepsilon$ .

Какова суть или интерпретация данного метода? Для этого необходимо рассмотреть его геометрический смысл. Как известно из графического способа решения уравнений, отыскание корня  $x_u$  уравнения (6.6.1.2) – это нахождение абсциссы точки  $P$  пересечения графиков  $y=g(x)$  и  $y=x$  (рис. 6.6.1.1). Однако при задании начального приближения  $x_1$  получается точка  $M_1$ , лежащая на графике  $y=g(x)$  и имеющая координаты  $M_1(x_1, g(x_1))$ . Проведём от неё горизонтальную прямую до пересечения с графиком  $y=x$ , получившуюся точку пересечения обозначим  $N_1$ . Разница абсцисс точек  $M_1$  и  $N_1$  и есть ошибка, которая не должна превосходить заданную точность расчётов  $\varepsilon$ , если  $x_1$  было бы решением уравнения (6.6.1.2). Продолжим этот процесс, пока не достигнем заданной точности: для точки  $x_2$ , найденной как абсциссы точки  $N_1$ , найдём точку  $M_2(x_2, g(x_2))$ , лежащую на графике  $y=g(x)$ , проведём горизонтальную прямую до пересечения с графиком  $y=x$  в точке  $N_2$ , абсцисса которой будет  $x_3$ , далее находим точку  $M_3(x_3, g(x_3))$  и т.д., пока не попадём в  $\varepsilon$ -окрестность точки  $x_u$ , которая показана на рис. 6.6.1.1 круглыми скобками. Значит, на некотором  $n$ -ом шаге будем иметь точку  $M_n(x_n, g(x_n))$ , соответствующую точке  $x_n$  на оси абсцисс, с её помощью по описанной методике получим точку  $N_n$  с абсциссой  $x_{n+1}$ , попадающей на рис. 6.6.1.1 в  $\varepsilon$ -окрестность точки  $x_u$ , значит,  $x_{n+1}$  – решение, найденное с помощью метода простой итерации.

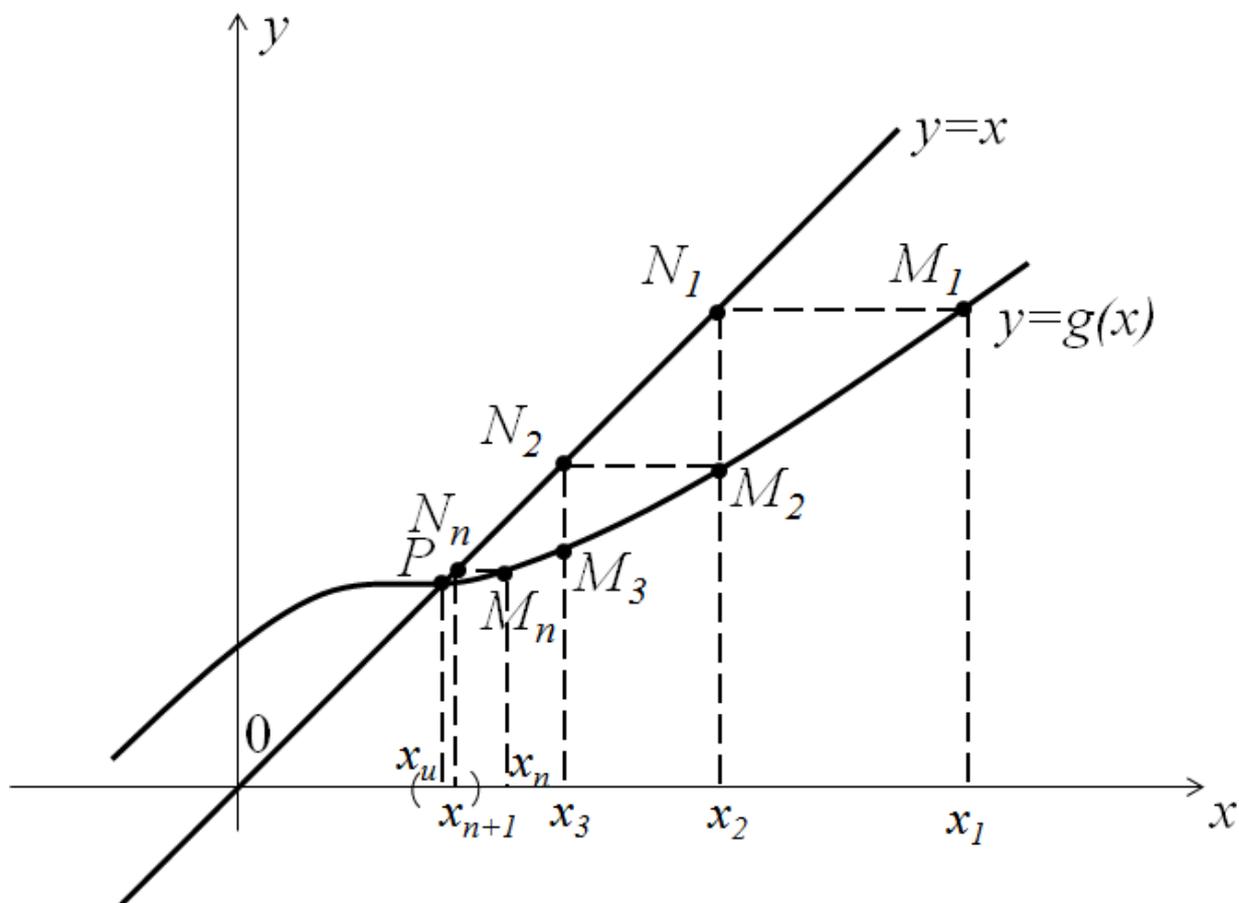


Рис. 6.6.1.1. Геометрический смысл метода простой итерации.

Из **геометрического смысла метода простой итерации** следует необходимое условие применимости этого метода: чтобы отображение было сжимающим (чтобы горизонтальные прямые  $M_i/N_i$  сокращались с ростом индекса  $i$ , где  $i=1,2,3,\dots,n,n+1$ , это необходимо, чтобы ошибка не возрастала, а уменьшалась). Если это не выполняется, ошибка будет вести себя произвольным образом, иногда возрастая, поэтому метод не будет сходиться в точку  $x_u$ , являющуюся решением (рис. 6.6.1.2). Аналогично рассмотренному случаю при задании начального приближения  $x_1$  получается точка  $M_1$ , которой на графике  $y=x$  соответствует точка  $N_1$  с абсциссой  $x_2$ , которой, в свою очередь, соответствует точка  $M_2(x_2, g(x_2))$ , лежащая на графике  $y=g(x)$ , с помощью которой получается точка  $N_2$ , абсцисса которой будет  $x_3$ . Видно, что длина

прямой  $M_2N_2$  больше длины прямой  $M_1N_1$ , а точки  $x_1, x_2, x_3$  постепенно удаляются от истинного решения  $x_u$ .

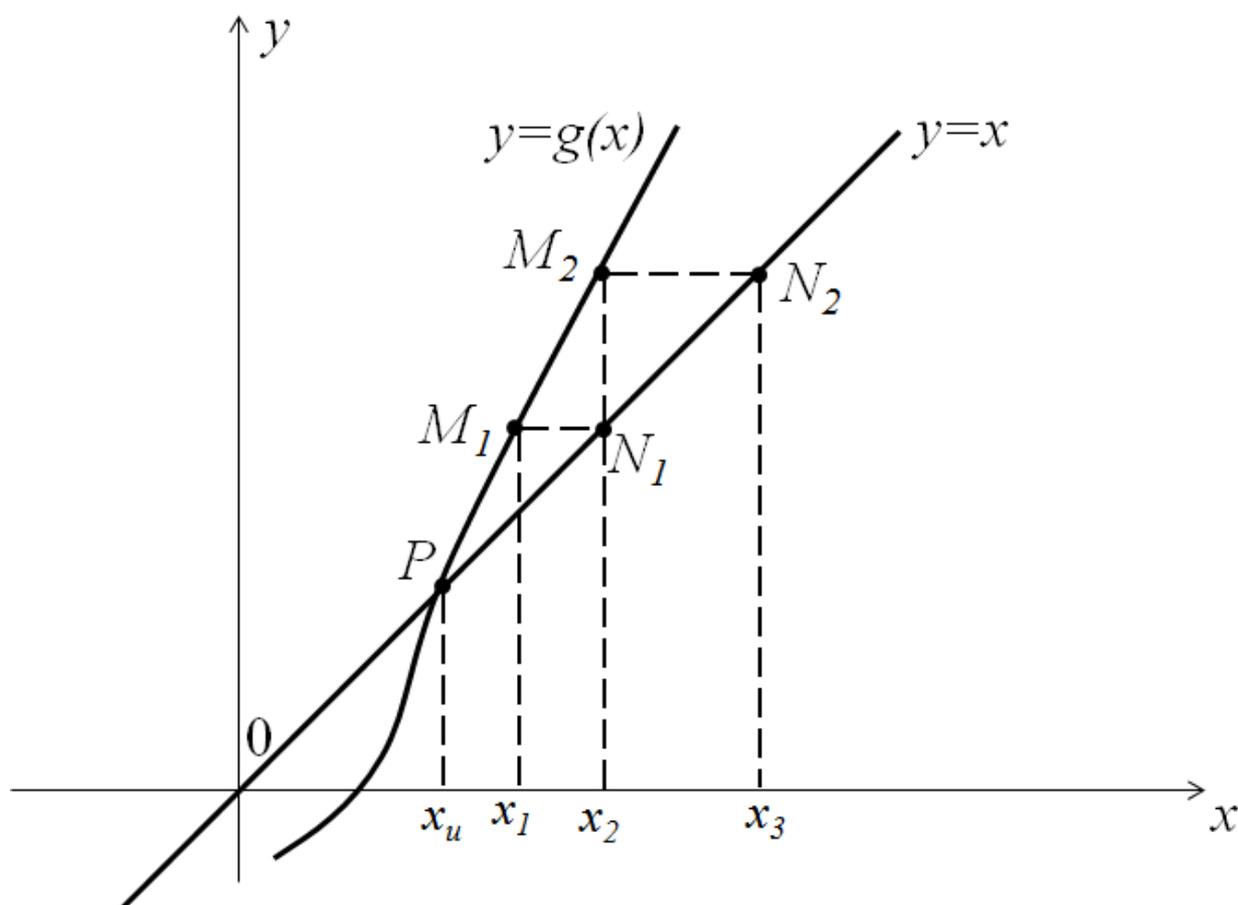


Рис. 6.6.1.2. Расходящийся метод простой итерации.

Метод простой итерации является несложным в применении, однако имеются некоторые ограничения для его применения, и позволяет найти только один корень уравнения при заданном начальном приближении.

### 6.6.2. Итерационный метод Ньютона

Существует более неприхотливый в применении метод — **итерационный метод Ньютона (метод касательных)**. Получим формулу этого метода. Пусть имеется уравнение вида (6.6.1.1). Можно

построить график функции  $y=f(x)$  (рис. 6.6.2.1), пересекающий ось абсцисс в точке  $x_u$ , являющейся решением уравнения (6.6.1.1). Проведём в точке  $(x_1, f(x_1))$  касательную  $y_{кас}$  к этому графику (зададим начальное приближение). Она пересечёт ось абсцисс в некоторой точке  $x_2$ . Снова проведём в точке  $(x_2, f(x_2))$  касательную к графику  $y=f(x)$ , которая пересечёт ось абсцисс в точке  $x_3$ . Будем продолжать итерационную процедуру, пока касательная к графику  $y=f(x)$  в некоторой точке  $(x_n, f(x_n))$  не пересечёт ось абсцисс в точке  $x_{n+1}$ , которая попадёт в  $\varepsilon$ -окрестность точки  $x_u$ , показанную на рис. 6.6.2.1 круглыми скобками. Заметим, что геометрический смысл производной функции  $f'(x_1)$  в точке  $x_1$  – тангенс угла наклона  $\alpha$  касательной к графику функции в этой точке. Из рис. 6.6.2.1 видно, что

$$f'(x_1) = \operatorname{tg}\alpha = \frac{f(x_1) - 0}{x_1 - x_2}, \quad (6.6.2.1)$$

откуда

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \quad (6.6.2.2)$$

или

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}. \quad (6.6.2.3)$$

Формула (6.6.2.3) – **общий вид формулы итерационного метода Ньютона**, называемого иногда из своего геометрического смысла методом касательных. Вычисления прекращаются, когда  $x_{n+1} = x_n + \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заданная точность.

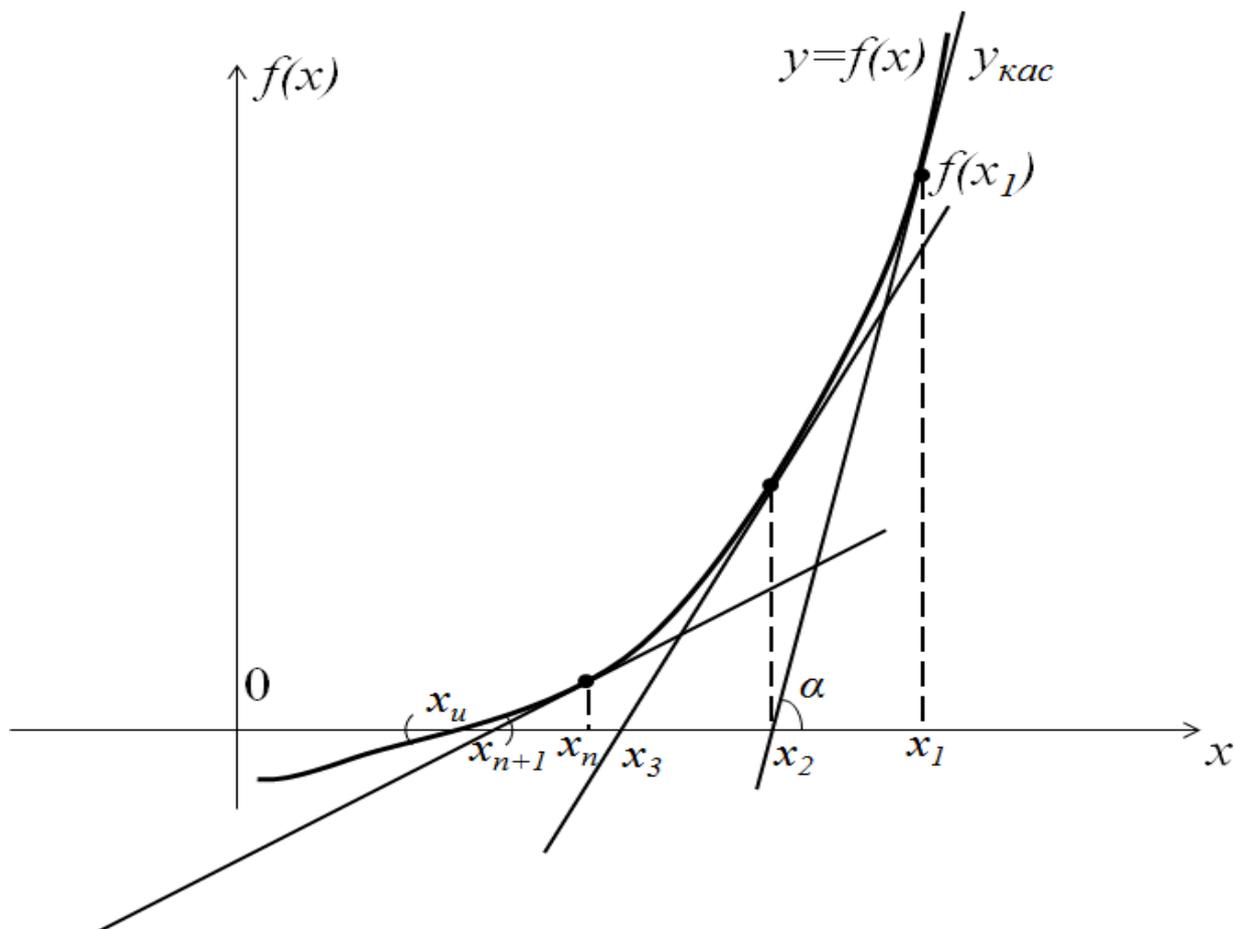


Рис. 6.6.2.1. Геометрическая интерпретация итерационного метода Ньютона.

Видно, что итерационный метод Ньютона прост в применении, быстро сходится, однако требует, чтобы функция, соответствующая уравнению, была дифференцируема (что в большинстве случаев выполняется), и позволяет найти только один корень при заданном начальном приближении, однако, как правило, этот корень имеет физический смысл и наиболее устойчив.

**Вопросы для самопроверки:**

1. Какие методы увеличения нефтеотдачи воздействуют преимущественно на призабойную зону пласта?
2. Когда необходимо учитывать применение МУН?
3. Какое действие оказывает применение поверхностно-активных веществ в призабойной зоне?

4. Поверхностная активность ПАВ является величиной положительной или отрицательной?
5. В чём измеряется поверхностная активность ПАВ?
6. В чём заключается механизм газового воздействия на ПЗП?
7. Какой метод газового воздействия на призабойную зону является самым распространённым?
8. Каковы стадии пароциклической обработки призабойной зоны пласта?
9. Как определить максимальный радиус прогрева при пароциклической обработке?
10. Как и какими методами рассчитать дебит флюида при пароциклической обработке?

## **6.7. Практическая работа**

### **Расчёт дебита при пароциклической обработке призабойных зон скважин**

Построить зависимость дебита нефти от времени при пароциклической обработке, если проницаемость пласта 1 Д, его мощность 30 м, давление на контуре питания 6 МПа, давление на забое скважины 3 МПа, вязкость нефти до разогрева 20 сП, после разогрева 2 сП, радиус контура питания 150 м, радиус скважины 10 см, пористость 20%, объёмный расход закачиваемого пара 0,1 м<sup>3</sup>/с, плотность пара 40 кг/м<sup>3</sup>, его удельная теплоёмкость 4400 Дж/(кг·К), его температура 227°С, начальная температура пласта 27°С, удельная теплота парообразования 2,3 МДж/кг, коэффициент теплоотдачи 0,5 Вт/(м<sup>2</sup>·К), плотности породы 2500 кг/м<sup>3</sup> и нефти 800 кг/м<sup>3</sup>, удельные теплоёмкости породы 1000 Дж/(кг·К) и нефти 4500 Дж/(кг·К), концентрация пара в теплоносителе 0,9, отношение теплосодержания пара к теплосодержанию пласта равно 5. Считать по времени от 0 до 650 сут.

включительно с шагом 1 сут. Для решения трансцендентного уравнения использовать метод простой итерации и итерационный метод Ньютона с абсолютной точностью 0,001 и начальным приближением по дебиту 0,01 м<sup>3</sup>/с, сравнить полученные результаты между собой и с дебитом до обработки, рассчитать характерные времена закачки и релаксации, сделать выводы и отчёт по работе.

## ГЛАВА 7. МЕТОД ПАРОГРАВИТАЦИОННОГО ДРЕНАЖА

### 7.1. Технология парогравитационного дренажа

Одним из перспективных методов для добычи тяжёлой нефти является метод парогравитационного дренажа (Steam-Assisted Gravity Drainage, SAGD), относящийся к МУН.

В этом методе в пласте друг над другом бурятся две параллельных горизонтальных скважины, нижняя, находящаяся вблизи подошвы пласта, является добывающей, верхняя – нагнетательной, через неё осуществляется закачка пара. Расстояние между этими скважинами составляет обычно от 5 м до 10 м. На предварительной стадии осуществляется циркуляция пара, когда температура вблизи добывающей скважины достигает некоторого критического значения, при котором вязкость нефти снижается достаточно, чтобы нефть была подвижной, эта стадия прекращается. Затем нижняя скважина переводится на добычу нефти, верхняя скважина используется для нагнетания теплоносителя. В результате закачки пара формируется прогретая область – паровая камера (рис. 7.1), которая по предположению основоположника метода SAGD Батлера имеет треугольную в сечении и клиновидную в объёме форму [12]. В простейшем случае на основной стадии процесса, на которой осуществляется добыча нефти, паровая камера достигает кровли пласта и расширяется в стороны, тепловые потери, показанные на рис. 7.1 красными стрелками, идут в кровлю пласта и в боковые стороны камеры. Зелёные стрелки показывают закачку пара, идущего от нагнетательной скважины, синие – стекание нефти и конденсировавшейся воды к добывающей скважине из-за гравитационного разделения, обусловленного различием плотностей пара и жидкостей.

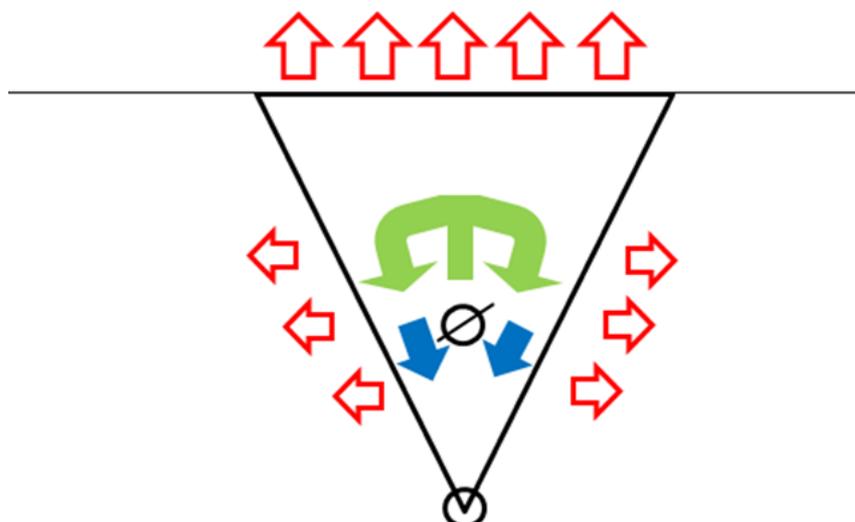


Рис. 7.1. Паровая камера.

Применение горизонтальных скважин увеличивает область дренирования и повышает эффективность процесса

Нефть вне паровой камеры остаётся неподвижной, при этом, очевидно, вся нефть из паровой камеры не может быть добыта, поскольку в реальном пласте существует остаточная нефтенасыщенность. Когда тепловые потери выравниваются с закачиваемой теплотой, рост паровой камеры прекращается, дебит нефти постепенно падает до нуля, разработка прекращается.

## 7.2. Интегральная модель парогравитационного дренажа

Для анализа возникающих при применении SAGD процессов и технологических расчётов удобна интегральная модель парогравитационного дренажа, то есть модель, в которой величины распределены равномерно по паровой камере. Примем следующие допущения [12]:

1. Соответствующие насыщенности, давления, температуры одинаковы по всей паровой камере (но не равны между собой и

меняются с течением времени, это и есть основа интегральной модели).

2. Паровая камера имеет треугольную геометрию с постоянной мощностью  $h$  (не рассматриваются уравнения роста камеры вверх).
3. Температура паровой камеры равна температуре насыщенного пара  $T_s$ .
4. Тепловые потери из камеры являются конвективными и вычисляются по закону Ньютона-Рихмана.
5. Относительная фазовая проницаемость пара равна 1, ему ничего не препятствует в распространении вверх до конденсации.
6. Площади фильтрации пропорциональны углам раствора вблизи соответствующих скважин.
7. Соседние паровые камеры не перекрываются, а соприкасаются угловыми точками, поэтому основание равнобедренного треугольника сечения после остановки роста камеры является расстоянием между скважинами.
8. Объёмный расход закачиваемого пара постоянный.

Законы сохранения массы, пара и нефти с учётом первого и восьмого допущений имеют вид:

$$\frac{d(mVS_w\rho_w)}{dt} = -Q_w + J_{sw}, \quad (7.1)$$

$$\frac{d(mVS_s\rho_s)}{dt} = Q_s - J_{sw}, \quad (7.2)$$

$$(1 - S_{wr})\frac{d(m(V_e - V)\rho_o)}{dt} + \frac{d(mVS_o\rho_o)}{dt} = -Q_o, \quad (7.3)$$

где  $m$  – пористость,  $V$  – объём паровой камеры,  $V_e$  – объём элемента разработки, постоянный и равный  $V_e = hcd$ , где  $c$  – расстояние между соседними парами скважин,  $d$  – длина горизонтальной скважины,  $S_i$  и  $\rho_i$  – насыщенность и плотность  $i$ -той фазы, где индекс  $i=w, s, o$ , что означает

воду, пар, нефть соответственно,  $Q_i$  – массовый расход  $i$ -той фазы,  $t$  – время процесса,  $J_{sw}$  – массовая интенсивность фазового перехода пар-вода,  $S_{wr}$  – связанная водонасыщенность. Знак «минус» перед массовыми дебитами воды и нефти показывает, что они добываются из камеры. Знак «плюс» перед массовым расходом пара показывает, что он закачивается в камеру. Первое слагаемое в (7.3) соответствует изменению массы нефти, притекающей из элемента разработки, в единицу времени, второе – аналогичному изменению массы нефти в паровой камере.

Следует учесть, что сумма насыщенностей фаз равна 1 и заменить насыщенность камеры паром через насыщенности водой и нефтью, тогда уравнение (7.2) примет вид:

$$\frac{d(mV(1 - S_w - S_o)\rho_s)}{dt} = Q_s - J_{sw}. \quad (7.4)$$

Закон сохранения энергии (уравнение теплового баланса) имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left( V(m(S_w C_w (T_s - T_0)\rho_w + (1 - S_w - S_o)\rho_s(l + C_s(T_s - T_0)) \right. \\ & \left. + S_o C_o (T_s - T_0)\rho_o) + (1 - m)C_r(T_s - T_0)\rho_r) \right) \\ & = Q_s l - 2\alpha \sqrt{\frac{V^2}{h^2} + h^2 d^2} (T_s - T_0) - 2\alpha \frac{V}{h} (T_s - T_0) - Q_o C_o (T_s - T_0) \\ & - Q_w C_w (T_s - T_0), \end{aligned} \quad (7.5)$$

где  $C_i$  и  $C_r$  – теплоёмкости  $i$ -той фазы и скелета породы,  $T_0$  – начальная пластовая температура,  $l$  – удельная теплота парообразования воды,  $\rho_r$  – плотность породы,  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи. Тепловые потери записаны по закону Ньютона-Рихмана из четвертого допущения с учётом третьего и второго, учитывается, что в камеру закачивается пар, а добывается смесь нефти и воды, нагрев в камере идёт на все фазы и скелет породы.

Закон Дарси для пара с учётом пятого допущения имеет вид:

$$\frac{Q_s}{\rho_s} = \frac{F_I k \Delta p_I}{\mu_s L}, \quad (7.6)$$

где  $F_I$  – площадь фильтрации для нагнетательной скважины,  $k$  – проницаемость пласта,  $\Delta p_I$  – репрессия на нагнетательной скважине,  $\mu_s$  – вязкость пара,  $L$  – длина фильтрации, а также учтено, что объёмный дебит выражается через массовый делением на плотность фазы.

Для воды этот закон записывается так:

$$\frac{Q_w}{\rho_w} = \frac{F_p k k_{rw} \Delta p_p}{\mu_w L}, \quad (7.7)$$

где  $F_p$  – площадь фильтрации для добывающей скважины,  $k_{rw}$  – относительная фазовая проницаемость воды,  $\Delta p_p$  – депрессия на добывающей скважине,  $\mu_w$  – вязкость воды.

Соответственно для нефти закон Дарси примет вид:

$$\frac{Q_o}{\rho_o} = \frac{F_p k k_{ro} \Delta p_p}{\mu_o L}, \quad (7.8)$$

где  $k_{ro}$  – относительная фазовая проницаемость нефти,  $\mu_o$  – вязкость нефти при температуре паровой камеры.

С учётом шестого допущения для нагнетательной скважины угол раствора равен  $2\pi$ , для добывающей – углу  $\varphi$ . Тогда при делении уравнения (7.6) на сумму уравнений (7.7) и (7.8) получается соотношение:

$$\frac{Q_s}{\rho_s \left( \frac{Q_o}{\rho_o} + \frac{Q_w}{\rho_w} \right)} = \frac{2\pi}{\varphi \mu_s \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o} + \frac{k_{rw}}{\mu_w} \right)} \frac{\Delta p_i}{\Delta p_p}. \quad (7.9)$$

При делении уравнения (7.7) на уравнение (7.8) можно получить соотношение расходов воды и нефти:

$$\frac{Q_w \rho_o}{Q_o \rho_w} = \frac{k_{rw} \mu_o}{k_{ro} \mu_w}. \quad (7.10)$$

Для относительных фазовых проницаемостей воды и нефти можно использовать корреляции Кори:

$$k_{rw} = \left( \frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr}} \right)^2, S_w \geq S_{wr}, k_{rw} = 0, S_w < S_{wr}, \quad (7.11)$$

$$k_{ro} = \left( \frac{1 - S_w - S_{or}}{1 - S_{wr} - S_{or}} \right)^2, S_w \geq S_{wr}, S_o \geq S_{or}, k_{ro} = 1, S_w < S_{wr},$$

$$k_{ro} = 0, S_o < S_{or}. \quad (7.12)$$

Рассмотрим треугольное сечение паровой камеры (рис. 7.1). Поскольку треугольник равнобедренный, то его высота, равная мощности пласта  $h$ , является медианой и биссектрисой, поэтому для половины угла раствора имеется соотношение

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{c}{2h}. \quad (7.13)$$

Половина основания треугольника (расстояния между соседними парами скважин  $c$ ) входит в выражение (7.13) из-за того, что высота треугольника является его медианой.

С учётом седьмого допущения объём паровой камеры, вычисленный как объём клина:

$$V = \frac{1}{2} hcd. \quad (7.14)$$

Из (7.13) и (7.14) связь угла раствора камеры с её объёмом:

$$\varphi = 2 \operatorname{arctg} \frac{V}{h^2 d}. \quad (7.15)$$

Таким образом, процессы в паровой камере описываются замкнутой системой уравнений (7.1), (7.3), (7.4), (7.5), (7.9), (7.10) с учётом корреляций (7.11) и (7.12) и связи угла раствора камеры с её объёмом (7.15). Неизвестные величины (функции от времени):  $V, Q_w, Q_o, S_w, S_o, J_{sw}$ .

Поскольку система включает в себя дифференциальные уравнения первого порядка с производными по времени, необходимо записать начальные условия. Поскольку при сложении уравнений (7.1) и (7.4) можно исключить неизвестную  $J_{sw}$ , то в итоговой системе останется только 3 дифференциальных уравнения первого порядка, поэтому необходима постановка трёх начальных условий. Очевидно, в начальный момент времени камера имеет нулевой объём, насыщенность водой

равна связанной водонасыщенности, на насыщенность нефтью приходится остальная доля от единицы:

$$t = 0: V = 0, S_w = S_{wr}, S_o = 1 - S_{wr}. \quad (7.16)$$

Асимптотический анализ при устремлении времени к нулю позволяет найти критический расход пара  $Q_{scr}$ , необходимый для успешного начала процесса и формирования гидродинамической связи между скважинами. Он соответствует условию возрастания объёма, то есть положительности производной объёма по времени в уравнении (7.5). Учитываются начальные условия (7.16). Тогда из уравнений (7.3) с учётом постоянства объёма элемента разработки дебит нефти в начальный момент времени равен нулю, при этом из (7.10) или (7.8) дебит воды также равен нулю при  $t=0$ . Тогда из (7.5)

$$Q_s l - 2\alpha h d (T_s - T_0) > 0, \quad (7.17)$$

$$Q_s > Q_{scr}, \quad (7.18)$$

$$Q_{scr} = \frac{2\alpha h d (T_s - T_0)}{l}. \quad (7.19)$$

Кроме того, целесообразно провести анализ решения при прекращении роста паровой камеры, чтобы найти её максимальный объём  $V_{max}$ . При устремлении времени к бесконечности производные по  $t$  будут равны 0 (стабилизация), из (7.3) дебит нефти равен 0, тогда из суммы (7.1) и (7.4) массовый расход воды будет равен массовому расходу пара. Из (7.5) в этом случае будем иметь для максимального объёма:

$$0 = Q_s l - 2\alpha \left( \sqrt{\frac{V_{max}^2}{h^2} + h^2 d^2} + \frac{V_{max}}{h} \right) (T_s - T_0) - Q_s C_w (T_s - T_0), \quad (7.20)$$

$$\sqrt{\frac{V_{max}^2}{h^2} + h^2 d^2} = \frac{Q_s}{2\alpha} \left( \frac{l}{T_s - T_0} - C_w \right) - \frac{V_{max}}{h}, \quad (7.21)$$

$$\frac{V_{max}^2}{h^2} + h^2 d^2 = \frac{Q_s^2}{4\alpha^2} \left( \frac{l}{T_s - T_0} - C_w \right)^2 - \frac{Q_s}{\alpha} \left( \frac{l}{T_s - T_0} - C_w \right) \frac{V_{max}}{h} + \frac{V_{max}^2}{h^2}, \quad (7.22)$$

тогда

$$V_{max} = \frac{\frac{Q_s^2}{4\alpha^2} \left( \frac{l}{T_s - T_0} - C_w \right)^2 - h^2 d^2}{\frac{Q_s}{\alpha h} \left( \frac{l}{T_s - T_0} - C_w \right)}. \quad (7.23)$$

### 7.3. Метод Эйлера для аппроксимации уравнений модели

Очевидно, что описанную систему уравнений (7.1), (7.3), (7.4), (7.5), (7.9), (7.10) с учётом корреляций (7.11) и (7.12) и связи угла раствора камеры с её объёмом (7.15) в силу её сложности целесообразнее решать численными методами. Для этого сначала необходимо методом последовательной подстановки, известным из линейной алгебры, выразить объём паровой камеры только через известные величины, а затем решать дифференциальные уравнения численно. Будет приведён достаточно простой численный метод – метод Эйлера. Далее приводится только его описание, подробное применение описанных методов предлагается читателю в практической работе к данной главе. Устойчивость будет проанализирована только по виду решения (чтобы оно было без биений), сходимость решения – по соответствию численно рассчитанного максимального объёма паровой камеры с аналитическим.

Пусть имеется дифференциальное уравнение для поиска функции  $y$ , зависящей от аргумента  $t$ , вида:

$$\frac{dy}{dt} = f(y, t), \quad (7.24)$$

где  $f(y, t)$  – некоторая алгебраическая известная функция, зависящая от переменных  $y$  и  $t$ .

Поскольку производная функции – предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при устремлении приращения аргумента к нулю, то, избавившись от предела, можем записать:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t} = f(y_i, t_i), \quad (7.25)$$

где  $\Delta t$  – шаг расчётной (численной) сетки по переменной  $t$ ,  $i$  и  $(i+1)$  – номера соседних узлов расчётной сетки, причём,  $i$ -ое значение известно, например, из начальных условий или предыдущих расчётов, а искомым значением является  $(i+1)$ -ое. Из (7.25) **итоговая формула метода Эйлера (метода ломанных Эйлера)** имеет вид:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t f(y_i, t_i). \quad (7.26)$$

Таким образом, непрерывная гладкая функция заменяется на сеточную, значения которой соединяются прямыми, поэтому получается ломанная прямая, что и отражается во втором названии метода.

Проверка порядка аппроксимации осуществляется с помощью разложения функции в ряд Тейлора и сравнения имеющихся в методе членов разложения с исходной производной. Для метода Эйлера можно записать разложение  $y_{i+1}$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $i$  следующим образом:

$$y_{i+1} = y_i + \left. \frac{dy}{dt} \right|_i \Delta t + \frac{\Delta t^2}{2!} \left. \frac{d^2 y}{dt^2} \right|_i + \frac{\Delta t^3}{3!} \left. \frac{d^3 y}{dt^3} \right|_i + \dots \quad (7.27)$$

Сформируем в левой части выражение, подобное аппроксимации производной из (7.25):

$$\frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t} = \left. \frac{dy}{dt} \right|_i + \frac{\Delta t}{2!} \left. \frac{d^2 y}{dt^2} \right|_i + \frac{\Delta t^2}{3!} \left. \frac{d^3 y}{dt^3} \right|_i + \dots \quad (7.28)$$

При сравнении (7.28) с (7.25) с учётом малости шага, что приводит к  $\Delta t^2 \ll \Delta t$  (и тем более для старших степеней шага), можно получить

$$\frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t} = \left. \frac{dy}{dt} \right|_i + o(\Delta t), \quad (7.29)$$

где  $o(\Delta t)$  – бесконечно малая величина первого порядка относительно  $\Delta t$ . Таким образом, метод Эйлера имеет первый порядок аппроксимации, поэтому является не самым точным, хотя и прост в применении.

В ряде практических случаев точности метода Эйлера достаточно для получения корректных результатов.

Наконец, введём два важных технологических показателя процесса разработки: обводнённость

$$W = \frac{Q_w}{\rho_w \left( \frac{Q_w}{\rho_w} + \frac{Q_o}{\rho_o} \right)} \quad (7.30)$$

и паронефтяное отношение

$$R_s = \frac{Q_s}{Q_o}, \quad (7.31)$$

позволяющие судить о рентабельности процесса.

### **Вопросы для самопроверки:**

1. Опишите технологию парогравитационного дренажа.
2. Что такое паровая камера?
3. Какова геометрия паровой камеры?
4. Почему в методе парогравитационного дренажа используются горизонтальные скважины?
5. Когда прекращается рост паровой камеры?
6. Каковы допущения для построения интегральной модели SAGD?
7. Какие уравнения входят в интегральную модель SAGD?
8. Каковы начальные условия интегральной модели парогравитационного дренажа?
9. Как найти критический расход пара?
10. Как вычислить максимальный объём паровой камеры?
11. Какова формула метода Эйлера?

## **7.4. Практическая работа**

### **Моделирование процесса парогравитационного дренажа**

Совместным применением методов Эйлера и последовательной подстановки решить систему уравнений для парогравитационного дренажа и получить зависимости объёма паровой камеры, массовых дебитов нефти и воды, обводнённости продукции и паронефтяного

отношения от времени процесса. На усмотрение преподавателя возможно решение системы уравнений в размерном виде или в безразмерном с предварительным введением удельного расхода фаз на единицу длины скважины и удельного объёма паровой камеры. Шаг по времени взять 1 сут., расчёт вести до 2500 шагов по времени, объёмный расход закачиваемого пара 0,8 кг/с, коэффициент теплоотдачи 0,5 Вт/(м<sup>2</sup>·К), пористость 0,4, длина горизонтальной скважины 100 м, плотности воды 1000 кг/м<sup>3</sup>, нефти 850 кг/м<sup>3</sup>, пара 50 кг/м<sup>3</sup>, породы 2500 кг/м<sup>3</sup>, теплоёмкости воды 4200 Дж/(кг·К), нефти 4500 Дж/(кг·К), пара 4400 Дж/(кг·К), породы 500 Дж/(кг·К), удельная теплота парообразования воды 2,3 МДж/кг, температура пара 100°С, начальная пластовая температура 20°С, вязкость пара 0,09 сП, нефти 3 сП, воды 1 сП, отношение репрессии на нагнетательной скважине к депрессии на добывающей 0,22, остаточная нефтенасыщенность 10%, связанная водонасыщенность 10%, мощность пласта 30 м. Вычислить критический расход пара и сравнить его с заданным. Сходимость решения посмотреть с помощью сравнения численно рассчитанного максимального объёма паровой камеры с аналитическим. Сделать выводы и отчёт по работе.

## ГЛАВА 8. ФОРМ-ФАКТОР

### 8.1. Понятие форм-фактора

Как известно, пласт не всегда может иметь идеальную цилиндрическую форму, соответствующую плоскорадиальному притоку, причём даже если пласт в сечении круговой, то могут наблюдаться отклонения от этого вида притока. В таком случае применять в неизменном виде те вышерассмотренные формулы для дебитов, которые были получены в предположении о плоскорадиальном течении, нельзя. Для учёта формы пласта вводится понятие форм-фактора.

**Форм-фактор (фактор формы)** – величина, характеризующая геометрию пласта и расположение скважины в нём. Последнее означает, что форм-фактор учитывает и несимметричность расположения скважины в пласте. Для каждого отдельного случая форм-фактор индивидуален, причём зависит только от геометрической формы сечения пласта и расположения добывающей скважины. Существует несколько эмпирических концепций учёта фактора формы, следует рассмотреть их подробнее.

Если имеется радиальный пласт, но вместо давления на контуре питания известно среднее давление в пласте  $p_{cp}$  [11], а приток квазистационарный, то продуктивность скважины может быть вычислена по формуле

$$W = \frac{Q}{p_{cp} - p_c} = \frac{2\pi kh}{\mu B \left( \ln \frac{R_k}{r_c} - \frac{3}{4} + S \right)}, \quad (8.1)$$

которая уже учитывает форм-фактор из-за другого вида притока (равный  $-3/4$ ).

Диетц ввёл собственное понятие форм-фактора и провёл ряд расчётов для различной геометрии пласта и разного расположения добывающей скважины в пласте (см. таблицу 8.1).

Таблица 8.1. Значения форм-фактора по Диетцу для различных видов сечений пласта.

Вид сечения	$C_A$
Круг с добывающей скважиной в центре	31,62
Квадрат с добывающей скважиной в центре	30,9
Равносторонний треугольник с добывающей скважиной в центре	27,6
Правильный шестиугольник с добывающей скважиной в центре	31,6
Параллелограмм с углом $60^\circ$ , на середине противоположной диагонали к которому находится добывающая скважина	27,1
Равнобедренный прямоугольный треугольник, добывающая скважина находится от катетов на расстоянии $1/3$ от их длины	21,9
Прямоугольник, одна из сторон которого больше другой в а) 2; б) 4 раза, добывающая скважина находится от середины более длинной стороны на расстоянии $1/4$ от длины другой стороны	а) 10,8; б) 2,69
Прямоугольник, одна из сторон которого больше другой в а) 2; б) 4 раза, добывающая скважина находится от середины более короткой стороны на расстоянии $1/4$ от длины другой стороны	а) 4,51; б) 0,232
Прямоугольник, одна из сторон которого больше другой в а) 2; б) 4 раза, добывающая скважина находится от четверти каждой из сторон на расстоянии $1/4$ от длины соответствующей другой стороны	а) 2,08; б) 0,115
Квадрат, добывающая скважина находится от середины одной из сторон на расстоянии $1/8$ от длины стороны	3,34

<p>Прямоугольник, одна из сторон которого больше другой в 2 раза, добывающая скважина находится от середины более длинной стороны на расстоянии 1/8 от длины другой стороны</p>	3,13
---	------

При этом продуктивность

$$W = \frac{Q}{p_{\text{ср}} - p_c} = \frac{2\pi kh}{\mu B \left( \frac{1}{2} \ln \left( \frac{10,07A}{C_A r_c^2} \right) - \frac{3}{4} + S \right)}, \quad (8.2)$$

где  $A$  – площадь дренирования,  $C_A$  – форм-фактор по Диеццу.

Одех по-другому определил скин-фактор, причём продуктивность

$$W = \frac{Q}{p_{\text{ср}} - p_c} = \frac{2\pi kh}{\mu B \left( \ln \left( \frac{C_{A\text{Одех}} \sqrt{A}}{r_c} \right) - \frac{3}{4} + S \right)}, \quad (8.3)$$

где  $C_{A\text{Одех}}$  – форм-фактор по Одеху.

Найдём связь между форм-факторами этих авторов, приравнивая (8.2) и (8.3):

$$\frac{1}{2} \ln \left( \frac{10,07A}{C_A r_c^2} \right) = \ln \left( \frac{C_{A\text{Одех}} \sqrt{A}}{r_c} \right), \quad (8.4)$$

тогда по свойству логарифма

$$\ln \left( \frac{\sqrt{10,07A}}{\sqrt{C_A} r_c} \right) = \ln \left( \frac{C_{A\text{Одех}} \sqrt{A}}{r_c} \right), \quad (8.5)$$

$$C_A = \frac{10,07}{C_{A\text{Одех}}^2}, \quad (8.6)$$

$$C_{A\text{Одех}} = \sqrt{\frac{10,07}{C_A}}. \quad (8.7)$$

Феткович и Вьенот по-своему учли форм-фактор, связанный с геометрией пласта и расположением скважины, тогда продуктивность

$$W = \frac{Q}{p_{\text{ср}} - p_c} = \frac{2\pi kh}{\mu B \left( \ln \left( \frac{R'_k}{r_c} \right) - \frac{3}{4} + S_{CA} + S \right)}, \quad (8.8)$$

где  $S_{CA}$  – скин-фактор по Феткович-Вьеноту, связанный с форм-фактором, а модифицированный радиус контура питания

$$R'_k = \frac{\sqrt{A}}{\pi}. \quad (8.9)$$

Все способы учёта форм-фактора взаимосвязаны. Действительно, из равенства (8.3) и (8.8) следует, что

$$\ln\left(\frac{R'_k}{r_c}\right) + S_{CA} = \ln\left(\frac{C_{A0dex}\sqrt{A}}{r_c}\right), \quad (8.10)$$

тогда с учётом (8.9) можно записать

$$\ln\left(\frac{\sqrt{A}}{\pi r_c}\right) + S_{CA} = \ln\left(\frac{C_{A0dex}\sqrt{A}}{r_c}\right), \quad (8.11)$$

$$S_{CA} = \ln(\pi C_{A0dex}). \quad (8.12)$$

С учётом (8.7), получим

$$S_{CA} = \ln\left(\pi \sqrt{\frac{10,07}{C_A}}\right). \quad (8.13)$$

Выражения (8.12) и (8.13) означают, что все способы расчёта форм-фактора эквивалентны, поэтому стоит выбирать тот способ расчёта, который более удобен с учётом имеющихся данных.

## 8.2. Порядок расчёта форм-фактора

Существует другой порядок расчёта форм-фактора путём расчёта скина форм-фактора по Одеху. Этот порядок эквивалентен вышеперечисленным формулам. Следует рассмотреть его подробнее.

Перепишем выражение (8.3) в виде

$$W = \frac{Q}{p_{cp} - p_c} = \frac{2\pi kh}{\mu B \left(S_f - \frac{3}{4} + S\right)}, \quad (8.14)$$

где  $S_f$  – скин форм-фактора по Одеху, причём

$$S_f = \ln\left(\frac{C_{A0dex}\sqrt{A}}{r_c}\right). \quad (8.15)$$

Выражение (8.7) можно упростить, тогда

$$C_{Aodex} = \frac{3,173}{\sqrt{C_A}}. \quad (8.16)$$

Тогда порядок расчёта форм-фактора будет таким:

1. По таблице 8.1 находим форм-фактор по Диетцу, соответствующий имеющейся геометрии пласта.
2. По формуле (8.16) рассчитываем форм-фактор по Одеху.
3. Из выражения (8.15) вычисляем скин форм-фактора.
4. Используя выражение (8.14), находим продуктивность или дебит скважины.

Этот порядок удобен тем, что вводит понятие скин-фактора, и можно сравнить вклад в изменение дебита от различных загрязнений, неоднородностей и от формы пласта.

#### **Вопросы для самопроверки:**

1. Что такое форм-фактор?
2. Для какого вида притока можно использовать формулу продуктивности по Диетцу?
3. Одинаковы ли форм-факторы по Диетцу для различных геометрий пласта?
4. Как найти продуктивность по Одеху?
5. Как связаны форм-факторы по Диетцу и Одеху?
6. Как найти продуктивность по Фектович-Вьеноту?
7. Как связаны между собой все определения форм-факторов?
8. Эквивалентны ли различные способы определения форм-факторов?
9. Как определить скин форм-фактора по Одеху?
10. Чем удобен порядок расчёта форм-фактора путём расчёта скин-эффекта по Одеху?

### 8.3. Практические задачи

**Пример 8.1.** Найти продуктивность скважины, если пласт с проницаемостью 20 мД и мощностью 35 м радиальный, а приток квазистационарный. Радиус контура питания 200 м, радиус скважины 0,1 м, вязкость нефти 2 сП, объёмный коэффициент 1,1, скин-фактор после обработки призабойной зоны оказался равен –2.

**Решение.** При квазистационарном притоке в радиальном пласте продуктивность скважины может быть вычислена по формуле (8.1):

$$W = \frac{2\pi kh}{\mu B \left( \ln \frac{R_k}{r_c} - \frac{3}{4} + S \right)} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2 \cdot 35 \text{ м}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с} \cdot 1,1 \cdot \left( \ln \frac{200 \text{ м}}{0,1 \text{ м}} - \frac{3}{4} - 2 \right)},$$
$$W \approx 4,12 \cdot 10^{-10} \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}}.$$

Ответ:  $W \approx 4,12 \cdot 10^{-10} \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}}$ .

**Пример 8.2.** Имеется квадратный в сечении пласт, скважина расположена в его центре. Найти форм-фактор по Одеху.

**Решение.** Сначала необходимо определить форм-фактор по Диетцу. Согласно таблице 8.1, для квадратного в сечении пласта со скважиной в его центре  $C_A=30,9$ . Тогда форм-фактор по Одеху можно найти, например, из выражения (8.16):

$$C_{A\text{Odex}} = \frac{3,173}{\sqrt{C_A}} = \frac{3,173}{\sqrt{30,9}} \approx 0,571.$$

Ответ:  $C_{A\text{Odex}} \approx 0,571$ .

#### Задачи:

8.1. В радиальный пласт с проницаемостью 300 мД и мощностью 25 м пробурена добывающая скважина с радиусом 10 см, причём приток является квазистационарным. В призабойной зоне радиусом 10 м из-за загрязнения буровым раствором проницаемость оказалась равной 120 мД. Радиус контура питания 300 м, вязкость нефти 12 сП, объёмный коэффициент 1,2, перепад давления между

средним давлением и забойным составляет 2,5 МПа. Чему равен дебит скважины?

Ответ:  $Q \approx 5,77 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ .

- 8.2. Рассчитать продуктивность скважины с использованием форм-фактора по Дьетцу. Дренируется круговой в сечении пласт радиусом 100 м, скважина с радиусом 0,1 м находится в его центре. Проницаемость пласта 1 Д, его мощность 20 м, вязкость нефти 35 сП, объёмный коэффициент 1,25. Скин-фактор отсутствует.

Ответ:  $W \approx 4,66 \cdot 10^{-10} \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}}$ .

- 8.3. Разрабатывается некоторый пласт с проницаемостью 1,8 Д, мощностью 15 м и площадью дренирования 0,1 км<sup>2</sup>. Радиус пробуренной скважины 0,1 м. На скважине был проведён гидроразрыв пласта, эффективный радиус составляет 5 м. Вязкость пластовой нефти 20 сП, продуктивность скважины  $3 \cdot 10^{-6}$  см<sup>3</sup>/сП. Чему равен форм-фактор по Одеху? Объёмным коэффициентом нефти пренебречь.

Ответ:  $C_{A\text{Одех}} \approx 0,565$ .

- 8.4. В квадратный в сечении изотропный пласт со стороной 120 м, проницаемостью 0,5 Д и мощностью 30 м в центре пробурена скважина с радиусом 0,1 м, вскрывающая пласт только на 25 м. Вязкость нефти 5 сП, объёмный коэффициент 1,1, среднее давление в пласте 5 МПа, давление на забое скважины 3 МПа. Определить дебит скважины. Для расчётов использовать подход Фектович-Вьенота, скин-фактор определять по формуле (1.14).

Ответ:  $Q \approx 5,27 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ .

- 8.5. Имеется пласт, его скин-фактор по Фектович-Вьеноту, связанный с форм-фактором, равен 0,56. Найти форм-фактор этого пласта по Дьетцу.

Ответ:  $C_D \approx 32,4$ .

- 8.6. Некоторый пласт в сечении прямоугольный с длинами сторон 200 м и 100 м, скважина находится от середины более длинной стороны на расстоянии  $1/4$  от длины другой стороны. Радиус скважины 0,1 м. Определить скин форм-фактора по Одоху.

Ответ:  $S_f \approx 7,22$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Басниев К. С. Подземная гидромеханика: учебник для вузов / К. С. Басниев, И. Н. Кочина, В. М. Максимов. – М.: Недра, 1993. – 416 с.
2. Бурже Ж. Термические методы повышения нефтеотдачи пластов / Ж. Бурже, П. Сурио, М. Комбарну; под общ. ред. В. Ю. Филановского, Э. Э. Шпильрайна. – М.: «Недра», 1988. – 422 с.
3. Гиматудинов Ш. К. Физика нефтяного и газового пласта: Учебник / Ш. К. Гиматудинов, А. И. Ширковский. – 3-е изд. – М.: Недра, 1982. – 311 с.
4. Желтов Ю. П. Разработка нефтяных месторождений / Ю. П. Желтов. – М.: «Недра», 1986. – 330 с.
5. Коротенко В. А. Физические основы разработки нефтяных месторождений и методов повышения нефтеотдачи / В. А. Коротенко, А. Б. Кряквин, С. И. Грачев, Ам. Ат. Хайруллин, Аз. Ам. Хайруллин. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2014. – 103 с.
6. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде / М. Маскет, пер. М. А. Геймана. – Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 628 с.
7. Мищенко И. Т. Скважинная добыча нефти: Учебное пособие для вузов / И. Т. Мищенко. – М.: ФГУП Издательство «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина, 2003. – 816 с.
8. Овчинников В. П. Сооружение боковых отводов при строительстве многозабойных скважин: учебное пособие / В. П. Овчинников, М. М. Фаттахов, Д. Л. Бакиров, А. Р. Хафизов, Р. А. Исмаков, В. Н. Ковалев, М. М. Хатмулин. – Тюмень: ТИУ, 2017. – 130 с.

9. Сургучев М. Л. Вторичные и третичные методы увеличения нефтеотдачи пластов / М. Л. Сургучев. – М.: «Недра», 1985. – 307 с.
10. Фёдоров К. М. Подземная гидромеханика: Учебно-методическое пособие для студентов физического факультета направления «Физика» / К. М. Фёдоров, А. А. Вольф, Л. М. Кадочникова. – Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2007. – 92 с.
11. Фёдоров К. М. Практический курс по гидродинамическим методам исследования скважин: Учебно-методический комплекс для студентов физического факультета направления «Физика» / К. М. Фёдоров, А. П. Шевелёв. – Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2008. – 181 с.
12. Фёдоров К. М. Сравнительный анализ различных схем размещения скважин для технологии парогравитационного дренажа / К. М. Фёдоров, А. Я. Гильманов, А. П. Шевелёв // Society of Petroleum Engineers. – 2018. – Статья №SPE-191494-18RPTC-RU. – 12 с.
13. Фокеева Л. Х. Определение оптимальной траектории и длин стволов многоствольных горизонтальных скважин с учётом особенностей коллектора / Л. Х. Фокеева. – Уфа: Нефтегазовое дело, 2006. – 16 с.
14. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика / И. А. Чарный. – М.: Государственное научно-техническое издательство нефтяной и горно-топливной литературы, 1963. – 397 с.
15. Шевелёв А. П. Математическое моделирование циклического теплового воздействия на нефтяные пласты: диссертация на соискание учёной степени к. ф.-м. н., специальность 01.02.05 / А. П. Шевелёв. – Тюмень: ТюмГУ, 2005. – 137 с.