

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Романчук Иван Сергеевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 04.03.2025 13:11:33
Уникальный программный ключ:
6319edc2b582ffdacea443f01d5779368d0957ac34f5cd074d81181530452479

Приложение к
рабочей программе
дисциплины

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Наименование дисциплины	Основы механики сплошной среды
Направление подготовки / Специальность	01.03.03 Механика и математическое моделирование
Направленность (профиль) /Специализация	Механика жидкости, газа и плазмы
Форма обучения	Очная
Разработчик	Игошин Д. Е., профессор кафедры фундаментальной математики и механики

1. Темы дисциплины для самостоятельного освоения обучающимися

Отсутствуют.

2. План самостоятельной работы

№ п/п	Учебные встречи	Виды самостоятельной работы	Форма отчетности / контроля	Количество баллов	Рекомендуемый бюджет времени на выполнение (ак.ч.)
1	2	3	4	5	6
1	Основные гипотезы механики сплошной среды. Эйлера и лагранжево описание движения сплошной среды	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
2	Траектории и линии тока	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
3	Материальная производная. Стационарные и нестационарные течения. Потенциальные течения.	Решение задач по теме лекции	Защита решения перед преподавателем	2	3
4	Операции над тензорами	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
5	Ортогональные преобразования координат. Тензор 2-го ранга. Главные значения и главные оси симметричного тензора второго ранга.	Решение задач по теме лекции	Защита решения перед преподавателем	2	3
6	Тензор деформаций	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
7	Вектор перемещения материальной частицы. Лагранжев и эйлеров тензор деформаций	Решение задач по теме лекции	Защита решения перед преподавателем	2	3
8	Тензор скоростей деформаций	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
9	Выражение через перемещения	Решение задач по	Защита решения перед	2	3

		теме лекции	преподавателем		
10	Закон сохранения массы	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
11	Массовые и поверхностные силы. Вектор напряжений. Тензор напряжений	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
12	Расчёт вектора напряжений	Решение задач по теме лекции	Защита решения перед преподавателем	2	3
13	Закон сохранения энергии. Уравнение кинетической энергии	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
14	Преобразование уравнения кинетической энергии	Решение задач по теме лекции	Защита решения перед преподавателем	2	3
15	Уравнение внутренней энергии. Уравнение теплопроводности	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
16	Преобразование уравнений внутренней энергии и уравнения теплопроводности	Решение задач по теме лекции	Защита решения перед преподавателем	2	3
17	Идеальная жидкость. Потенциальное течение идеальной несжимаемой жидкости. Интеграл Бернулли	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
18	Одномерное движение идеальной несжимаемой жидкости	Решение задач по теме лекции	Защита решения перед преподавателем	2	3
19	Ньютоновская жидкость. Уравнения Навье-Стокса	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
20	Течение Куэтта. Течение Пуазейля. Турбулентное течение	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
21	Осреднение параметров течения. Расчёт безразмерных критериев подобия	Решение задач по теме лекции	Защита решения перед преподавателем	2	3
22	Упругое и линейно упругое изотропное тело	Изучение лекционного	Решение задач по теме лекции,	1	3

		материала	выполнение контрольной работы		
23	Деформации твёрдого тела	Решение задач по теме лекции	Защита решения перед преподавателем	2	3
24	Уравнения акустики	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
25	Решение уравнений акустики	Решение задач по теме лекции	Защита решения перед преподавателем	2	3
26	Условия на поверхности сильного разрыва.	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
27	Ударная адиабата	Изучение лекционного материала	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	1	3
28	Подобие и моделирование явлений	Решение задач по теме лекции	Защита решения перед преподавателем	2	3
			Итого	40	84

3. Требования и рекомендации по выполнению самостоятельных работ обучающихся, критерии оценивания.

Изучение лекционного материала

Рекомендации по выполнению.

Помимо записей лекций, рекомендуется обратиться к следующим учебникам:

1. Годунов С.К. Элементы механики сплошной среды. – М.Наука,1987
2. Годунов С.К., Роменский Е.И. Элементы механики сплошной среды и законы сохранения. – Новосибирск: Научная книга,1998
3. Горелов Д.Н. Механика сплошных сред.– Омск: Наследие. Диалог-Сибирь, 2002
4. Губайдуллин А.А., Шнайдер А.В. Механика сплошной среды. Примеры и задачи. – Тюмень: ТюмГУ, 2001
5. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. – М.:МГУ,1978
6. Ильюшин А.А., Ломакин В.А., Шмаков А.П. Задачи и упражнения по механике сплошной среды. – М.:МГУ,1973
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. – М.: Наука, 1988
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973
9. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред.(пер. с англ.). –М.:Мир,1974
10. Нигматулин Р.И. Механика сплошной среды Ч.1,2. – Тюмень,1990
11. Прагер В. Введение в механику сплошных сред.(пер. с нем.). – М. :ИЛ,1963
12. Седов Л.И. Механика сплошной среды.Т.1,2. – М.:Наука,1984
13. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.:Наука,1972

14. Черный Г.Г. Газовая динамика. – М.: Наука, 1988

15. Эглит М.Т.(ред.) Механика сплошных сред в задачах. Т.1,2.– М. Московский лицей, 1996

Рекомендации по самоподготовке к промежуточной аттестации по дисциплине

Оценка студента в рамках модульно-рейтинговой системы оценок является интегрированной оценкой выполнения студентом заданий во время практических занятий, домашних заданий, контрольных работ. Эта оценка характеризует уровень сформированности практических умений и навыков, приобретенных студентом в ходе изучения дисциплины:

61 – 75 баллов — удовлетворительно;

76 – 90 баллов — хорошо;

91 –100 баллов — отлично.

Неуспевающие студенты или студенты, желающие повысить оценку, на зачете должны написать письменную работу. Билеты для зачета включают: теоретический вопрос по курсу дисциплины и две задачи из числа разобранных на семинарах и предлагавшихся на контрольных работах.

Основные понятия механики сплошной среды

Тензоры

1. Определение тензора. Формулы ортогонального преобразования координат, базисных векторов, вектора, тензора.
2. Операции над тензорами: сложение, полиадное произведение, свертка.
3. Тензоры Кронекера, шаровой, изотропный.
4. Главные оси и главные значения тензора 2-го ранга. Определение и нахождение. Вещественность главных значений симметричного тензора, ортогональность главных осей, диагональность матрицы.
5. Оператор Гамильтона.

Кинематика сплошной среды

1. Евклидовость пространства, абсолютность времени и массы, постулат Галилея.
2. Определение сплошной среды, материальной точки, гипотеза индивидуализации.
3. Эйлерово и лагранжево описание движения сплошной среды. Переход между ними.
4. Материальная производная.
5. Траектория, линия тока.
6. Поступательное движение. Установившееся и неустановившееся движения.
7. Потенциальное и безвихревое движения.
8. Определение тензора деформаций.
9. Перемещения. Вычисление линейных тензоров Грина и Альманси.
10. Механический смысл диагональных и недиагональных компонент тензора деформаций, его первого инварианта.
11. Тензор скоростей деформаций, механический смысл.

Динамика сплошной среды

1. Три теоремы об интегралах.
2. Поверхностные и объемные силы.
3. Вектор напряжений, нормальное и касательное напряжения.
4. Тензор напряжений, физический смысл его компонент.
5. Вычисление вектора напряжений.
6. Формулы дифференцирования интеграла по времени.
7. Давление. Разложение тензора напряжений на сумму шаровой части и девиатора.
8. Интегральная и дифференциальная формы записи уравнений сохранения массы, импульса, момента количества движения, энергии.

9. Уравнения сохранения массы, импульса, полной энергии на поверхности сильного разрыва.

Некоторые модели и теории механики сплошной среды

1. Идеальная, вязкая, ньютоновская жидкости. Уравнение Навье-Стокса.
2. Ламинарное и турбулентное течения. Течения Куэтта и Пуазейля.
3. Упругое и линейно-упругое изотропное тела. Закон Гука. Уравнение Ляме.
4. Скорость звука. Волновое уравнение.
5. Сильный разрыв. Контактный разрыв. Ударная волна. Ударная адиабата.

Твердое знание основных понятий является необходимым условием для успешной сдачи зачета и экзамена по курсу механики сплошной среды.

Типовые задачи

1. Поле скоростей задано вектором $\mathbf{v} = x_1^2 t \mathbf{e}_1 + x_2 t^2 \mathbf{e}_2 + x_1 x_3 t \mathbf{e}_3$. Определить скорость и ускорение частицы, находящейся в момент $t = 1$ в точке $P(1, 3, 2)$.

2. Для поля скоростей

$$v_1 = x_1 / (1 + t), \quad v_2 = 2x_2 / (1 + t), \quad v_3 = 3x_3 / (1 + t)$$

найти линии тока и траектории и доказать, что они совпадают.

3. В трехмерном пространстве вычислить следующие выражения, содержащие дельту Кронекера δ_{ij} : а) δ_{ii} , б) $\delta_{ij} \delta_{ij}$, в) $\delta_{ij} \delta_{ik} \delta_{jk}$, г) $\delta_{ij} \delta_{jk}$, д) $\delta_{ij} A_{ik}$.

4. Найти главные оси и главные значения тензора второго ранга

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Пользуясь индексными обозначениями, доказать векторные тождества: а) $\nabla \times \nabla \varphi = 0$, б) $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{a} = 0$.

6. Относительно совмещенных материальных осей ξ_i и пространственных осей x_i задано поле перемещений сплошной среды $x_1 = \xi_1$, $x_2 = \xi_2 + A \xi_3$, $x_3 = \xi_3 + A \xi_2$, где A – константа. Определить компоненты вектора перемещения в материальной и пространственной форме (в лагранжевых и эйлеровых координатах).

7. Показать, что поле скоростей $v_i = A \frac{x_i}{r^3}$, где $x_i x_i = r^2$ и A – произвольная константа, удовлетворяет уравнению неразрывности несжимаемой жидкости.

8. Доказать формулу Громеки-Лэмба

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\text{rot } \mathbf{v}) \times \mathbf{v} + \nabla \frac{v^2}{2}.$$

9. Задан тензор напряжений в точке M :

$$\sigma = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Определить вектор напряжения в точке M на площадке с единичным вектором нормали

$$\mathbf{n} = \frac{2}{3} \mathbf{e}_1 - \frac{2}{3} \mathbf{e}_2 + \frac{1}{3} \mathbf{e}_3.$$

10. Рассмотреть задачу стационарной одномерной теплопроводности в полном цилиндре с постоянными k и S , описываемую уравнением

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(kr \frac{dT}{dr} \right) + S = 0.$$

Внутренняя и внешняя поверхности поддерживаются при постоянных известных температурах T_i и T_0 . Отношение радиусов r_o / r_i равно 4. Источниковый член задан выражением $Sr_i^2 / [k(T_0 - T_i)] = 2,5$. Получить аналитическое решение. Посчитать плотность тепловых потоков на границах. Показать выполнение теплового баланса.

11. Получить профиль скорости в случае стационарного плоского течения несжимаемой жидкости с постоянной вязкостью между двумя бесконечными параллельными пластинами.
12. Получить из закона Гука выражение для упругих деформаций через напряжения

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \left(\sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu} \sigma_{kk} \delta_{ij} \right).$$

Вопросы к дифференцированному зачету

1. Главные значения и главные оси тензора. Характеристическое уравнение. Собственные значения симметричного тензора.
2. Ортогональность главных осей, диагональность матрицы тензора в главных осях.
3. Линии тока и траектории. Установившиеся и неустановившиеся движения. Потенциальные и вихревые движения.
4. Дифференцирование по времени при лагранжевом и эйлеровом описании. Материальная производная.
5. Лагранжев тензор деформаций (Грина). Выражение через перемещения. Эйлеров тензор деформаций (Альманси). Выражение через перемещения.
6. Тензор малых деформаций. Изменение квадрата длины отрезка.
7. Механический смысл тензора малых деформаций. Условия совместности деформаций.
8. Распределение скоростей в бесконечно малой частице. Теорема Коши-Гельмгольца.
9. Три теоремы об интегралах.
10. Уравнение неразрывности при эйлеровом описании.
11. Уравнение неразрывности при лагранжевом описании.
12. Тензор напряжений. Механический смысл тензора напряжений. Касательные и нормальные напряжения.
13. Уравнение импульсов. Система уравнений сохранения массы и импульса. Дивергентная форма и форма Громеки-Ламба ускорения материальной частицы.
14. Уравнение момента количества движения. Симметричность тензора напряжений.
15. Главные оси и главные напряжения тензора напряжений. Вектор напряжений. Давление. Поверхность напряжений Коши.
16. Закон сохранения энергии.
17. Уравнения сохранения кинетической энергии и внутренней энергии. Уравнение теплопроводности.
18. Идеальная жидкость. Одномерное движение идеальной несжимаемой жидкости.
19. Потенциальное течение идеальной несжимаемой жидкости. Задача Неймана. Интеграл Коши-Лагранжа.
20. Интеграл Бернулли.
21. Вязкая, линейно-вязкая, линейно-вязкая изотропная жидкость.
22. Уравнение Навье-Стокса.
23. Течение Куэтта.
24. Течение Пуазейля. Турбулентное течение.
25. Упругое, линейно-упругое, линейно-упругое изотропное тело. Уравнение Ляме.

26. Растяжение стержня. Всестороннее сжатие. Сдвиг.
27. Уравнения акустики.
28. Решение уравнений акустики.
29. Уравнение сохранения массы на поверхности сильного разрыва.
30. Уравнение сохранения импульса на поверхности сильного разрыва.
31. Уравнение сохранения энергии на поверхности сильного разрыва.
32. Анализ уравнений сохранения на поверхности сильного разрыва. Контактный разрыв. Ударный скачок.
33. Уравнения сохранения в системах координат, связанных со скачком и с невозмущенным газом.
34. Адиабата Пуассона и ударная адиабата.