

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Романчук Иван Сергеевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 31.01.2025 10:13:55  
Уникальный программный ключ:  
6319edc2b582ffda443f01d5779368d0957ac34f5cd074d81181530452479

Приложение к рабочей  
программе дисциплины

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Наименование дисциплины	Анализ временных рядов
Направление подготовки / Специальность	38.03.01 Экономика
Направленность (профиль) / Специализация	Экономика и анализ данных ОП ВО
Форма обучения	очная

Разработчик *Мерзлякова А.Ю.,*  
*профессор научно-учебной лаборатории исследований рынка труда*

1. Темы дисциплины для самостоятельного освоения обучающимися  
Отсутствуют.

2. План самостоятельной работы:

№ п/п	Учебные встречи	Виды самостоятельной работы	Форма отчетности / контроля	Количество баллов	Рекомендуемый бюджет времени на выполнение (ак.ч.)
1.	Временной ряд как дискретный случайный процесс. Модели авторегрессии-скользящего среднего ARMA (p, q).	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	2
2.	Информационные критерии. Прогнозирование в модели Бокса-Дженкинса	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	2
3.	Нестационарные временные ряды. Кажущаяся регрессия. Подход Бокса-Дженкинса к определению степени интеграции временного ряда. Тестирование единичного корня.	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	2
		3. Выполнение расчетного задания	Представление и защита работы	15	44
4.	Авторегрессионные модели с распределенными лагами	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	2
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	4
5.	Коинтеграция временных рядов. Модели коррекции ошибками	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	2
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	3

6.	Многомерные временные ряды. Модели векторной авторегрессии (VAR).	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	2
		3. Выполнение расчетного задания	Представление и защита работы	15	44
7.	Нелинейные модели временных рядов: ARCH, GARCH	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	2
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	4
8.	Подготовка к экзамену	Изучение материалов по дисциплине по вопросам к экзамену	Контрольная работа	-	29
	Итого			42	146

3. Требования и рекомендации по выполнению самостоятельных работ обучающихся, критерии оценивания

#### **Вид: Подготовка к практическим занятиям**

Краткая характеристика – в ходе подготовки к практическим занятиям рекомендуется решить задачи, задаваемые для самостоятельной работы, на основе примеров, разбираемых на практических занятиях.

Рекомендации для подготовки: разбор практических примеров, продемонстрированных на лекциях и решенных на практических занятиях.

#### **Вид: Проработка лекций**

Краткая характеристика – в ходе подготовки к практическим занятиям рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях, а также, при необходимости использовать информационные ресурсы, рекомендованные рабочей программой дисциплины

Рекомендации для подготовки:

- Изучение лекционного материала по теме
- Изучение рекомендованной основной и дополнительной литературы
- Ответы на дополнительные теоретические вопросы для практических занятий

**Тема 1.** Временной ряд как дискретный случайный процесс. Модели авторегрессии-скользящего среднего ARMA (p, q).

Стационарные временные ряды.

Авторегрессионная модель (AR)

Модель скользящего среднего (MA)

ARMA модели

Применимость, выбор спецификации модели, оценка модели и прогнозирование с

ее помощью.

**Тема 2.** Информационные критерии. Прогнозирование в модели Бокса-Дженкинса  
Методология Бокса-Дженкинса,  
Диагностические тесты для оценки качества модели.

**Тема 3.** Нестационарные временные ряды. Кажущаяся регрессия. Подход Бокса-Дженкинса к определению степени интеграции временного ряда. Тестирование единичного корня

Нестационарные временные ряды: характеристическое уравнение и единичные корни

Тестирование на стационарность: дополненный тест Дикки-Фулера, тест Филиппса-Перона, KPSS тест.

Приведение рядов к стационарному виду: монотонные преобразования, дифференцирование, анализ выбросов.

Корректировка рядов на сезонность: декомпозиция ряда, разложение Фурье и периодограмма, модель SARIMA

**Тема 4.** Авторегрессионные модели с распределенными лагами  
Модели с распределенными лагами независимой переменной  
ADL-модели

**Тема 5.** Коинтеграция временных рядов. Модели коррекции ошибками

Представление коинтегрированных систем: многомерное разложение Бевеиджа-Нельсона, треугольное представление Филлипса, представление общего тренда Стока-Ватсона,

Представление в виде векторной авторегрессии,

Представление в форме векторных моделей коррекции остатками (VEC-модели).

Процедуры оценивания моделей коинтеграции: алгоритм Йохансена, детерминированные тренды.

**Тема 6.** Многомерные временные ряды. Модели векторной авторегрессии (VAR).

Многомерные временные ряды: определения и основные понятия.

Модели векторной авторегрессии (VAR): автоковариационная функция VAR-процессов, оценивание VAR-модели, функция импульсного отклика.

Причинность по Гранжеру.

Спецификация модели SVAR,

Сравнение с редуцированной формой VAR,

Структурные функции отклика (Structural Impulse Responses)

Декомпозиция Холецкого,

Декомпозиция Бланшард-Квуа (Blanchard-Quah decomposition),

Декомпозиция вариации.

Стратегии идентификации: рекурсивная и нерекурсивная стратегия

**Тема 7.** Нелинейные модели временных рядов: ARCH, GARCH

Модель ARCH.

Модель GARCH: стационарность, прогнозирование волатильности.

Интегрированные GARCH – модели.

Ассиметричные модели волатильности. Модель EGARCH.

Другие ассиметричные модели: GJR-GARCH, нелинейная AGARCH.

Кривая воздействия новостей.

Нелинейные и пороговые GARCH-модели.

GARCH с плавным переходом, пороговая GARCH (TGARCH), GARCH с марковскими переключениями.

Модели GARCH в среднем (MGARCH). GARCH- модели с долгой памятью

## Вид Выполнение расчетного задания

Краткая характеристика - задания носят разноплановый характер, нацелены на приобретение студентами навыков применения инструментальных средств для обработки данных и построения эконометрических моделей; анализа и интерпретации полученных результатов.

Рекомендации по выполнению: решение расчетных заданий рекомендуется оформлять в рукописном варианте с приведением формул, всех необходимых расчетов, а также каждый расчет должен сопровождаться обоснованным статистическим выводом.

Пример первой расчетной работы:

Необходимо выбрать финансовый временной ряд (например, ряд цен акций любой компании) и провести следующий анализ:

1. Проверить временной ряд на стационарность с помощью параметрических и непараметрических тестов:

2. тестирование постоянства математического ожидания с помощью критерия Стьюдента (параметрический тест) и критерия Манна - Уитни (непараметрический тест);

3. тестирование дисперсии с помощью критериев Фишера, Кокрена и Бартлетта (параметрические тесты) и Сиджела - Тьюки (непараметрический тест).

4. Проверить с помощью тестов Дики-Фуллера гипотезу о наличии единичного корня в лагах до 12 значения. Если гипотеза подтверждается, то проверить наличие второго единичного корня.

5. Если ряд стационарный и в гипотеза «наличия единичного корня» отвергается, то с помощью анализа графика АКФ и ЧАКФ определить предполагаемый вид линейной модели временного ряда.

6. Если ряд нестационарный, или интегрируемый  $n$ -го порядка, то применяя метод конечных разностей или логарифмирования разностей привести ряд к стационарному виду и перейти к п.3.

7. Проверить качество модели с помощью анализа остатков на соответствие процессу "белого шума", т.е. отсутствие автокорреляции по критерию Бокса – Пирса или Бокса-Льюинга.

Пример второй расчетной работы:

Задача 1.

а. Предположим, что два ряда  $y_t$  и  $x_t$  являются интегрируемыми порядка 1,  $I(1)$ , и предположим, что  $y_t - \beta_1 x_t$  и  $y_t - \beta_2 x_t$  являются  $I(0)$ . Покажите, что  $\beta_1 = \beta_2$ , продемонстрировав тем самым, что может быть только один (единственный) коинтегрирующий параметр.

б. Объясните интуитивно, почему статистика Дарбина—Уотсона в регрессии  $I(1)$  переменных  $y_t$  по  $x_t$  информативна в вопросе существования коинтеграции между  $y_t$  и  $x_t$ .

в. Объясните, что означает «суперсостоятельность».

г. Рассмотрите три  $I(1)$  переменные  $y_t$ ,  $x_t$  и  $z_t$ . Предположите, что  $y_t$  и  $x_t$  коинтегрированы, и что  $x_t$  и  $z_t$  коинтегрированы. Означает ли это, что  $y_t$  и  $z_t$  также коинтегрированы? Почему (нет)?

## Задача 2

В файлах INCOME мы находим ежеквартальные данные относительно британского номинального потребления и дохода за период с первого квартала 1971г. по второй квартал 1985 г. ( $T = 58$ ).

а. Протестируйте наличие единичного корня в ряде потребления, используя несколько расширенных тестов Дики—Фуллера.

б. Постройте МНК-регрессию, объясняющую зависимость потребления от дохода. Протестируйте наличие коинтеграции, используя два различных теста.

в. Постройте МНК-регрессию, объясняющую зависимость дохода от потребления. Протестируйте наличие коинтеграции.

г. Сравните результаты оценивания и  $R^2$ -ты последних двух регрессий.

д. Определите член коррекции остатков в одной из этих двух регрессий и оцените модель коррекции остатков для приращения в потреблении. Протестируйте, является ли коэффициент коррекции нулем.

е. Оцените модель коррекции остатков для приращения в доходе. Протестируйте, является ли коэффициент коррекции нулем.

## Задача 3.

В файле «m-mrk2vw.txt» представлены ежемесячные логарифмы доходностей акций, в том числе и процентные дивиденды, Merck & Co, Johnson & Johnson, General Electric, General Motors, Ford Motor Company, и взвешенный индекс цен с января 1960 года в декабре 2008 года. Постройте модель VAR, оценив ее порядок, а также укажите переменные, которые существенны для каждого из уравнения:

## Вид Подготовка к экзаменационной контрольной работе

Краткая характеристика - задания направлены на проверку знаний, умений и навыков расчета показателей, построения эконометрических моделей, анализа и интерпретации полученных результатов, применения инструментальных средств для обработки данных позволяют оценить компетенции, формируемые в результате изучения дисциплины.

Рекомендации для подготовки:

- изучение лекционного материала по пройденным темам;
- разбор задач, изученных на лекционных и практических занятиях;
- решение дополнительных задач по пройденным темам.

Пример контрольной работы:

## Задачи.

Задача 1 (10 баллов). Является ли временной ряд, заданный авторегрессионным разностным уравнением, стационарным?

$$1. x_t = \frac{3}{2} \cdot x_{t-1} - \frac{3}{4} \cdot x_{t-2} + \frac{1}{8} \cdot x_{t-3} + u_t.$$

$$2. x_t = 3 + 0.4 \cdot x_{t-1} - 0.04 \cdot x_{t-2} + u_t.$$

$$3. x_t = 5 - 3 \cdot x_{t-1} - 3 \cdot x_{t-2} - x_{t-3} + u_t.$$

$$4. x_t = -2 \cdot x_{t-1} + 1.25 \cdot x_{t-2} - 0.25 \cdot x_{t-3} + u_t.$$

Если ряд является стационарным найдите его математическое ожидание, дисперсию и автокорреляционную функцию.

Задача 2 (5 баллов). Написать формулы для прогноза

1. на  $l = 4$  шага для процесса  $x_t = 2 + 0.25 \cdot x_{t-2} + u_t$ .

2. на  $l = 5$  шагов для процесса  $x_t = 0.5 \cdot x_{t-2} - 0.05 \cdot x_{t-3} + 0.001 \cdot x_{t-4} + u_t$ .

3. на  $l = 6$  шагов для процесса  $x_t = 0.5 \cdot x_{t-3} + 0.001 \cdot x_{t-4} + u_t$ .

Задача 3 (15 баллов). Рассмотрим модель ADL

$$y_t = \beta_0 + \alpha y_{t-1} + \beta_1 x_t + \beta_2 x_{t-1} + \varepsilon_t.$$

1. Когда для этой модели выполнено условие стационарности?
2. Напишите функцию импульсного отклика для краткосрочной зависимости.
3. Напишите функцию импульсного отклика для долгосрочной зависимости.
4. Напишите уравнение долгосрочной зависимости и дайте его интерпретацию

Задача 4 (10 баллов). Рассмотрим модель VAR(1)

$$x_t = Ax_{t-1} + u_t, \quad x_t = \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix}, \quad u_t = \begin{pmatrix} u_t \\ v_t \end{pmatrix},$$

Где  $u_t \sim WN(0, \sigma_u^2)$ ,  $v_t \sim WN(0, \sigma_v^2)$ ,  $cov(u_t, v_t) = \sigma_{uv}$ .

Проверьте условие стационарности для матрицы A:

$$1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & 0.5 \\ -0.5 & 0 \end{pmatrix}, \quad 3) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 5 (10 баллов). Рассмотрим модель VAR ( $u_t, v_t \sim WN$ )

$$\begin{aligned} x_t &= \mu_1 + 0.5 \cdot x_{t-1} + \beta \cdot y_{t-2} + u_t, \\ y_t &= \mu_2 + 0.5 \cdot y_{t-1} + \beta \cdot x_{t-2} + v_t \end{aligned}$$

При каких значениях параметра  $\beta$  эта модель нестационарна (имеет единичный корень)?

Задача 6 (20 баллов). Рассмотрим модели временных рядов

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} x_t = x_{t-1} + u_t \\ y_t = x_t + v_t \end{cases} & \text{b) } & \begin{cases} x_t = 0.5y_t + x_{t-1} + u_t \\ y_t = x_t + 0.5y_{t-1} + v_t \end{cases} \\ \text{c) } & \begin{cases} x_t = 1.5x_{t-1} + y_{t-1} - 0.5x_{t-2} - y_{t-2} + u_t \\ y_t = -x_{t-1} - 0.5y_{t-1} + x_{t-2} + 1.5y_{t-2} + v_t \end{cases} \end{aligned}$$

1. Запишите эти модели в виде моделей VAR.
2. Проверьте условие стационарности.
3. Какие временные ряды коинтегрированы?
  - Если ряды коинтегрированы, найдите коинтеграционное соотношение, корректируя ошибку, и запишите модель VECM.
  - Если ряды неинтегрированы, то постройте VAR-модель для первых разностей.

Задача 7 (10 баллов).

Для длинного временного ряда  $y_t$  ( $T = 100$ ) получена следующая модель (в скобках стандартные ошибки коэффициентов)

$$\Delta y_t = \frac{2.87}{(1.324)} + \frac{0.12}{(0.062)} \cdot t - \frac{0.15}{(0.078)} \cdot y_{t-1} + \frac{0.43}{(0.109)} \cdot \Delta y_{t-1} - \frac{0.26}{(0.102)} \cdot \Delta y_{t-2} + e_t$$

На уровне значимости 5% проверить гипотезу о том, что ряд  $t$  у содержит стохастический тренд, против альтернативной, что ряд содержит детерминированный тренд.

4. Рекомендации по самоподготовке к промежуточной аттестации по дисциплине

Вопросы для самопроверки к экзамену

1. Стационарность и единичные корни: тестирование единичных корней в моделях авторегрессии первого порядка и моделей более высокого порядка.
2. Автокорреляционная и частная автокорреляционная функции.
3. Модели стационарных временных рядов: Оценивание моделей АРСС. Диагностическая проверка. Критерии для выбора моделей.
4. Прогнозирование с помощью моделей АРСС: Оптимальная прогнозирующая функция. Точность прогнозирования.
5. Модель ARCH.
6. Модель GARCH: стационарность, прогнозирование волатильности.
7. Интегрированные GARCH – модели.
8. Модель EGARCH.
9. Другие ассиметричные модели: GJR-GARCH, нелинейная AGARCH.
10. Кривая воздействия новостей
11. GARCH с плавным переходом, пороговая GARCH (TGARCH).
12. GARCH с марковскими переключениями.
13. Модели GARCH в среднем (MGARCH). GARCH- модели с долгой памятью.
14. Модели векторной авторегрессии (VAR): автоковариационная функция VAR-процессов, оценивание VAR-модели
15. Модели векторной авторегрессии (VAR): функция импульсного отклика.
16. Причинность по Гранжеру.
17. Многомерное разложение Бевеиджа-Нельсона.
18. Треугольное представление Филлипса
19. Представление общего тренда Стока-Ватсона
20. Представление в виде векторной авторегрессии
21. Представление в форме векторных моделей коррекции остатками (VEC-модели).
22. Процедуры оценивания моделей коинтеграции: алгоритм Йохансена, детерминированные тренды.
23. Спецификация моделей и тестирование.