

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Романчук Иван Сергеевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 25.12.2024 11:00:29
Уникальный программный ключ:
6319edc2b582ffdacea443f01d5779368d0957ac34f5cd074d81181530452479

Приложение к рабочей
программе дисциплины

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Наименование дисциплины *Математическая статистика*

Направление подготовки /
Специальность *38.03.01 Экономика*

Направленность (профиль) /
Специализация *Прикладная экономика
ОП ВО*

Форма обучения *очная*

Разработчик *Мерзлякова А.Ю.,
профессор научно-учебной лаборатории исследований рынка труда*

1. Темы дисциплины для самостоятельного освоения обучающимися
Отсутствуют.

2. План самостоятельной работы:

№ п/п	Учебные встречи	Виды самостоятельной работы	Форма отчетности / контроля	Количество баллов	Рекомендуемый бюджет времени на выполнение (ак.ч.)
1	Некоторые одномерные распределения, используемые в математической статистике	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	2
2	Основные понятия статистики	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	2
3	Статистическое оценивание неизвестных параметров распределений	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	2
		3. Подготовка к контрольной работе	Контрольная работа	-	7
		4. Выполнение расчетного задания	Представление и защита работы	15	34
4	Доверительные интервалы	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	2
5	Статистическая проверка гипотез	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	2
6	Непараметрические критерии	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	2

		занятию			
7	Дисперсионный анализ	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	2
		3. Подготовка к контрольной работе	Контрольная работа	-	7
		4. Выполнение расчетного задания	Представление и защита работы	15	34
8	Введение в Байесовские методы	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	1
9	Подготовка к дифференцированному зачету	Изучение материалов по дисциплине по вопросам к зачету	Контрольная работа	-	9
	Итого			46	114

3. Требования и рекомендации по выполнению самостоятельных работ обучающихся, критерии оценивания

Вид Выполнение расчетного задания

Краткая характеристика - задания носят разноплановый характер, нацелены на приобретение студентами навыков применения инструментальных средств для обработки данных и построения эконометрических моделей; анализа и интерпретации полученных результатов.

Рекомендации по выполнению: решение расчетных заданий рекомендует оформлять в рукописном варианте с приведением формул, всех необходимых расчетов, а также каждый расчет должен сопровождаться обоснованным статистическим выводом.

Пример первой расчетной работы:

Задача 1

Имеется случайная выборка X_1, \dots, X_n из закона распределения, заданного функцией плотности:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta^3}, & 0 \leq x \leq \theta, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad \theta > 0.$$

- Найдите $P(1 < X_1 < 3)$, если параметр $\theta=4$.
- Проверьте на несмещённость оценку $\hat{\theta} = \frac{3X_1 + X_2 + X_3}{10}$ для параметра θ .
- Постройте оценку параметра θ методом моментов.

Задача 2

Имеется случайная выборка X_1, \dots, X_n из закона распределения, заданного функцией

ПЛОТНОСТИ:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^3}{\theta^4}, & 0 \leq x \leq \theta, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad \theta > 0.$$

а) Найдите $P(1 < X_1 < 2)$, если параметр $\theta=3$.

б) Проверьте на несмещённость оценку $\hat{\theta} = \frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{4}$ для параметра θ .

в) Постройте оценку параметра θ методом моментов

Задача 3

Пусть $X = (X_1, \dots, X_n)$ случайная выборка из распределения Рэлея с плотностью распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{x}{\theta} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\theta}}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad \theta > 0.$$

Найдите при помощи метода моментов оценку неизвестного параметра θ по первому начальному моменту

Задача 4

Пусть $X = (X_1, \dots, X_n)$ случайная выборка из распределения с функцией распределения $F(x; \theta) = 1 - e^{-\frac{x^2}{\theta}}$, $x \geq 0$, $\theta > 0$. При помощи метода максимального правдоподобия найдите оценку неизвестного параметра θ

Задача 5

Пусть $X = (X_1, \dots, X_n)$ случайная выборка из биномиального распределения $Bi(5, p)$, где $p \in (0; 1)$.

а) найдите информацию Фишера ($I_n(p)$).

б) подберите константу c так, чтобы оценка $\hat{p} = c \cdot \bar{X}$ оказалась несмещенной.

в) является ли оценка \hat{p} из предыдущего пункта эффективной и состоятельной.

Задача 6

Пусть $X = (X_1, \dots, X_n)$ случайная выборка из биномиального распределения $Bi(15, p)$, где $p \in (0; 1)$.

а) найдите информацию Фишера ($I_n(p)$).

б) подберите константу c так, чтобы оценка $\hat{p} = c \cdot \bar{X}$ оказалась несмещенной.

в) является ли оценка \hat{p} из предыдущего пункта эффективной и состоятельной.

Задача 7

Пусть $X = (X_1, \dots, X_n)$ случайная выборка из биномиального распределения $Bi(25, p)$, где $p \in (0; 1)$.

а) найдите информацию Фишера ($I_n(p)$).

б) подберите константу c так, чтобы оценка $\hat{p} = c \cdot \bar{X}$ оказалась несмещенной.

в) является ли оценка \hat{p} из предыдущего пункта эффективной и состоятельной.

Задача 8

Пусть $X = (X_1, \dots, X_n)$ случайная выборка из биномиального распределения $Bi(20, p)$, где $p \in (0; 1)$.

а) найдите информацию Фишера ($I_n(p)$).

б) подберите константу c так, чтобы оценка $\hat{p} = c \cdot \bar{X}$ оказалась несмещенной.

в) является ли оценка \hat{p} из предыдущего пункта эффективной и состоятельной.

Пример второй расчетной работы:

Задача 1

В течение месяца студентки участвовали в программе, предложенной фитнес-центром. В таблице приведены значения веса 12 участниц до и после программы. Найдите 95%-ный доверительный интервал для изменения веса в результате программы (укажите, какие предположения вы использовали при этом).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
До	70.0	61.5	55.1	82.2	49.0	55.8	64.2	78.2	65.1	61.1	57.1	59.3
После	72.0	61.0	56.5	80.0	49.3	55.0	67.9	78.1	65.7	61.3	58.0	59.2

Задача 2

Пусть p_1 и p_2 – доли сторонников запрета на курение в ресторанах среди мужчин и женщин. Для оценки разности $p_1 - p_2$ произведены две выборки мужчин и женщин размера n и каждая и получены выборочные пропорции p_1 и p_2 . Определите размер выборки n , необходимый для того, чтобы интервал $p_1 - p_2 \pm 0.05$ покрывал $p_1 - p_2$ с вероятностью не меньшей 80%.

Задача 3

Предположим, X – оценка студента по курсу теории вероятностей – имеет нормальное распределение $N(\mu_{тв}, \sigma^2)$, а Y – оценка студента по курсу математической статистики – имеет нормальное распределение $N(\mu_{мс}, \sigma^2)$. Ниже представлены случайные выборки размеров 5 и 8.

$$x_1 = 64, x_2 = 49, x_3 = 53, x_4 = 46, x_5 = 57,$$

$$y_1 = 62, y_2 = 47, y_3 = 49, y_4 = 66, y_5 = 54, y_6 = 50, y_7 = 55, y_8 = 52$$

Найдите 90%-ный доверительный интервал для $\mu_{тв} - \mu_{мс}$.

Задача 4

В опросе Newsweek был задан вопрос: «Предпочли бы вы жить в районе с преимущественно белым, преимущественно афроамериканским или смешанным населением?» Пусть p_1 , p_2 пропорции белых и афроамериканских респондентов, предпочитающих районы со смешанным населением. 207 из 305 афроамериканских респондентов и 291 из 632 белых предпочли район со смешанным населением. Найдите 90%-ный доверительный интервал для $p_1 - p_2$.

Задача 5

Психологи утверждают, что смена области деятельности стимулирует интеллект. В качестве эксперимента руководство компании обязало 10 менеджеров пройти интенсивный

полугодовой курс китайской философии с обязательным экзаменом. Менеджер, не сумевший сдать экзамен, уволился из компании. Все сдали экзамен. Их зарплаты до эксперимента и через год после него представлены в таблице. Найдите 95%-ный доверительный интервал для среднего изменения зарплаты участника эксперимента. (Укажите, какие предположения вы использовали при этом.)

До	70.0	81.5	55.1	82.2	49.0	55.8	64.2	78.2	65.1	61.1
После	72.0	61.0	66.5	90.0	69.3	75.0	67.9	78.1	85.7	71.3

Задача 6

Перед приемной кампанией 2006 г. В РЭШ было принято решение о существенном снижении требований к абитуриентам на вступительном экзамене по математике. Распределение оценок, полученных абитуриентами на экзаменах в 2005 и 2006 гг., в случайных выборках размера 50 приведено в таблице. Найдите 95%-ный доверительный интервал для среднего изменения оценок абитуриентов в результате принятого решения. (Укажите какие предположения вы использовали при этом.)

Оценка	100	95	90	85	80	75	70	65	60	55
2005г	2	1	0	0	10	5	10	7	6	9
2006г	0	0	5	5	8	7	8	4	8	5

Задача 7

Имеется 80 наблюдений пуассоновской случайной величины X . Их среднее значение равно $\bar{X} = 1.7$. Тестируйте на 5%-ном уровне значимости гипотезу $H_0: \lambda = 2$ против альтернативной гипотезы $H_1: \lambda \neq 2$ при помощи теста отношения правдоподобия.

Задача 8

Имеется 80 наблюдений бернуллиевской случайной величины X с параметром p . Их выборочное среднее значение равно $\bar{X} = 0.3$. Тестируйте на 5%-ном уровне значимости гипотезу $H_0: p = 0.5$ против альтернативной гипотезы $H_1: p < 0.5$ при помощи теста отношения правдоподобия.

Задача 9

Игральный тетраэдр бросили 100 раз. Числа 1, 2, 3, 4 выпали 50, 30, 10 и 10 раз соответственно. Проверьте, верно ли, что единица выпадает вдвое чаще, чем двойка, с помощью:

- А) критерия отношения правдоподобия
- Б) критерия согласия Пирсона

Задача 10

В таблице приведены данные по составу студентов математического и биологического факультетов университета. Тестируйте гипотезу о равном отношении юношей и девушек к математике двумя способами и рассчитайте

Соответствующие p -значения при помощи:

- (а) критерия согласия Пирсона;
- (б) теста равенства двух пропорций, например, равенства долей юношей-математиков и юношей-биологов.

	Юноши	Девушки
Математика	101	85
Биология	94	120

Вид: Подготовка к практическим занятиям

Краткая характеристика – в ходе подготовки к практическим занятиям рекомендуется решить задачи, задаваемые для самостоятельной работы, на основе примеров, разбираемых на практических занятиях.

Рекомендации для подготовки: разбор практических примеров, продемонстрированных на лекциях и решенных на практических занятиях.

Вид: Проработка лекций

Краткая характеристика – в ходе подготовки к практическим занятиям рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях, а также, при необходимости использовать информационные ресурсы, рекомендованные рабочей программой дисциплины

Рекомендации для подготовки:

- Изучение лекционного материала по теме
- Изучение рекомендованной основной и дополнительной литературы
- Ответы на дополнительные теоретические вопросы для практических занятий

Тема 1. Некоторые одномерные распределения, используемые в математической статистике

1. Основные свойства Хи-квадрат распределения,
2. Основные свойства распределения Стьюдента и Фишера. Их.
3. Работа с таблицами распределений.

Тема 2. Основные понятия статистики

1. Репрезентативность выборки. Эмпирическая функция распределения.
2. Полигон частот и гистограмма.
3. Выборочные моменты и квантили.
4. Выборочный коэффициент корреляции.
5. Асимптотическое поведение выборочных моментов.
6. Стратифицированная случайная выборка.
7. Стратифицированное выборочное среднее.
8. Дисперсия выборочного среднего при оптимальном и при пропорциональном размещении.

Тема 3. Статистическое оценивание неизвестных параметров распределений

1. Точечные оценки.
2. Свойства оценок: несмещенность, состоятельность, эффективность.
3. Метод моментов и метод наибольшего правдоподобия.
4. Оценка параметров биномиального, нормального и равномерного распределений.
5. Информация Фишера. Неравенство Рао-Крамера-Фреше.

Тема 4 Доверительные интервалы

1. Понятие о доверительных интервалах и принципах их построения.
2. Доверительные интервалы для среднего при известной и неизвестной дисперсии.
3. Доверительные интервалы для пропорции.
4. Доверительные интервалы для дисперсии.
5. Доверительные интервалы для разности двух средних
6. Асимптотические доверительные интервалы для параметров функции правдоподобия.
7. Дельта-метод.

Тема 5. Статистическая проверка гипотез

1. Проверка гипотез. Простые и сложные гипотезы.

2. Критерий выбора между основной и альтернативной гипотезами.
3. Уровень значимости. Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия. Наиболее мощный критерий.
4. Проверка гипотез и доверительное оценивание.
5. Параметрические гипотезы.
6. Проверка гипотез о математическом ожидании, пропорции и дисперсии.
7. Проверка гипотез о разности двух средних, разности двух пропорций.
8. Проверка гипотез о равенстве двух дисперсий нормальных распределений.
9. Критерий отношения правдоподобия.
10. Критерии согласия: Критерий Пирсона хи-квадрат.
11. Критерий согласия Колмогорова.
12. Проверка гипотезы о независимости признаков.
13. Проверка гипотезы об однородности данных.

Тема 6. Непараметрические критерии

1. Непараметрические критерии.
2. Критерий знаков.
3. Критерии Вилкоксона, Манна-Уитни.
4. Коэффициент корреляции Спирмена.

Тема 7. Дисперсионный анализ

1. Однофакторный дисперсионный анализ
2. Многофакторный дисперсионный анализ

Тема 8. Введение в Байесовские методы

1. Байесовский подход к оцениванию параметров и прогнозированию.
2. Априорное и апостериорное распределение.
3. Сопряжённые распределения.
4. Байесовские интервалы.
5. Монте Карло по схеме марковской цепи.
6. Алгоритм Гиббса.
7. Алгоритм Метрополиса-Гастингса.
8. Байесовские аналоги классических тестов.

Вид Подготовка к контрольной работе

Краткая характеристика - задания направлены на проверку знаний, умений и навыков расчета показателей, построения эконометрических моделей, анализа и интерпретации полученных результатов, применения инструментальных средств для обработки данных позволяют оценить компетенции, формируемые в результате изучения дисциплины.

Рекомендации для подготовки:

- изучение лекционного материала по пройденным темам;
- разбор задач, изученных на лекционных и практических занятиях;
- решение дополнительных задач по пройденным темам.

Пример контрольной работы 1:

Минимум (40 баллов)

Задача 1. (10 баллов) С помощью нормальных случайных величин дайте определение случайной величины, имеющей хи-квадрат распределение. Для хи-квадрат распределённой случайной величины укажите диапазон возможных значений, математическое ожидание и дисперсию. Нарисуйте функцию плотности при разных степенях свободы.

Задача 2. (12 баллов). Дана реализация случайной выборки независимых одинаково

распределенных случайных величин: 11, 4, 6, -2, 0. Выпишите определения и найдите значения следующих характеристик:

- а) (2 балла) вариационного ряда,
- б) (2 балла) выборочного среднего,
- в) (2 балла) выборочной дисперсии,
- г) (2 балла) несмещенной оценки дисперсии,
- д) (2 балла) выборочного второго начального момента.
- е) (2 балла) Постройте выборочную функцию распределения.

Задача 3. (8 баллов) Ресторанный критик ходит по трём типам ресторанов (дешевых, бюджетных и дорогих) города N для того, чтобы оценить среднюю стоимость бизнес-ланча. В городе 40% дешевых ресторанов, 50% — бюджетных и 10% — дорогих. Стандартное отклонение цены бизнес-ланча составляет 10, 30 и 60 рублей соответственно. В ресторане критик заказывает только кофе. Стоимость кофе в дешевых/бюджетных/дорогих ресторанах составляет 150, 300 и 600 рублей соответственно, а бюджет исследования — 30 000 рублей.

- а) (5 балла) Какое количество ресторанов каждого типа нужно посетить критику, чтобы как можно точнее оценить среднюю стоимость бизнес-ланча при заданном бюджетном ограничении (округлите полученные значения до ближайших целых)?
- б) (3 балла) Вычислите дисперсию соответствующего стратифицированного среднего.

Задача 4. (10 баллов) Рост и размер обуви (X, Y) взрослого мужчины хорошо описывается двумерным нормальным распределением с математическим ожиданием $(178, 42)$ и ковариационной матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 49 & 5,6 \\ 5,6 & 1 \end{pmatrix}$$

- а) (3 балла) Какой процент мужчин обладает ростом выше 185 см?
- б) (3 балла) Являются ли рост и размер обуви случайно выбранного мужчины независимыми? Обоснуйте ответ.
- в) (4 балла) Среди мужчин с ростом 185 см, каков процент тех, кто имеет размер обуви, меньший сорок второго $P(Y < 42 | X = 185)$

Основная часть (60 баллов)

Задача 5. (15 баллов) Случайная выборка X_1, \dots, X_n взята из распределения с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^3}{\theta^4}, & \text{при } x \in [0, \theta], \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- а) (5 баллов) С помощью метода максимального правдоподобия найдите оценку неизвестного параметра.
- б) (5 баллов) Проверьте, является ли полученная оценка несмещённой? Асимптотически несмещённой?
- в) (5 баллов) Проверьте, является ли полученная оценка состоятельной?

Задача 6. (35 баллов) Вася тратит на обед время X , которое хорошо описывается равномерным распределением на отрезке $[\theta, 2\theta]$.

- а) (5 балла) Методом моментов, используя первый момент, найдите оценку θ .
- б) (5 балла) Проверьте, будет ли эта оценка несмещённой?
- в) (10 баллов) Проверьте, будет ли эта оценка эффективной и состоятельной?
- г) (15 баллов) Маша утверждает, что оценка $\hat{\theta}_2 = \min\{X_1, \dots, X_n\}$ эффективнее, чем оценка

метода моментов, найденная с помощью первого момента. Проверьте утверждение Маши для оценок, построенных по выборке из двух наблюдений.

Пример контрольной работы 2:

Теоретический минимум

Вопрос 1 (10 баллов). Есть две независимые случайные выборки: выборка $X = (X_1, X_2, \dots, X_{n_x})$ размера n_x из нормального распределения $N(\mu_x, \sigma_x^2)$ и выборка $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_y})$ размера n_y из нормального распределения $N(\mu_y, \sigma_y^2)$, укажите формулу для статистики, проверяющей гипотезу о разнице математических ожиданий при известных дисперсиях, и её распределение при справедливости основной гипотезы $H_0: \mu_x - \mu_y = \Delta_0$.

Задачный минимум:

Задача 1 (10 баллов). Длина хвоста взрослого бобра хорошо описывается нормальным распределением с математическим ожиданием μ и дисперсией σ^2 . Вася поймал четырех бобров и произвел замеры их хвостов. Результаты (в сантиметрах) оказались следующими: 32, 26, 28, 24. Помогите Васе построить 95%-й доверительный интервал для длины хвоста взрослого бобра.

Задача 2 (15 баллов). Длина хвоста взрослого бобра на запрудах «X» и «Y» хорошо описываются нормальными распределениями с параметрами (μ_x, σ_x^2) и (μ_y, σ_y^2) соответственно. Вася поймал четырех бобров на запруде «X» и три бобра на запруде «Y» и произвел замеры их хвостов. Результаты (в сантиметрах) оказались следующими: 32, 26, 28, 24 — для запруды «X» и 26, 24, 28 — для запруды «Y». На уровне значимости 5% помогите Васе проверить гипотезу $H_0: \sigma_x^2 = \sigma_y^2$ против гипотезы $H_1: \sigma_x^2 > \sigma_y^2$.

Задача 3 (15 баллов)

В психологическом эксперименте 140 студентов были разделены на две группы по выбранным ими специальностям, подчеркивающим способности левого полушария мозга LH (философия, физика, математика и т. п.) или правого полушария мозга RH (музыка, театр, танец и т. п.). Студенты также были разделены на три группы в соответствии с доминированием руки (правша, RN; переученный левша, LI; левша, LN).

	LH	RH
RN	89	29
LI	5	4
LN	5	8

Можно ли на основании этих данных отвергнуть гипотезу о независимости выбора специальности от доминирования руки? Используйте 5%-ный уровень значимости.

Основная часть:

Задача 4 (20 баллов). На уроке по литературе Вася подсаживается за парту или к Маше, или к Свете или к Вовочке. Учительница литературы Мария Ивановна любит проводить внезапные сочинения на внезапные темы. Вася пишет такие сочинения либо на двойку, либо на тройку. Других результатов у Васи не бывает.

Имеются следующие данные о 100 сочинениях, написанных Васей:

	сидел с Машей	сидел со Светой	сидел с Вовочкой
за сочинение двойка	10	15	25
за сочинение тройка	25	15	10

На уровне значимости 1% протестируйте гипотезу о том, что Васина оценка за сочинение не зависит от того, с кем сидит Вася.

Задача 5 (30 баллов). Студенты Вася и Маша независимо друг от друга каждый учебный день пытаются вовремя добраться до университета. Вася и Маша опаздывают с вероятностями p и q соответственно. За 100 дней Вася опоздал 30 раз, а Маша — 20 раз.

а) Постройте 90%-й асимптотический доверительный интервал для разницы вероятности опоздания Васи и Маши.

б) На уровне значимости 0.1 проверьте гипотезу о том, что Вася и Маша опаздывают с равной вероятностью.

4. Рекомендации по самоподготовке к промежуточной аттестации по дисциплине

Вопросы для самопроверки к дифференцированному зачету

1. Математическая постановка задач статистики.
2. Два определения выборки. Эмпирическое распределение.
3. Выборочные характеристики как оценки генеральных.
4. Лемма Фишера.
5. Требования, предъявляемые к оценкам параметров.
6. Метод моментов. Свойства оценок метода моментов.
7. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок.
8. Достаточные статистики и их применения.
9. Доверительные интервалы.
10. Асимптотические доверительные интервалы.
11. Модель линейной регрессии. Оценка метода наименьших квадратов.
12. Теорема Гаусса-Маркова.
13. Доверительное оценивание параметров линейной регрессии.
14. Проверка гипотез о параметрах линейной регрессии.
15. Основные понятия задачи проверки гипотез.
16. Проверка параметрических гипотез в гауссовских моделях.
17. Критерии согласия, свободные от распределения.
18. Критерии однородности, свободные от распределения.
19. Критерий согласия хи-квадрат для простых гипотез.
20. Критерий согласия хи-квадрат для сложных гипотез.
21. Критерий хи-квадрат для гипотез однородности и независимости.
22. Лемма Неймана-Пирсона.
23. Ранги и порядковые статистики.
24. Локально наиболее мощные ранговые критерии.
25. Предельные распределения статистик ранговых критериев.
26. Моделирование вероятностных распределений.
27. Марковские методы Монте-Карло.
28. EM-алгоритм.