

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Романчук Иван Сергеевич

Должность: Ректор

Дата подписания: 29.12.2025 12:21:15

Уникальный программный ключ:

6319edc2b582fffdacea443f01d5779368d0957ac34f5cd074d81181530452479

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

СЕВЕРНОГО ЗАУРАЛЬЯ»

Инженерно-технологический институт

Кафедра лесного хозяйства, деревообработки и прикладной механики

КОКОШИН С.Н., ЧУБА А.Ю.

В соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ

«Об образовании в Российской Федерации» ТюмГУ является

правопреемником ГАУ Северного Зауралья и продолжает

реализовывать образовательные программы по соответствующим

видам, уровням и условиям обучения, в том числе с сохранением

всех существующих форм и условий обучения

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

Учебно-методическое пособие

Тюмень, 2023

УДК 621:631.3
ББК 30.121:40.72
Р24

Составители:

Кокошин С.Н., Чуба А.Ю.

Рецензенты:

Чепур П.В., к.т.н, доцент кафедры прикладной механики ФГБОУ ВО Тюменского индустриального университета

Ставицкий А.В., к.т.н., И.О. Зав. кафедрой Технические системы в АПК ФГБОУ ВО ГАУ Северного Зауралья

Р-24 Растяжение и сжатие: учебно-методическое пособие / составители Кокошин С.Н., Чуба А.Ю. - Тюмень, 2023. – 87 с. - Текст: непосредственный.

Учебно-методическое пособие содержит разделы, в которых приведены основные положения, методика решения задач, задачи для самостоятельного решения, методики испытаний малоуглеродистой стали статической нагрузкой на растяжение и испытаний материалов на сжатие. Учебно-методическое пособие необходимо для специалистов, будущая профессия которых связана с разработкой, модернизацией, эксплуатацией, техническим обслуживанием и ремонтом машин, оборудования и сооружений.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки: 35.03.06 «Агроинженерия», 35.03.02 «Технология лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств».

Рекомендовано к изданию методической комиссией Инженерно-технологического института ГАУ Северного Зауралья (протокол №3 от 20.11.2023 г.)

© Государственный аграрный
Университет Северного
Зауралья, 2023

© Кокошин С.Н., Чуба А.Ю., 2023

Оглавление

Введение.....	5
Глава 1 Основные понятия и положения.....	8
1.1 Реальный объект и расчетная схема.....	9
1.2 Связи и их реакции.....	11
1.3 Проекция силы на ось	16
1.4 Моменты силы относительно точки.....	17
1.5 Допущения, применяемые в сопротивлении материалов	19
1.6 Классификация сил	22
1.7 Деформации и перемещения	29
1.8 Напряжения.....	31
1.9 Вопросы для самопроверки.....	33
Глава 2 Осевое растяжение – сжатие	35
2.1 Продольные силы. Метод сечений	35
2.2 Напряжения в поперечных сечениях бруса	36
2.3 Деформации и перемещения. Закон Гука	39
2.4 Статически неопределимые системы при растяжении и сжатии... ..	41
2.5 Механические характеристики малоуглеродистой стали	42
2.6 Контрольные вопросы.....	43
Глава 3 Решение задач	45
3.1 Осевое растяжение-сжатие.....	45
3.2 Статически неопределимые задачи	56
Глава 4 Задачи для самостоятельного решения	62
4.1 Задание №1	62
4.2 Задание №2.....	64
Глава 5 Лабораторные работы	66

5.1 Испытание малоуглеродистой стали статической нагрузкой на растяжение.....	66
5.2 Испытание материалов на сжатие	76
Список литературы	85
Приложения	86

Введение

Сопротивление материалов – это фундаментальная дисциплина о надежности, прочности и жесткости конструкций, машин и других объектов. Она является связующим звеном между фундаментальными дисциплинами, которые изучают в технических ВУЗах, и специальными, связанными с профессией будущего инженера, поскольку, игнорируя фактор надежности – предмет изучения **сопромата**, создание новых конструкций и новой техники невозможно.

Сопротивление материалов дает представление о процессах, происходящих внутри материала конструкции при действии на него нагрузок, значительная часть которых в сопромате существует в виде гипотез и допущений. Однако это позволяет производить вычисления с достаточной точностью и прогнозировать прочность и надежность конструкции во время эксплуатации.

Сопромат, в отличие от фундаментальных дисциплин (математики, физики, теоретической механики и др.) требует в большей степени не умение использовать сложные расчеты, а творческий, инженерный подход к решению задачи **сопротивления материалов**, который заключается в умении выбирать достаточную, целесообразную точность, обеспечивающую сочетание надежности конструкции, простоты технологии изготовления и экономичности. Будущий инженер должен не только уметь производить вычисления, а уметь находить наилучшее решение производственной задачи, характеризуемой экономичностью, простотой, технологичностью и надежностью. Для выбора правильного подхода к этому хорошей базой является сопромат.

В учебном пособии использована система единиц измерения – СИ, которая является обязательной во всех областях науки и техники. Значения физических величин, как правило, представляются в виде десятичных кратных

и дольных единиц от исходных единиц СИ путем умножения их на число 10 в соответствующей степени. Наименование десятичных кратных и дольных единиц образуется присоединением приставок к наименованиям исходных единиц (табл.1).

Приставки рекомендуется выбирать таким образом, чтобы числовые значения величин находились в пределах 0,1-1000. Например, сила F равняется 9,75 кН (килоньютона), но не 0,00975 МН (меганьютона).

Среди производных единиц с большой буквы пишутся те, которые образованы от фамилий ученых (Гц, Н, Па и т.д.).

Производные единицы связаны с основными, например:

1 Н = 1 кг·м/с²; 1 Па=1 Н/м²; 1 Дж=1 Н·м; 1 Вт=1 Дж/с.

Таблица 1 – Приставки единиц измерения

Приставка	Сокращенное обозначение	Множитель
Тера	Т	10 ¹²
Гига	Г	10 ⁹
Мега	М	10 ⁶
Кило	к	10 ³
Гекто	г	10 ²
Дека	да	10 ¹
Деци	д	10 ⁻¹
Санти	с	10 ⁻²
Милли	м	10 ⁻³
Микро	мк	10 ⁻⁶
Нано	н	10 ⁻⁹
Пико	п	10 ⁻¹²

В некоторых задачах по сопротивлению материалов в исходных данных используются внесистемные единицы. Основные механические величины в единицах СИ и соотношения между ними и прежними единицами, подлежащими изъятию, приводятся в таблице 2.

Таблица 2 – Соотношение единиц измерения

Наименование величины	Единица		Соотношение единиц
	Наименование	Обозначение	
Сила, нагрузка, вес	Ньютон	Н	$1\text{Н} \approx 0,1 \text{ кгс}$ $1\text{кН} \approx 0,1 \text{ тс}$
Линейная нагрузка	Ньютон на метр	Н/м	$1\text{Н/м} \approx 0,1 \text{ кгс/м}$ $1\text{кН/м} \approx 0,1 \text{ тс/м}$
Механическое напряжение, модуль упругости	Паскаль	Па	$1\text{Па} \approx 0,1 \text{ кгс/м}^2$ $1\text{кПа} \approx 0,1 \text{ тс/м}^2$ $1\text{МПа} \approx 10 \text{ кгс/см}^2$
Момент силы, момент пары сил	Ньютон-метр	Н·м	$1\text{Н·м} \approx 0,1 \text{ кгс·м}$ $1\text{кН·м} \approx 0,1 \text{ тс·м}$
Работа (энергия)	Джоуль	Дж	$1\text{Дж} \approx 0,1 \text{ кгс·м}$
Мощность	Ватт (джоуль в секунду)	Вт	$1\text{Вт} \approx 0,1 \text{ кгс·м/с}$ $1 \text{ кВт} \approx 1,36 \text{ л.с.}$

Глава 1 Основные понятия и положения

Сопротивление материалов – наука о прочности, жесткости и надежности элементов инженерных конструкций. Методами сопротивления материалов ведутся практические расчеты и определяются необходимые, как говорят, надежные размеры деталей машин, различных конструкций и сооружений. Основные понятия сопротивления материалов опираются на законы и теоремы общей механики и в первую очередь на законы статики, без знания которых изучение данного предмета становится практически невозможным. В отличие от теоретической механики сопротивление материалов рассматривает задачи, где наиболее существенными являются свойства деформируемых тел, а законы движения тела, как жесткого целого, не только отступают на второй план, но в ряде случаев являются попросту несущественными.

Сопротивление материалов имеет целью создать практически приемлемые простые приемы расчета типичных, наиболее часто встречающихся элементов конструкций. Необходимость довести решение каждой практической задачи до некоторого числового результата заставляет в ряде случаев прибегать к упрощающим гипотезам – предположениям, которые оправдываются в дальнейшем путем сопоставления расчетных данных с экспериментом.

Необходимо отметить, что начало науки о сопротивлении материалов связывают с именем знаменитого физика, математика и астронома Галилео Галилея [5]. В 1660 году Р. Гук сформулировал закон, устанавливающий связь между нагрузкой и деформацией: *«Какова сила – таково и действие»*. В XVIII веке необходимо отметить работы Л. Эйлера по устойчивости конструкций. XIX – XX века являются временем наиболее интенсивного развития науки в связи с общим бурным ростом строительства и промышленного производства при безусловно огромном вкладе ученых-механиков России.

Для усвоения курса сопротивления материалов необходимо ознакомиться с основными понятиями, применяемыми при изучении дисциплины:

Прочность – это способность конструкции выдерживать заданную нагрузку, не разрушаясь.

Жесткость – способность конструкции к деформированию в соответствие с заданным нормативным регламентом.

Деформирование – свойство конструкции изменять свои геометрические размеры и форму под действием внешних сил.

Устойчивость – свойство конструкции сохранять при действии внешних сил заданную форму равновесия.

Надежность – свойство конструкции выполнять заданные функции, сохраняя свои эксплуатационные показатели в определенных нормативных пределах в течение требуемого промежутка времени.

Ресурс – допустимый срок службы изделия. Указывается в виде общего времени наработки или числа циклов нагружения конструкции.

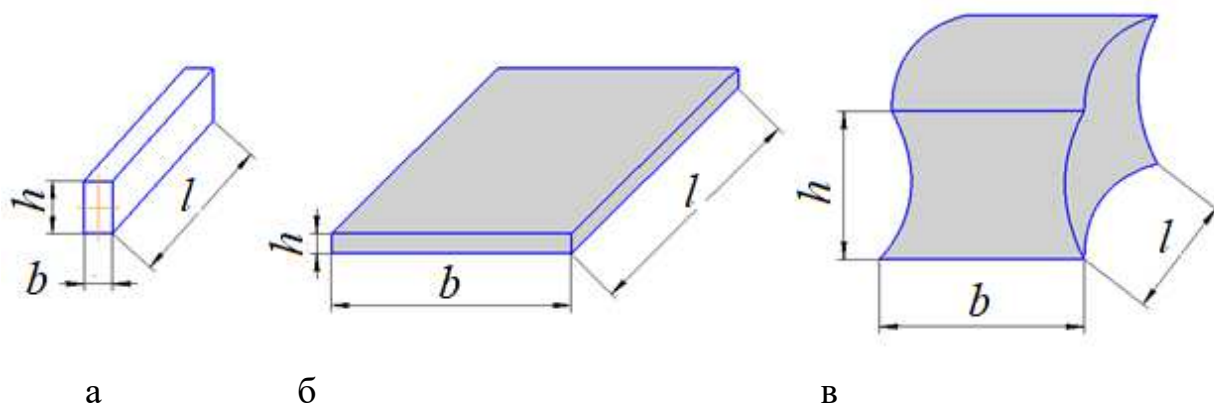
Отказ – нарушение работоспособности конструкции.

Опираясь на вышесказанное, можно дать определение прочностной надежности. *Прочностной надежностью* называется отсутствие отказов, связанных с разрушением или недопустимыми деформациями элементов конструкции. При расчете реальных объектов необходимо правильно его преобразовать в расчетную схему, т.е. упростить конструкцию, освобождая ее от малосущественных факторов и особенностей.

1.1 Реальный объект и расчетная схема

Основным упрощающим приемом в сопротивлении материалов является приведение геометрической формы тела к более подходящей схеме. Как известно, любое тело в пространстве характеризуется тремя измерениями: длина ширина и высота. В сопротивлении материалов рассматривают три

основные модели объекта: брус (стержень), пластина (оболочка) и массив (рисунок 1.1).



а – брус; б – пластина; в – массив

Рисунок 1.1 – Основные виды модели объекта

Под брусом (стержнем) подразумевается тело, у которого размеры поперечного сечения (в данном случае b, h) существенно меньше длины l .

Если поперечное сечение при движении вдоль оси не изменяется, то тогда имеет место **брус постоянного сечения**; в противном случае – **брус переменного сечения**. Если ось – прямая линия, то это **прямой брус**. Если ось – кривая линия, то его называют **кривым брусом**. Если поперечное сечение при движении вдоль оси вращается вокруг касательной к оси, то брус называют **естественно-закрученным**. Примером прямого естественно-закрученного бруса постоянного сечения является рабочая часть сверла.

В зависимости от вида испытываемой деформации брусья подразделяются на:

Стержень – брус, работающий на растяжение;

Балка – брус, работающий на изгиб;

Вал – брус, передающий вращательное движение;

Стойка – стержневые элементы, воспринимающие вертикальные сжимающие силы,

Раскос – стойки, установленные под углом к опоре;

Конструкцию, состоящую из соединенных изгибаемых стержней, называют **рамой**. Если же благодаря шарнирному соединению стержней все они работают только на растяжение или сжатие (от нагрузки, приложенной в узлах), то конструкцию называют **фермой**.

Второй основной геометрической формой, рассматриваемой в сопротивлении материалов, является **оболочка**, под которой подразумевается тело, у которого одно из измерений (толщина) намного меньше, чем два других. К оболочкам относятся различного рода резервуары, котлы, купола зданий, корпуса подводных лодок, обшивка фюзеляжа самолета, трубчатые элементы, отвалы плугов и т.п.

Срединная поверхность – это геометрическое место точек, равноудаленных от внешней и внутренней поверхностей оболочки.

Оболочка, срединная поверхность которой представляет собой плоскость, называется **пластиной** (рисунок 1.1б). Примером могут служить крышки и днища резервуаров, перекрытия зданий и т.п.

Элемент конструкции, размеры которого во всех направлениях мало отличаются друг от друга, называется **массивом** (рисунок 1.1в). К ним относятся фундаменты сооружений, подпорные стенки и т.п.

Методы расчета пластин, оболочек и массивных тел при больших деформациях рассматриваются в курсе «Прикладная теория упругости». Способы расчета стержневых систем изучаются в курсе «Строительная механика».

1.2 Связи и их реакции

Рассматриваемые в механике тела могут быть свободными и несвободными. Свободным называется тело, которое не связано с другими телами и может совершить из данного положения любое перемещение в пространстве. Тело, перемещение которого хотя бы в одном направлении ограничивается в пространстве другими телами, называется несвободным.

Тела, которые препятствуют перемещению данного тела, называются связями, а силы, с которыми связи действуют на это тело, - реакциями связей. Реакция связи всегда направлена противоположно тому направлению, по которому связь препятствует перемещению тела. Рассмотрим простейшие виды связей.

1. Гибкая связь (нить, трос, цепь и т.д.). Поскольку нить ограничивает перемещение подвешенного к ней тела только в одном направлении (вдоль нити от точки подвеса), то реакция нити также направлена вдоль нити, но к точке подвеса (рисунок 1.2). Нить может только растягиваться.

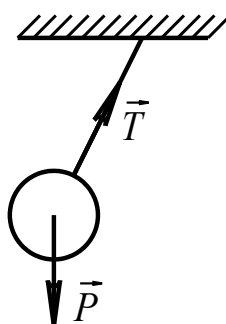
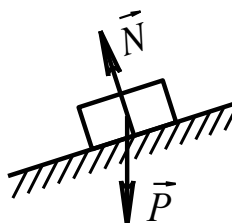


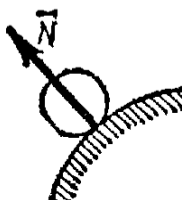
Рисунок 1.2 - Гибкая связь

2. Гладкая (без трения) поверхность (опора). В этом случае реакция направлена по нормали к поверхности (рисунок 1.3, а, б). Если одно из тел касается другого в точке, то реакция направлена по нормали к другому телу (рисунок 1.3, в). Реакция приложена в точке касания.

а)



б)



в)

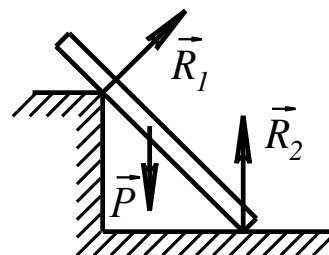


Рисунок 1.3 - Гладкая поверхность

3. Цилиндрический шарнир (подшипник). Цилиндрическим шарниром (или просто шарниром) называется соединение двух тел посредством пальца (болта), проходящего через отверстия в этих телах. Диаметр отверстия во втулке (рисунок 1.4) несколько больше диаметра пальца. Тело, жестко скрепленное с втулкой, может только вращаться вокруг оси шарнира (оси пальца), перпендикулярной к плоскости рисунка. Во многих случаях можно пренебречь трением в шарнире (между поверхностями пальца и втулки). В таком шарнире (называемом «идеальным») нет препятствий ни для поворота втулки вокруг оси пальца, ни для ее перемещения вдоль этой оси.

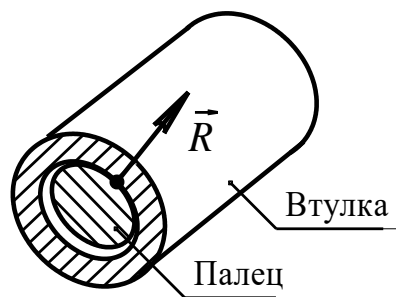


Рисунок 1.4 - Цилиндрический шарнир

Идеальный шарнир препятствует лишь перемещению втулки в направлении нормали к поверхностям втулки и пальца, и следовательно, его реакция R может быть направленной только по нормали (по радиусу пальца). Но так как втулка в зависимости от ее расположения и приложенных к ней сил может прижиматься к любой точке пальца, то указать заранее направление реакции цилиндрического шарнира нельзя. Единственно, что можно утверждать (если пренебречь трением в шарнире), это то, что реакция неподвижного цилиндрического шарнира лежит в плоскости, перпендикулярной к его оси, и имеет радиальное направление.

Для определения реакции связи в тех случаях, когда ее направление оказывается неопределенным, очень часто полезно заменить искомую реакцию несколькими составляющими, неизвестными уже только по модулю. Например, реакцию шарнира A (рисунок 1.5) удобно разложить на

горизонтальную R_1 и вертикальную R_2 составляющие. После того как будут найдены модули каждой из составляющих реакций, можно найти (при необходимости) и полную реакцию связи, как равнодействующую ее составляющих.

Заметим, что разлагая реакцию на составляющие, можно не заботиться о правильности выбора направлений по намеченным линиям их действия. Если в действительности та или иная составляющая окажется направленной в сторону, противоположную предположенной, то мы получим для нее в ответе отрицательное значение.

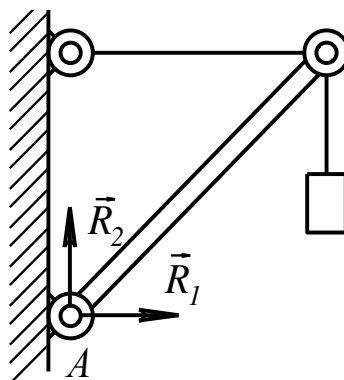


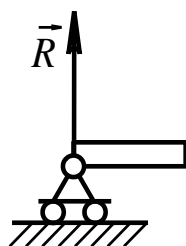
Рисунок 1.5 - Разложение реакции на составляющие

Шарнир используется в специальных опорных устройствах: шарнирно-подвижных, шарнирно-неподвижных опорах и стержнях с шарнирным закреплением концов.

4. Шарнирно подвижная опора (рисунок 1.6,а). Такая опора допускает поворот вокруг оси шарнира и линейное перемещение, параллельное опорной поверхности. Следовательно, реакция направлена перпендикулярно опорной поверхности.

5. Шарнирно неподвижная опора (рисунок 1.6,б). Эта опора допускает только поворот вокруг оси шарнира и препятствует перемещению закрепленного в ней тела в любом направлении, поэтому и направление реакции неизвестно. Обычно вместо определения полной реакции ее разлагают на две составляющих.

а)



б)

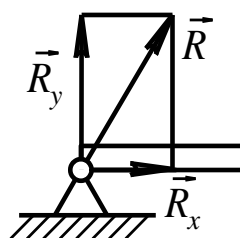


Рисунок 1.6 – Шарнирные опоры

6. Тонкий невесомый стержень с шарнирным закреплением концов. Поскольку стержень находится в равновесии под действием двух сил, приложенных к его концам, то согласно первой аксиоме статики эти силы должны быть направлены по одной прямой, следовательно, реакция стержня на тело будет направлена вдоль стержня (рисунок 1.7). В отличие от нити стержень может быть как сжат, так и растянут.

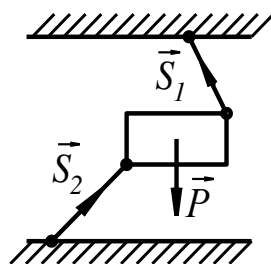


Рисунок 1.7 - Тонкий невесомый стержень

Балкой называется тело, размерами сечения которого по сравнению с длиной можно пренебречь и которое предназначено, главным образом, для восприятия поперечных нагрузок. Связями для балок могут служить рассмотренные ранее гибкие связи, стержни и гладкие поверхности, шарнирно-подвижные и шарнирно-неподвижные опоры, но, как правило, применяются и другие специальные опорные устройства: заделки. Рассмотрим два вида заделок балок: жесткую заделку и скользящую заделку.

7. Жесткая заделка (рисунок 1.8). Заделка препятствует повороту и любому перемещению балки, поэтому неизвестна не только величина и

направление реакции, но и ее точка приложения. Приводя все реактивные силы к точке А, заменяем их реакцией $\vec{R}$, которую разлагаем на составляющие $\vec{R}_x$ и $\vec{R}_y$, и парой сил с моментом M_A , который называется реактивным моментом.

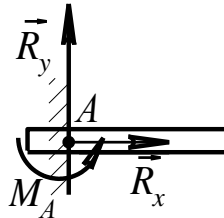


Рисунок 1.8 - Жесткая заделка

1.3 Проекция силы на ось

Проекцией силы на ось называется скалярная величина, равная взятой с соответствующим знаком длине отрезка, заключенного между проекциями начала и конца вектора силы. Проекция считается положительной, если направление от начала к концу проекции совпадает с положительным направлением оси (рисунок 1.9).

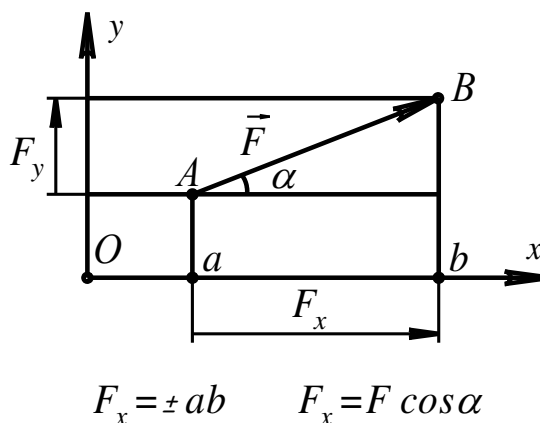


Рисунок 1.9 - Проекция силы на ось

Из рисунка видно, что проекция силы на ось равна произведению модуля силы на косинус угла между силой и положительным направлением оси:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha . \quad (1.1)$$

Частные случаи проектирования.

1. Сила образует острый угол с положительным направлением оси (рисунок 1.9). В этом случае проекция положительна ($F_x > 0$, $F_y > 0$).

2. Сила перпендикулярна оси (рисунок 1.10,а). Поскольку в этом случае $\cos(\alpha)=0$, то и проекция силы на эту ось равна нулю: $F_x=0$.

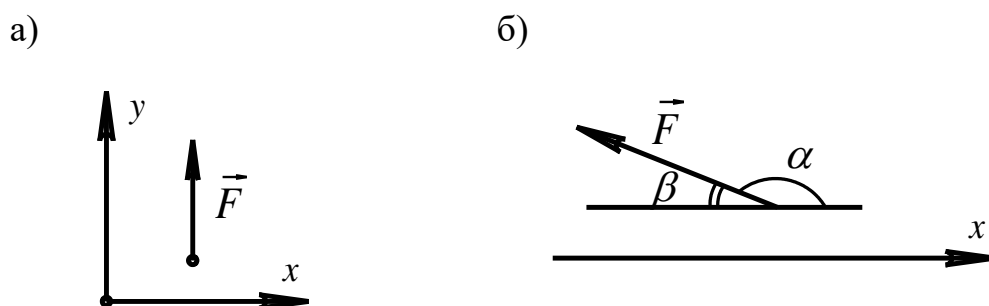


Рисунок 1.10 - Частные случаи нахождения проекций сил

3. Сила параллельна оси. Поскольку угол между силой и осью равен нулю, а косинус нуля равен единице, то проекция будет равна модулю силы: $F_y = F$ (рисунок 1.10,а).

4. Сила образует тупой угол с положительным направлением оси (рисунок 1.10,б). В этом случае

$$F_x = F \cos(\alpha) = F \cos(180-\beta) = -F \cos(\beta),$$

то есть проекция отрицательна.

1.4 Моменты силы относительно точки

Сила может не только перемещать тело поступательно, но и оказывать на него вращательное действие, которое зависит не только от величины силы, но и от расстояния до центра поворота. Например, для того, чтобы повернуть тело с помощью рычага (рисунок 1.11, а), наименьшую по модулю силу нужно приложить к концу рычага. Чем ближе к центру, тем величина силы должна быть больше, если же сила будет проходить через точку О, то повернуть тело будет невозможно, какой бы большой она ни была. Другим примером,

подобным предыдущему, может служить процесс затягивания (откручивания) гайки с помощью ключа (рисунок 1.11, б).

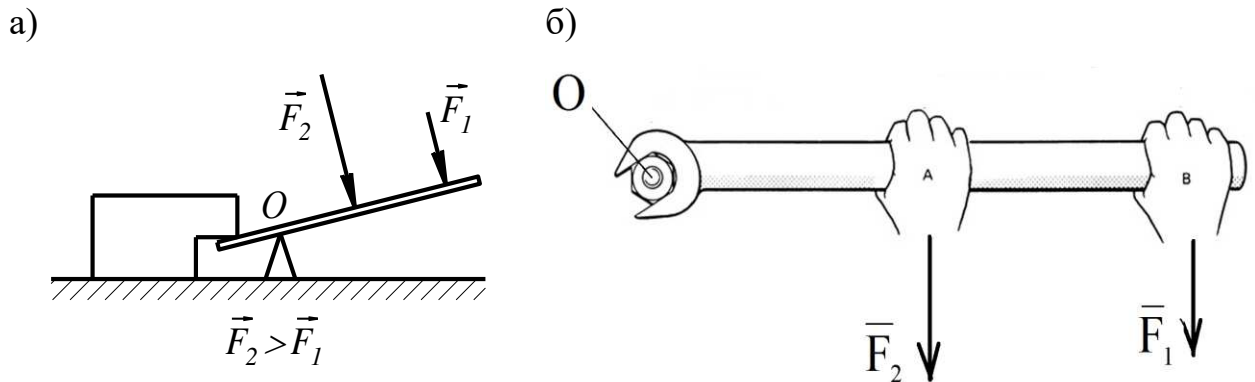


Рисунок 1.11 - Вращательное действие силы

Для характеристики вращательного действия силы вводится понятие момента силы относительно точки.

Моментом силы относительно точки называется алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на кратчайшее расстояние между точкой и линией действия силы (плечо)

$$m_0(\vec{F}) = \pm F \cdot h \quad (1.2)$$

Знак момента определяется следующим образом: если сила стремится повернуть тело вокруг данной точки против часовой стрелки, то он считается положительным (рисунок 1.12), в противном случае - отрицательным.

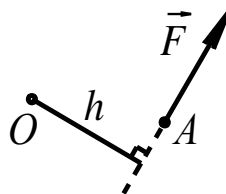


Рисунок 1.12 - Момент силы относительно точки

Момент силы относительно точки равен нулю только в том случае, если линия действия силы проходит через данную точку. Единицы измерения момента [Н·м] и в соответствующих кратных единицах.

1.5 Допущения, применяемые в сопротивлении материалов

Для определения прочностных характеристик в сопротивлении материалов принимают некоторые допущения, связанные со структурой и свойствами объекта, а также с характером деформаций. Приведем основные допущения, применяемые в сопротивлении материалов:

1-е допущение: *Материал тела имеет сплошное (непрерывное) строение.* Этот факт подразумевает, что материал конструкции полностью заполняет весь отведенный ему объем, а, значит, в теле конструкции нет пустот и не учитывается реальная структура материала (зернистая, кристаллическая и др.). Это допущение позволяет использовать в расчетах методы математического анализа (дифференциальное и интегральное исчисления).

2-е допущение: *Материал тела однороден, т.е. обладает во всех точках одинаковыми свойствами.* Под **однородностью** материала понимают независимость его свойств от величины выделенного из тела объема. И хотя в действительности реальный материал, как правило, неоднороден (уже в силу его молекулярного строения), тем не менее, указанная особенность не является существенной, поскольку в сопротивлении материалов рассматриваются конструкции, размеры которых существенно превышают не только межатомные расстояния, но и размеры кристаллических зерен.

3-е допущение: *Материал тела изотропен, т.е. обладает во всех направлениях одинаковыми свойствами.* Т.е. предполагается, что свойства тела не зависят от его ориентации в пределах этой среды. Материалы, имеющие различные свойства в разных направлениях, называют *анизотропными* (например, дерево, армированная пластмасса).

Металлы и сплавы, как правило, изотропны, так как большинство металлов имеет мелкозернистую структуру. Благодаря большому количеству кристаллов свойства материалов выравниваются в различных направлениях и можно считать эти материалы практически изотропными.

4-е допущение: В теле до приложения внешней нагрузки нет внутренних (начальных) усилий. Т.е. предполагается, что при отсутствии внешней нагрузки внутренние усилия тоже отсутствуют (не учитываются межатомные связи).

5-е допущение: принцип суперпозиции или принцип независимости действия сил. *Результат воздействия на тело системы сил равен сумме результатов воздействия тех же сил, приложенных к телу последовательно и в любом порядке.* Принимается, что до определенной величины деформации материалов подчиняются закону Гука и весьма малы относительно размеров тела, поэтому все расчеты выполняются по исходной, т.е. недеформированной, схеме.

Результат воздействия на тело системы сил равен сумме результатов воздействия тех же сил, прилагаемых к телу последовательно и в любом порядке (рисунок 1.13). Под словами «результат воздействия» следует понимать – деформации, внутренние силы и перемещения отдельных точек.

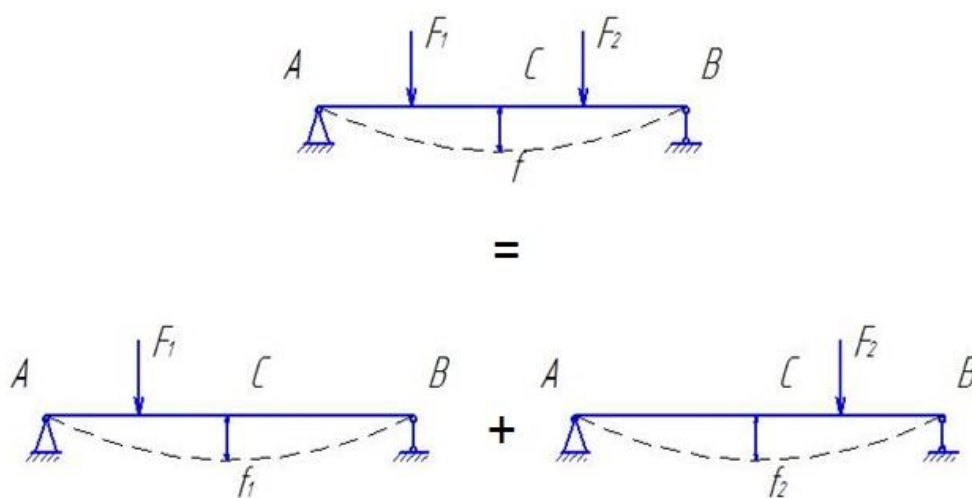


Рисунок 1.13 – Пример принципа суперпозиции

Принцип независимости действия сил к деформируемым телам применим при следующих условиях, относительно свойств материала:

1. Перемещения точек приложения сил малы по сравнению с размерами тела.
2. Перемещения и силы зависят линейно.

С помощью этого принципа сложный случай приводится к более простому.

6-е допущение: После снятия нагрузки геометрические размеры тела полностью или частично восстанавливаются. При решении большинства задач в сопротивлении материалов принимается, что материал конструкций *абсолютно упругий*. Это допущение справедливо, пока нагрузки не превышают определенного значения. При больших нагрузках в элементах конструкций появляются пластические деформации.

7-е допущение: Перемещения, возникающие под действием внешних сил в упругом теле, малы по сравнению с его размерами. Это допущение называется *принципом начальных размеров*. В большинстве случаев механические конструкции работают в упругой зоне (в зоне действия закона Гука), а упругие деформации малы по сравнению с геометрическими размерами. Допущение позволяет при составлении уравнений равновесия пренебречь изменениями формы и размеров конструкции.

8-е допущение: принцип Сен-Венана. *В точках тела, достаточно удаленных от мест приложения нагрузок, величина внутренних сил весьма мало зависит от конкретного способа осуществления этих нагрузок.* Данный принцип позволяет заменять более сложные системы сил простыми.

9-е допущение: *поперечные сечения стержня до деформации остаются плоскими и после деформации.* Данное допущение носит название гипотеза плоских сечений или гипотеза Бернулли.

Использование этих понятий и допущений существенно упрощает изучение поведения конструкций под нагрузкой, а соответствие условного материала реальным материалам достигается введением в расчет элементов сооружений экспериментально получаемых механических характеристик реальных материалов.

1.6 Классификация сил

Силы являются мерой взаимодействия тел. Если силы действуют на тело или конструкцию снаружи, то они называются **внешними**. Внешние силы можно разделить на **активные** (независимые) и **реактивные**. Реактивные усилия возникают в связях, наложенных на тело, и определяются действующими на тело активными усилиями.

По способу приложения внешние силы делятся на **объемные** и **поверхностные**.

Объемные силы распределены по всему объему рассматриваемого тела и приложены к каждой его частице. В частности, к объемным силам относятся собственный вес конструкции или машины, сила тяжести или силы инерции. Единицей измерения объемных сил является сила, отнесенная к единице объема, а именно - кН/м^3 .

Поверхностные силы приложены к участкам поверхности и являются результатом непосредственного контактного взаимодействия рассматриваемого объекта с окружающими телами (давление ветра, жидкости на стенку).

В зависимости от соотношения площади приложения нагрузки и общей площади поверхности рассматриваемого тела, поверхностные нагрузки подразделяются на **сосредоточенные** и **распределенные** (рисунок 1.14).

Сосредоточенная сила F измеряется в ньютонах (Н), килоньютонах (кН), а распределенные силы характеризуются интенсивностью q (Н/м , Н/м^2) и математическим законом ее распределения по участку поверхности или длины.

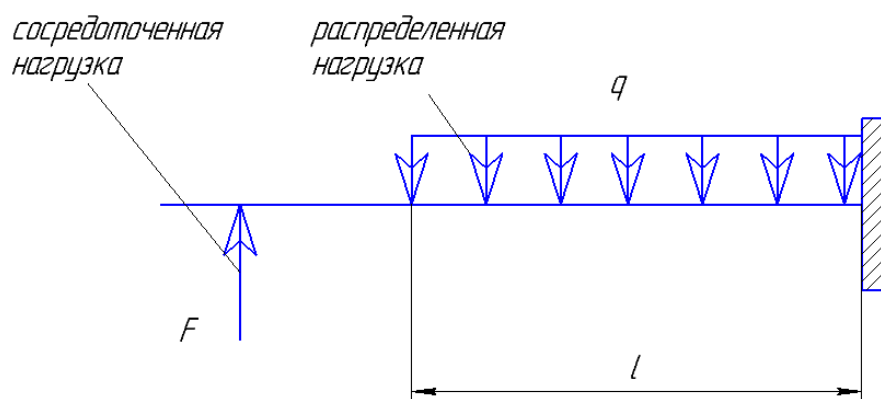


Рисунок 1.14 – Поверхностные нагрузки

По времени действия внешние нагрузки (силы) разделяются на **постоянные** и **временные**. Собственный вес зданий – это постоянно действующая нагрузка на протяжении всего периода эксплуатации здания; автомобиль, движущийся через мост, – это нагрузка временная.

По характеру изменения силы во времени различают нагрузки статические и динамические. **Статической** нагрузкой (постоянной) называют силы, которые изменяют свою величину или точку приложения (направление) с очень малой скоростью, так что возникающими при этом ускорениями (силами инерции) можно пренебречь. **Динамические** нагрузки – это нагрузки, которые изменяются во времени с большой скоростью, при этом силы инерции должны быть учтены, так как оказывают существенное влияние на конструкцию. Динамические нагрузки подразделяются на: внезапно приложенные, повторно-переменные и ударные.

Динамические нагрузки также подразделяются на **периодические** и **случайные нагрузки**. К случайным нагрузкам относятся нагрузки, действующие на детали автомобилей, тракторов, станков, а также нагрузки, действующие на сооружения (здания, мачты, краны и т.п.) от давления ветра, снега и т.п.

Временная нагрузка может сохранять более или менее постоянную величину в течение всего периода ее действия, а может непрерывно

изменяться по некоторому закону; в последнем случае она называется **переменной нагрузкой**.

Если переменная нагрузка изменяется по циклическому (повторяющемуся) закону, то она называется **циклической**.

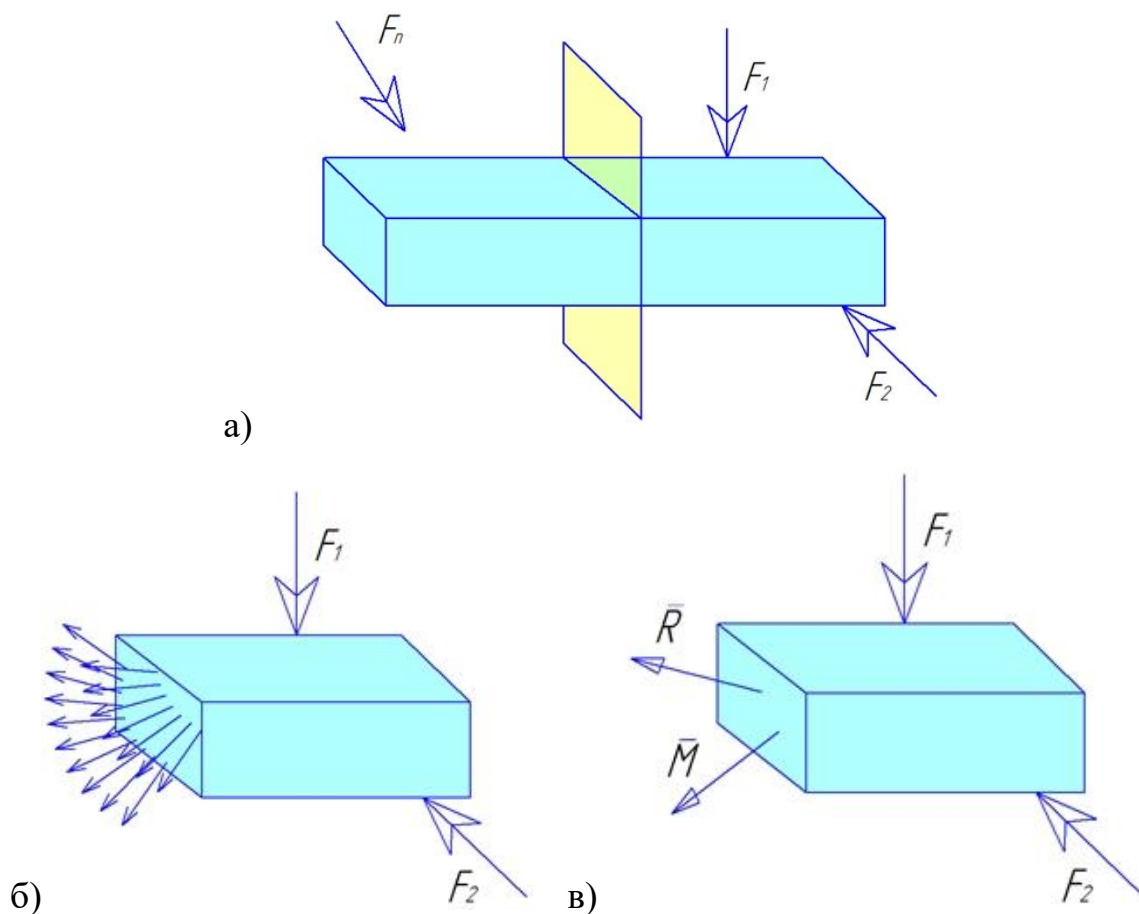
В машиностроении расчетные нагрузки определяются в зависимости от конкретных условий работы машины. Скорость роста усилий при динамическом нагружении не обеспечивает уравнивания процессов, протекающих в материале, в результате чего возникают многочисленные нарушения внутренней структуры материала. При систематическом чередовании нагрузки накопление дефектов структуры ведет к возникновению микроскопических трещин, слияние которых приводит к **усталостному разрушению**.

Внутренние силы возникают внутри тела под действием внешних нагрузок и определяются силами межмолекулярного воздействия. Необходимо понимать, что внутренние силы это способность нагруженной детали или конструкции препятствовать деформации под действием внешних нагрузок.

Для определения значений внутренних сил применяют **метод сечений**, который заключается в следующем: *если при действии внешних сил тело находится в состоянии равновесия, то любая отсеченная часть тела вместе с приходящимися на нее внешними и внутренними усилиями также будет находиться в равновесии, следовательно, к ней применимы уравнения равновесия*. То есть, внутренние силы не влияют на условия равновесия тела, так как являются самоуравновешенными.

Рассмотрим тело (рисунок 1.15,а), к которому приложена некоторая система внешних сил $F_1, F_2, \dots, F_n$, удовлетворяющая условиям равновесия, т.е. при действии указанных внешних сил тело находится в состоянии равновесия. Если необходимо, то определяют опорные реакции из уравнений равновесия (берем объект, отбрасываем связи, заменяем отброшенные связи реакциями, составляем уравнения равновесия и выполняем решение). Реакции можно не

находить, если они не входят в число внешних сил, приложенных по одну сторону от рассматриваемых сечений.



F_1, F_2, F_n – внешние силы; R – главный вектор сил; M – главный момент сил.

Рисунок 1.15 – Принцип метода сечений

Мысленно рассекаем тело произвольным сечением, отбрасываем левую часть тела и рассматриваем равновесие оставшейся части (рисунок 1.15,б). Если бы не было внутренних сил, оставшаяся неуравновешенная часть тела начала бы двигаться под действием внешних сил. Для сохранения равновесия, действие отброшенной части тела заменяем внутренними силами приложенными к каждой частице тела. Из теоретической механики известно, что любая система сил может быть приведена в любую точку пространства в виде *главного вектора сил R и главного момента сил M* . Модуль и направление этих векторов неизвестны (рисунок 1.15,в).

Если внешние силы лежат в одной плоскости, то для их уравнивания необходимо приложить в сечении три внутренних усилия (рисунок 1.16,а). Если внешние силы не лежат в одной плоскости, то в поперечном сечении могут возникнуть шесть внутренних усилий и для их определения необходимо составить шесть уравнений статики (рисунок 1.16,б).

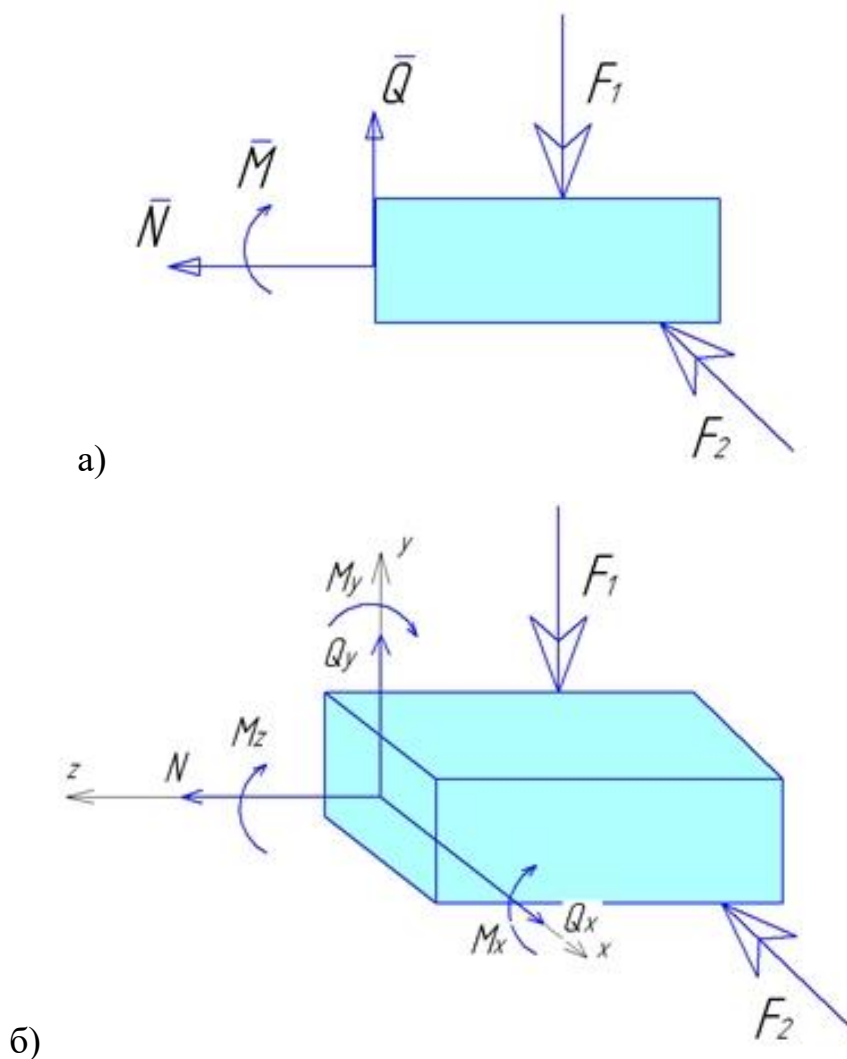


Рисунок 1.16 – Внутренние силовые факторы тела

Выберем систему координат так, чтобы ось z совпала с нормалью к сечению (располагалась вдоль оси элемента), а оси y и x лежали в плоскости нормального сечения. Разложив главный вектор и главный момент по осям координат, получим составляющие: три силы и три момента. Эти

составляющие называют *внутренними силовыми факторами* в сечении бруса, каждая из которых имеет свое наименование: N – нормальная (продольная) сила; Q_y и Q_x – поперечные силы; $M_z(T)$ – крутящий момент; M_x и M_y – изгибающие моменты относительно осей x и y .

При известной нагрузке все шесть внутренних силовых факторов могут быть определены из уравнений равновесия составленных для рассматриваемой части бруса. Заметим, что в каждое уравнение войдут проекции на соответствующую ось (или моменты относительно оси) всех внешних сил, приложенных к рассматриваемой части, и только один из внутренних силовых факторов.

$$\begin{aligned}\Sigma_Z &= \Sigma F_z^{omc} + N = 0; \Sigma m_z = \Sigma M_z^{omc} + T = 0; \\ \Sigma_Y &= \Sigma F_y^{omc} + Q_y = 0; \Sigma m_y = \Sigma M_y^{omc} + M_y = 0; \\ \Sigma_X &= \Sigma F_x^{omc} + Q_x = 0; \Sigma m_x = \Sigma M_x^{omc} + M_x = 0.\end{aligned}\tag{1.3}$$

Уравнения равновесия позволяют сформулировать правило определения каждого из внутренних силовых факторов:

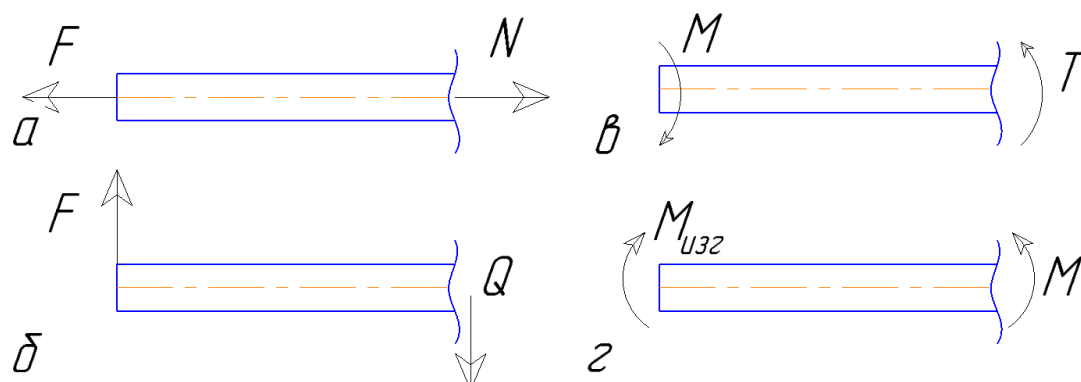
Для установления знака внутреннего силового фактора будем придерживаться следующих правил:

Продольная сила N считается положительной, если она вызывает растяжение, т.е. направлена от сечения и отрицательной, если она вызывает сжатие, т. е. направлена к сечению (рисунок 1.17,а).

Поперечную силу Q будем считать положительной, если она направлена так, что стремиться повернуть отсеченную часть бруса по ходу часовой стрелки (рисунок 1.17,б), и отрицательной, если - против хода часовой стрелки.

Крутящий момент T будем считать положительным, если при взгляде со стороны внешней нормали на рассматриваемое сечение он направлен по ходу часовой стрелки или внешний скручивающий момент направлен против хода часовой стрелки (рисунок 1,17,в).

Изгибающий момент M_x считается положительным, если он вызывает растяжение нижних волокон рассматриваемой части бруса. В противном случае изгибающий момент считается отрицательным (рисунок 1.17,г).



а) растяжение (сжатие); б) сдвиг; в) кручение; г) изгиб

Рисунок 1.17 – Положительные значения внутренних усилий

Таким образом, метод сечений позволяет найти значения внутренних силовых факторов и установить вид нагрузки в любом сечении бруса при действии любой нагрузки.

В зависимости от вида внутренних силовых факторов, возникающих в сечении, различают различные следующие виды нагружения бруса.

- *Растяжение или сжатие.* Действует только продольная сила N .
- *Кручение.* Действует только крутящий момент T .
- *Сдвиг.* Действует только поперечная сила Q_x или Q_y .
- *Изгиб.* Действует только изгибающий момент M_x или M_y (чистый изгиб), при действии изгибающего момента и поперечной силы (поперечный изгиб).
- *Сложное сопротивление.* Одновременное действие нескольких силовых факторов. Например, M_x и T , Q и N .

Внутренние усилия по длине бруса могут изменяться в зависимости от внешней нагрузки или геометрических параметров. Для визуализации данных изменений при решении задач строят график, отображающий данные изменения по длине бруса, который называется *эпюрой*. Ординаты усилий в

определенном масштабе откладывают от линии, соответствующей оси бруса т.е. нулевому значению.

1.7 Деформации и перемещения

Под действием внешних сил твердые тела изменяют свою геометрическую форму, то есть деформируются. Точки тела при этом неодинаково перемещаются в пространстве. Вектор $\vec{T}$, имеющий свое начало в точке A недеформированного состояния, а конец в т. A_1 деформированного состояния, называется **вектором полного перемещения** т. A (рисунок 1.18).

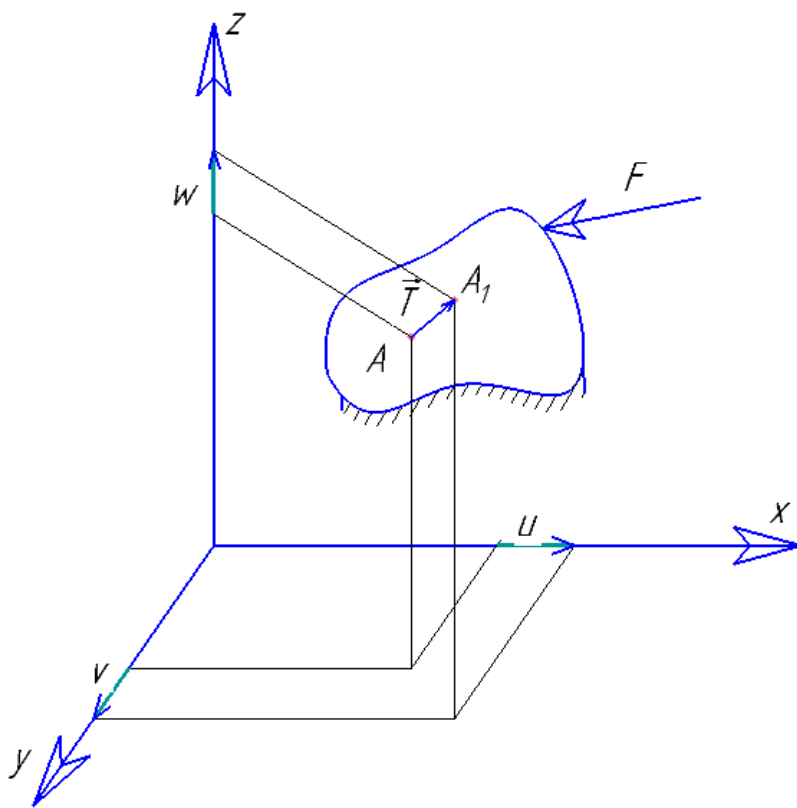


Рисунок 1.18 – Линейная деформация тела

Его проекции на оси x , y и z называются **осевыми перемещениями** и обозначаются u , v и w , соответственно.

Изменение линейных размеров тела называется линейной деформацией, изменение угловых размеров - угловой деформацией. Абсолютная линейная деформация обозначается Δl ; относительная линейная деформация:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}. \quad (1.4)$$

Положительными принимают линейную деформацию, соответствующую растяжению, и деформацию сдвига (угловая деформация), отвечающую уменьшению первоначального угла пересечения отрезков.

Полагая деформации малыми, мы можем в дальнейшем пренебрегать ими по сравнению с единицей, а также их высокими степенями по сравнению с первой степенью.

Совокупность линейных и угловых деформаций по различным направлениям и плоскостям в данной точке образует **деформированное состояние в точке**.

Деформированное состояние в точке характеризуется компонентами деформаций. В общем случае нагружения возможны шесть составляющих деформаций:

- три составляющих линейной деформации $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ и ε_z ;
- три составляющих угловой деформации (углы сдвига) γ_{xy}, γ_{xz} и γ_{yz} .

В случае малых деформаций оно полностью определяется линейными деформациями трех взаимно перпендикулярных линейных элементов тела, проходящих через данную точку, и тремя деформациями сдвига этих линейных элементов. Соответствующие шесть независимых скалярных величин определяют **тензор деформаций**:

$$T_z = \begin{bmatrix} \varepsilon_x, \varepsilon_{yx}, \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy}, \varepsilon_y, \varepsilon_{zy} \\ \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_z \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

Главные оси деформации – три взаимно перпендикулярные прямые, проходящие через данную точку тела и совпадающие по направлениям с такими тремя линейными элементами тела, которые остаются взаимно перпендикулярными и после деформации. Линейные деформации по направлениям этих осей называются **главными деформациями** и обозначаются $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3 (\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 \geq \varepsilon_3)$.

Следует подчеркнуть, что в сопротивлении материалов слово «деформация» имеет данное выше строгое определение и выступает как количественная мера изменения геометрических размеров в окрестностях точки.

1.8 Напряжения

Напряжением называется интенсивность действия внутренних сил в точке тела, то есть, напряжение — это внутреннее усилие, приходящееся на единицу площади. По своей природе напряжение — это поверхностная нагрузка, возникающая на внутренних поверхностях соприкасания частей тела. Напряжение, так же как и интенсивность внешней поверхностной нагрузки, выражается в единицах силы, отнесенных к единице площади: $\text{Па} = \text{Н}/\text{м}^2$ ($\text{МПа} = 10^6 \text{ Н}/\text{м}^2$, $\text{кгс}/\text{см}^2 = 98\,066 \text{ Па} \approx 10^5 \text{ Па}$, $\text{тс}/\text{м}^2$ и т. д.).

Рассмотрим тело с произвольным сечением. Выделим небольшую площадку ΔA . Внутреннее усилие, действующее на нее, обозначим $\Delta \vec{R}$ (рисунок 1.19,а).

Полное среднее напряжение на этой площадке будет определяться как:

$$\vec{P} = \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta A}. \quad (1.6)$$

Найдем предел этого отношения при $\Delta A \rightarrow 0$. Это и будет полным напряжением на данной площадке (точке) тела:

$$\vec{P} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \vec{R}}{\Delta A} \right), \text{ МПа}. \quad (1.7)$$

Полное напряжение $\vec{P}$, как и равнодействующая внутренних сил, приложенных на элементарной площадке, является векторной величиной и может быть разложено на две составляющие: перпендикулярное к рассматриваемой площадке – **нормальное напряжение σ_n** и касательное к

площадке – **касательное напряжение** τ_n (рисунок 1.19, б). Здесь n – нормаль к выделенной площадке. Касательное напряжение, в свою очередь, может быть разложено на две составляющие, параллельные координатным осям x , y , связанным с поперечным сечением – τ_{nx} и τ_{ny} . В названии касательного напряжения первый индекс указывает нормаль к площадке, второй индекс – направление касательного напряжения.

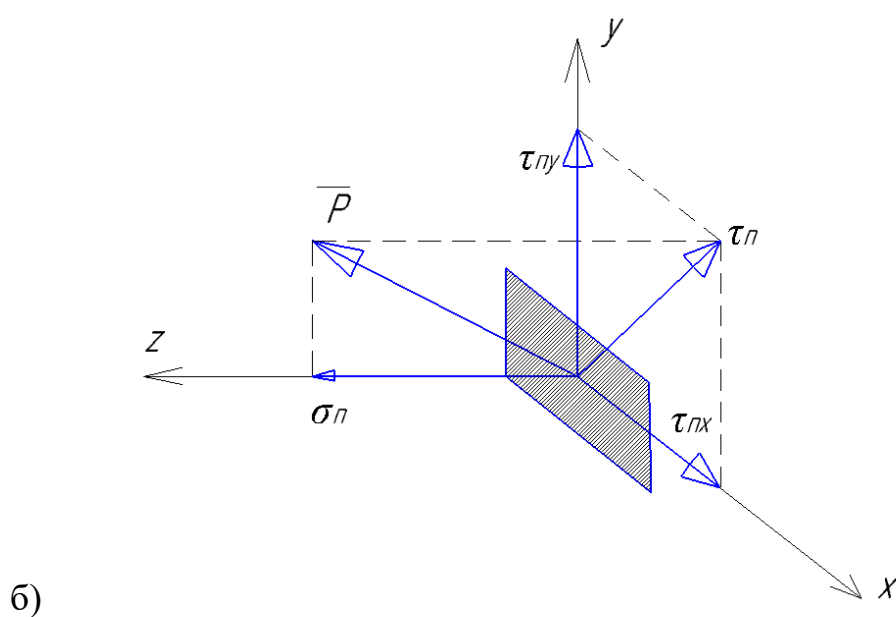
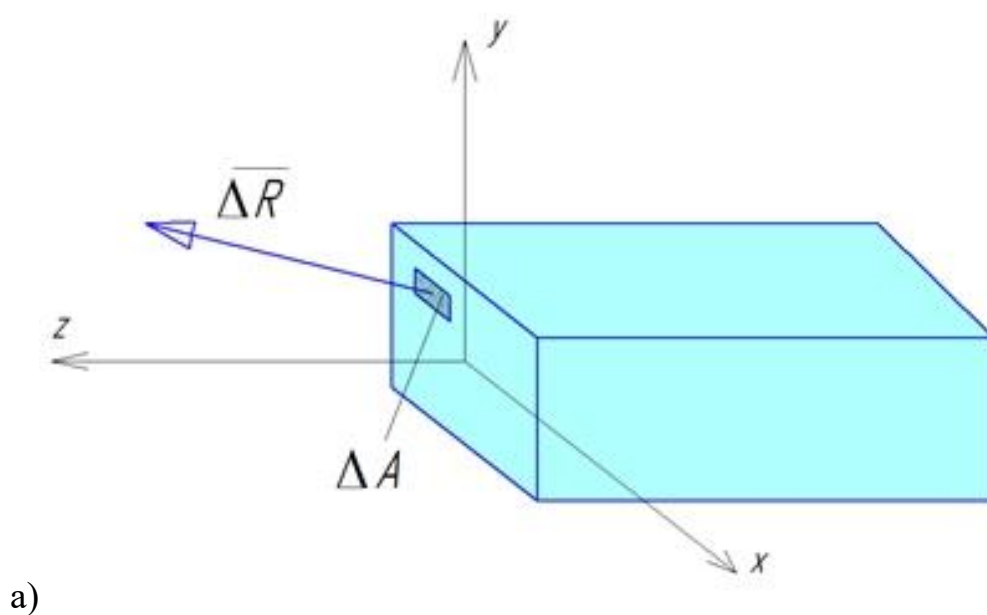


Рисунок 1.19 – Виды напряжений

Площадки, на которых касательных напряжений нет, называются главными площадками, а нормальные напряжения на этих площадках – главными напряжениями.

У нормального напряжения ставится индекс, указывающий, какой координатной оси параллельно данное напряжение. **Положительным** считаются растягивающие напряжения, **отрицательным** - сжимающие.

Между полным напряжением и его составляющими существует зависимость:

$$P = \sqrt{\sigma^2 + \tau_{nx}^2 + \tau_{ny}^2} \quad (1.8)$$

Через точку тела можно провести бесконечное число сечений и для каждого из них напряжения имеют свое значение. Следовательно, при определении напряжений необходимо указывать положение не только точки тела, но и сечения, проведенного через эту точку.

Совокупность напряжений для множества элементарных площадок, проходящих через данную точку, образует ***напряженное состояние в этой точке***.

Разложение полного напряжения на нормальные и касательные имеет определенный физический смысл. При нормальных напряжениях частицы материала пытаются отдалиться или приблизиться друг к другу. А при касательных – сдвинуться в плоскости рассматриваемого сечения.

1.9 Вопросы для самопроверки

1. Задачи науки о сопротивлении материалов, последовательность решения их применительно к тому или иному реальному объекту.
2. Какие допущения о свойствах материалов приняты в курсе Сопротивление материалов?
3. Что понимают под внешними силами?
4. Назовите виды внешних сил, приведите примеры?
5. Перечислите внутренние силовые факторы и приведите их

определения?

6. Дайте определение стержня, пластины, оболочки, массивного тела?
7. Что называют внутренними усилиями?
8. Как вычисляются продольная и поперечная силы в сечении?
9. Какие правила знаков приняты для каждого из внутренних усилий?
10. Какие внутренние усилия (внутренние силовые факторы) могут возникать в поперечных сечениях бруса и какие виды деформаций с ними связаны?
11. Какие типы опор применяются для закрепления балок к основанию?
12. Какие внешние реактивные силы возникают в различных опорах?
13. Какие уравнения используют для определения опорных реакций?
14. Определение напряжений, их виды.
15. Что такое деформация?
16. Что называется напряжением в данной точке сечения тела? На какие две составляющие может быть разложен вектор полного напряжения?
17. Какие силы называются внешними, поверхностными, объемными?
18. Каковы единицы измерения сосредоточенных сил, моментов, погонной нагрузки?
19. Что понимается под сплошностью, однородностью, изотропностью материала?
20. В чем заключается принцип независимости действия сил?
21. Каковы размерности сосредоточенных сил и моментов, а также интенсивностей распределенных нагрузок?
22. Сформулируйте принцип независимости действия сил в применении к сопротивлению материалу?
23. Что называется касательным, – нормальным напряжением?
24. Какова зависимость между полным, нормальным и касательным напряжениями в точке в данном сечении?
25. Какие деформации называются линейными и какие угловыми?

Глава 2 Осевое растяжение – сжатие

2.1 Продольные силы. Метод сечений

Растяжение и сжатие возникает, если к стержню вдоль его оси приложены противоположно направленные силы (рисунок 2.1).

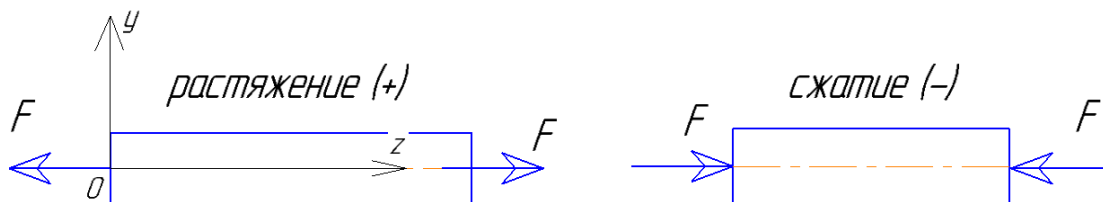


Рисунок 2.1 – Деформации растяжения и сжатия

Аксиома статики: Если на свободное твердое тело действуют две силы, то тело находится в равновесии, если эти силы равны по модулю, противоположно направлены и лежат на одной прямой.

Выразим это условие аналитически. Задавшись системой координат с началом в точке О, ось z направим по оси стержня, ось y - вертикально (вверх). Силы, направленные в положительном направлении осей, будем считать положительными, в обратном направлении - отрицательными. Спроецируем силы, приложенные к стержню, на ось z :

$$\sum F_z = -F + F = 0 \quad (2.1)$$

Следовательно, можем заключить, что уравнение (2.1) является условием равновесия стержня АВ, выраженным аналитически.

При растяжении и сжатии в стержне возникает внутренний силовой фактор (общий термин, принятый в сопромате названия внутренних усилий в элементах при различных видах деформаций), называемый продольной силой и обозначаемой N (Н, кН).

Сформулируем определение этого вида деформации:

Растяжение и сжатие - вид деформации, при котором в поперечных сечениях бруса возникает только продольная сила N .

Продольную силу (как и другие силовые факторы) определяют методом сечений, который был рассмотрен в главе 1.

Продольная сила, направленная от сечения, вызывает растяжение и считается положительной; сила, направленная к сечению, вызывает сжатие и считается отрицательной. Так, для правой части стержня (рисунок 2.2) внутренняя продольная сила N определяется следующим образом:

$$-N + F = 0 \rightarrow N = F.$$



Рисунок 2.2 – Отсеченная часть стержня

При вычислении получили положительное значение силы N . Следовательно, с направлением силы угадали и стержень испытывает растяжение. В дальнейшем направление силы N будем всегда задавать от сечения. Получение положительного значения будет означать, что стержень испытывает растяжение, при отрицательном значении – сжатие.

Если к стержню приложено несколько осевых сил или ступенчато изменяется площадь поперечного сечения стержня, тогда его делят на участки, границами которых служат сечения, в которых приложены внешние силы или изменяется поперечное сечение.

На каждом участке методом сечений определяют продольные силы и строят эпюру, которая выполняется в масштабе для более наглядного представления. Положительные значения откладывают вверх или справа от оси эпюры, отрицательные – вниз или слева.

2.2 Напряжения в поперечных сечениях бруса

Продольную силу N условно считают действующей по оси стержня. Однако, экспериментально установлено, что она равномерно распределяется по поперечному сечению.

Если на поверхность призматического стержня нанести сетку линий, параллельных и перпендикулярных оси стержня, и приложить к нему растягивающую силу, то можно убедиться в том, что линии сетки и после деформации останутся взаимно перпендикулярными (рисунок 2.3), за исключением небольшого участка стержня вблизи точки приложения силы, который при расчетах условно не учитываем. Все горизонтальные линии, например cd , переместятся вниз, оставаясь горизонтальными и прямыми. Можно предположить также, что и внутри стержня будет такая же картина, т.е. *поперечные сечения стержня, плоские и нормальные к его оси до деформации, останутся плоскими и нормальными к оси и после деформации.*

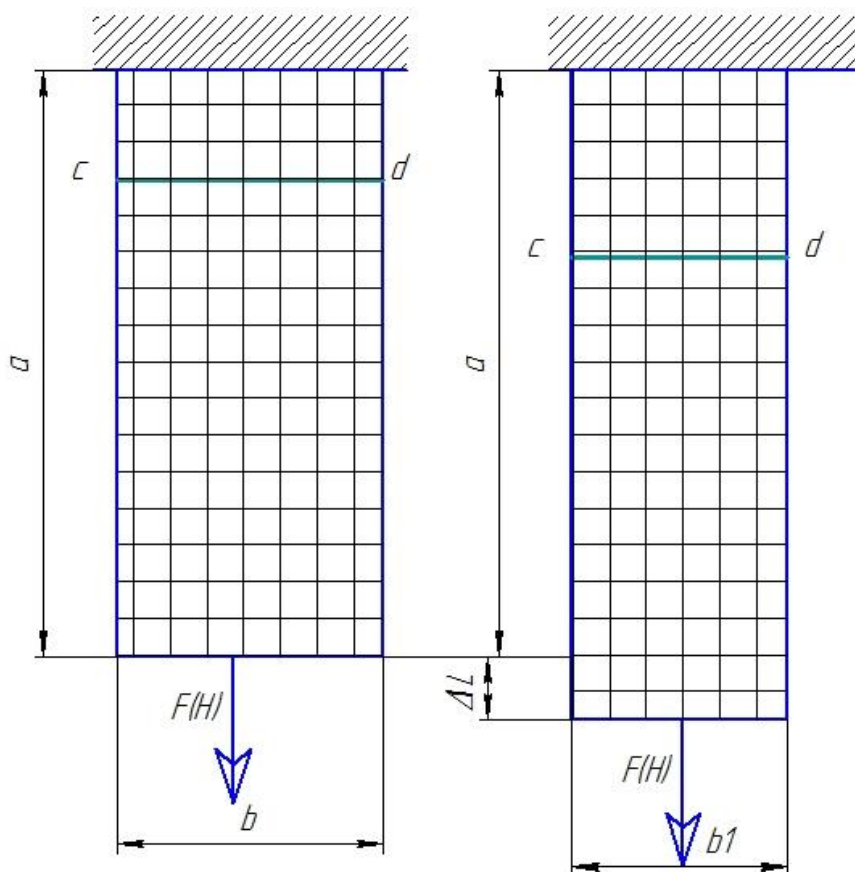


Рисунок 2.3 – Перемещения поперечных сечений при растяжении

Эту гипотезу называют **гипотезой плоских сечений** или **гипотезой Бернулли**. Формулы, полученные на основе этой гипотезы, подтверждаются результатами опытов. Такая картина деформаций дает основание считать, что

в поперечных сечениях стержня действуют только нормальные напряжения, равномерно распределенные по сечению, а касательные напряжения равны нулю.

Интенсивность продольных сил называют нормальными напряжениями (от слова «нормаль» – перпендикуляр), которые определяют по формуле:

$$\sigma = \frac{N_z}{A} \text{ МПа} \quad (2.2)$$

где, σ (сигма) – нормальные напряжения, МПа.

N – продольная сила, действующая на участке, Н;

A – площадь поперечного сечения бруса, мм^2 .

В наклонных сечениях (рисунок 2.4) возникают нормальные и касательные напряжения, которые определяются из следующих выражений

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha} &= \sigma \cdot \cos^2 \alpha; \\ \tau_{\alpha} &= \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha \end{aligned} \quad (2.3)$$

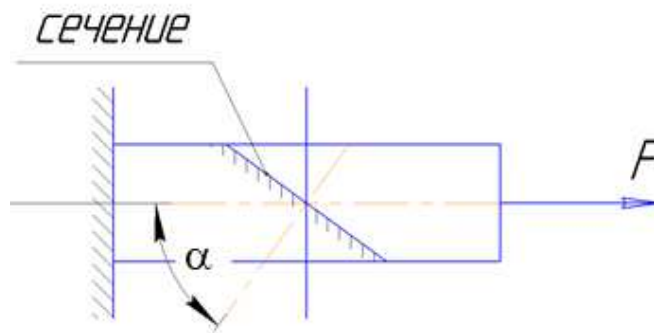


Рисунок 2.4 – Наклонное сечение стержня

Наибольшее нормальное напряжение: $\sigma_{max} = \sigma_{(\alpha=0)}$.

Наибольшее касательное напряжение: $\sigma_{max(\alpha=45^\circ)} = \frac{\sigma}{2}$.

При $\alpha=90^\circ$ (площадки, параллельные оси) $\sigma=0$ и $\tau=0$.

Условие прочности при осевом растяжении-сжатии (основная расчетная формула):

$$\sigma_{\max} = \frac{N_z^{\max}}{A} \leq \sigma_{adm} \quad (2.4)$$

где $\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{пред}}{n}$ – допускаемое напряжение, МПа;

$\sigma_{пред} = \sigma_T = \sigma_{0,2}$ – предел текучести для пластичных материалов, МПа;

$\sigma_{пред} = \sigma_B$ – предел прочности для хрупких материалов, МПа;

n – коэффициент запаса прочности.

Ориентировочные значения допускаемых напряжений на растяжение для различных материалов (в МПа) равны:

стали углеродистые – от 140 до 250;

стали легированные – от 100 до 400;

бронза – от 60 до 120; латунь – от 70 до 140;

дюралюминий – от 80 до 150; чугун – от 30 до 80;

сосна (вдоль волокон) – 10.

2.3 Деформации и перемещения. Закон Гука

При растяжении стержня его длина увеличивается, а поперечное сечение уменьшается, при сжатии - наоборот (рисунок 2.5).

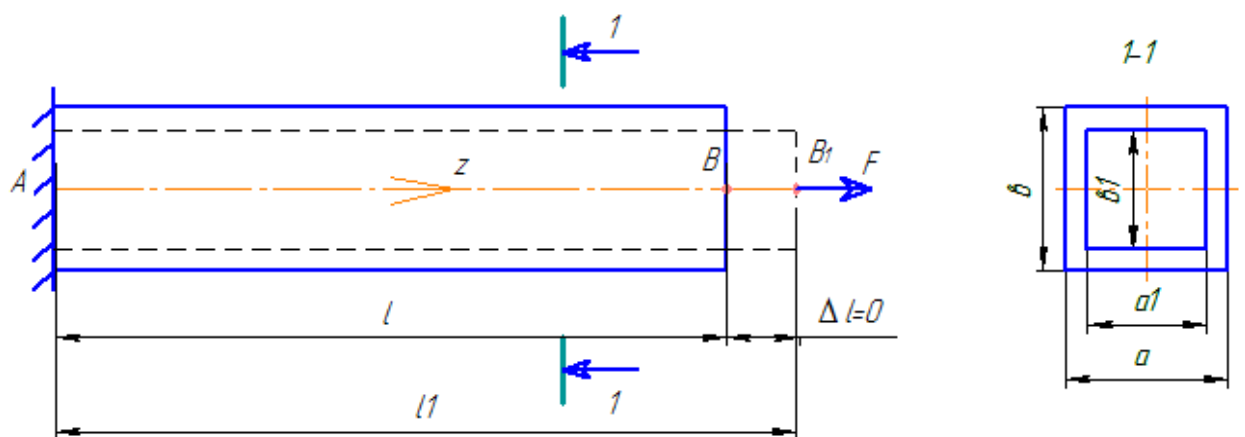


Рисунок 2.5 – Деформация растяжение-сжатие

Для характеристики деформации используют следующие определения:

$l_1 - l = \Delta l$ - линейная продольная деформация (абсолютная деформация);

$\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon$ (эпсилон) - относительная продольная деформация;

$\Delta a = a - a_1$, $\Delta b = b - b_1$ - линейные поперечные деформации;

$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta b}{b} = \varepsilon_1$ - относительные поперечные деформации.

Экспериментально установлена зависимость:

$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = \nu$ - коэффициент поперечной деформации, называемый коэффициентом Пуассона.

Для малоуглеродистой стали (С 240) коэффициент $\nu = 0,25$.

Линейную продольную деформацию определяют по эмпирической формуле, которая носит название закона Гука:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N_z}{EA} \cdot dz, \quad (2.5)$$

где E - модуль упругости первого рода, или модуль Юнга, который является деформативной характеристикой материала. Для стали принимают $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

В частном случае, когда $N_z = \text{const}$ и $EA = \text{const}$, закон Гука принимает вид:

$$\Delta l = \frac{N_z l}{EA} \quad (2.6)$$

где N_z - продольная сила, Н;

l - длина участка, мм.

При упругих деформациях между нормальным напряжением σ и относительной продольной деформацией ε существует линейная зависимость, известная под названием закона Гука (вторая форма записи):

$$\sigma = E \cdot \varepsilon. \quad (2.7)$$

2.4 Статически неопределимые системы при растяжении и сжатии

Конструкции, у которых число неизвестных усилий превышает возможное число уравнений статики (равновесия), называются статически неопределимыми.

Такие конструкции имеют лишние связи. Число лишних связей определяет степень статической неопределимости. В приведенном примере на рисунке 2.6 число реакций равно трем, а возможное число уравнений статики – двум ($\sum X=0$; $\sum Y=0$). Значит, задача один раз статически неопределима.

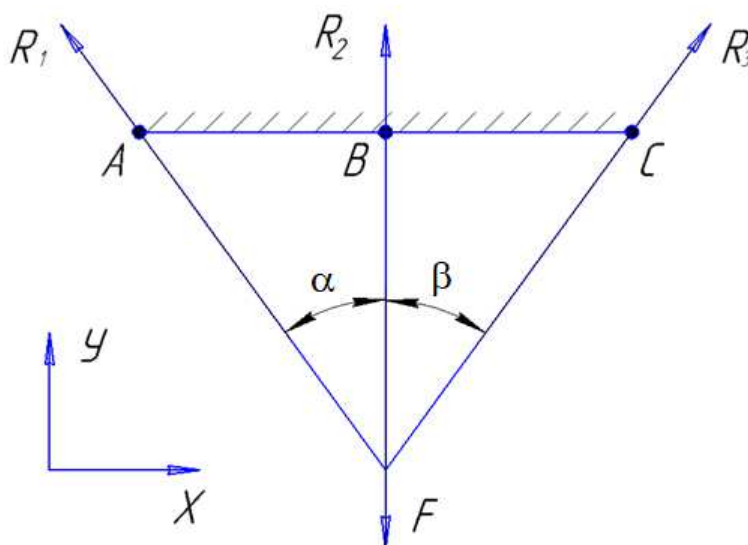


Рисунок 2.6 – Статически неопределимая система

Для решения таких задач необходимо помимо уравнений статики дополнительно составить уравнения деформаций (перемещений). В данном примере эти уравнения имеют вид:

- 1) $\sum X=0$; $R_1 \sin \alpha - R_3 \sin \beta = 0$;
- 2) $\sum Y=0$; $R_1 \cos \alpha + R_2 + R_3 \cos \beta = 0$;
- 3) Уравнение перемещения: $\Delta_B = 0$.

Решая совместно эти уравнения, находят реакции опор.

В других статически неопределимых стержневых системах дополнительные уравнения деформаций (перемещений) иные, чем в данном

примере. Поэтому статически неопределимые задачи требуют к себе особого внимания и необходимости понятия физического смысла задачи.

2.5 Механические характеристики малоуглеродистой стали

Для определения прочностных и деформационных характеристик стали проводят испытания стандартных образцов на специальных машинах, автоматически вычерчивающих график зависимости деформаций от нагрузки, называемый диаграммой растяжения (при испытании на растяжение). На рисунке 2.7 показана диаграмма растяжения малоуглеродистой стали в координатах (σ, ε) [3, 6].

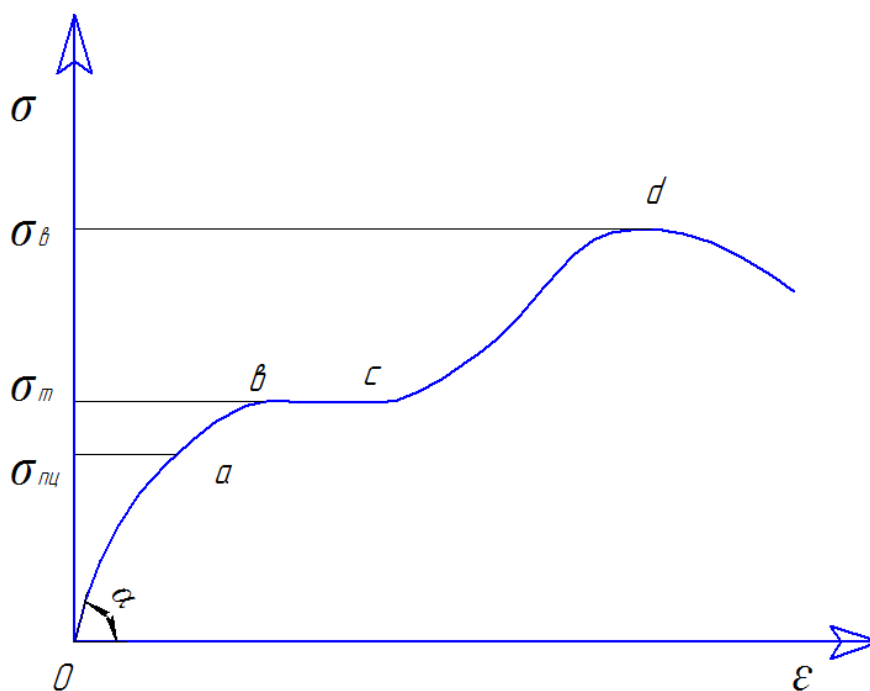


Рисунок 2.7 – Диаграмма напряжение – деформация

Основными прочностными характеристиками являются:

$\sigma_{пц}$ – предел пропорциональности – это напряжение, до которого выполняется закон Гука, материал работает в упругой стадии;

σ_T – предел текучести – это напряжение, при котором деформации растут без увеличения нагрузки;

σ_B – предел прочности (временное сопротивление) – напряжение, при котором начинается разрушение материала образца.

Например, для Стали С 240:

$$\sigma_{\text{пл}} = 200 \text{ МПа};$$

$$\sigma_T = 240 \text{ МПа};$$

$$\sigma_B = 400 \text{ МПа};$$

$$\text{tg } \alpha = E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

Напряжения $\sigma_{\text{пл}}$, σ_T , σ_B характеризуют прочность материала; тангенс угла α наклона прямолинейного участка диаграммы (оа) равен модулю упругости материала и характеризует его деформативность.

Напряжения σ_T (для пластичных материалов), σ_B (для хрупких материалов) называют опасными и обозначают σ_0 . Для безопасной работы материала опасные напряжения делят на коэффициент запаса n и получают допускаемое напряжение σ_{adm} :

$$\sigma_{\text{adm}} = \frac{\sigma_0}{n} \quad (2.8)$$

если $\sigma_0 = \sigma_T$, то $n = 1,4 \dots 1,6$;

если $\sigma_0 = \sigma_B$, то $n = 2,5 \dots 5$.

2.6 Контрольные вопросы

1. Что понимается под растяжением-сжатием?
2. Какие случаи деформации бруса называются центральным растяжением или сжатием?
3. С помощью какого метода определяют внутренние силы при растяжении брусьев?
4. Как можно нагрузить прямой брус, чтобы он работал только на растяжение (сжатие)?
5. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечном сечении стержня при его растяжении или сжатии?

6. Как вычислить значение продольной силы в поперечном сечении бруса?
7. Что представляет собой относительная продольная деформация?
8. Каковы размерности абсолютной и относительной продольной деформаций?
9. По какой формуле определяется величина напряжения в поперечном сечении стержня?
10. Какой вид нагружения (деформации) называют «центральной растяжением-сжатием»?
11. Сформулируйте закон Гука для растяжения-сжатия?
12. Что называется модулем упругости E ?
13. Что происходит с поперечными размерами бруса при его растяжении и сжатии?
14. Как определяется удлинение (укорочение) участка бруса с постоянным поперечным сечением и постоянной продольной силой по всей его длине?
15. Какие типы задач можно решить с учетом расчета на прочность?
16. Что называется допускаемым напряжением? Как оно выбирается для пластичных и хрупких материалов?
17. Что называется коэффициентом запаса прочности и от каких основных факторов зависит его величина?
18. В чем смысл и какова формула проверочного расчета?
19. Что называется коэффициентом Пуассона?
20. Какие системы называются статически неопределимыми?

Глава 3 Решение задач

3.1 Осевое растяжение-сжатие

Задача 1

Стальной стержень находится под действием трех сил $F_1=200\text{кН}$ и $F_2=100\text{кН}$, $F_3=100\text{кН}$ (рисунок 3.1). Площадь сечения $A=10\text{ см}^2$, длина участков $a=c=1\text{м}$, $b=2\text{м}$, материал – сталь ($E = 2 \cdot 10^5\text{ МПа}$). Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений. Весом самого стержня пренебречь.

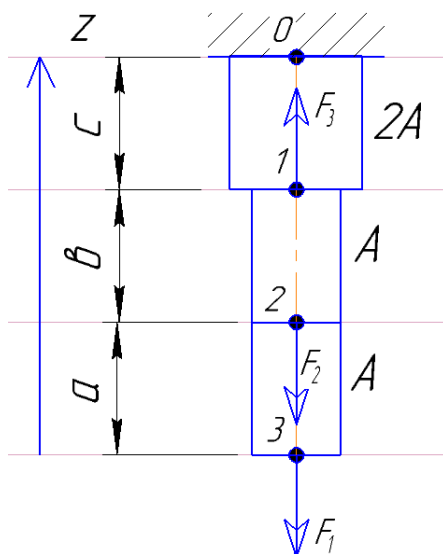


Рисунок 3.1 – Схема к задаче

Решение

1. Задача решается с применением метода сечений. Сначала проводим ось z, параллельную оси бруса. Рекомендуется выбирать направление оси z от свободного конца бруса к заделке (такое направление упростит определение вида деформации). Далее необходимо выбрать характерные сечения, проводимые по нормали к оси бруса: в данной задаче характерные сечения проходят через отмеченные точки 0-3.

Рассматриваем равновесие каждого участка стержня (рисунок 3.2) в виде суммы проекций всех сил на вертикальную ось: $\sum F_{kz} = 0$.

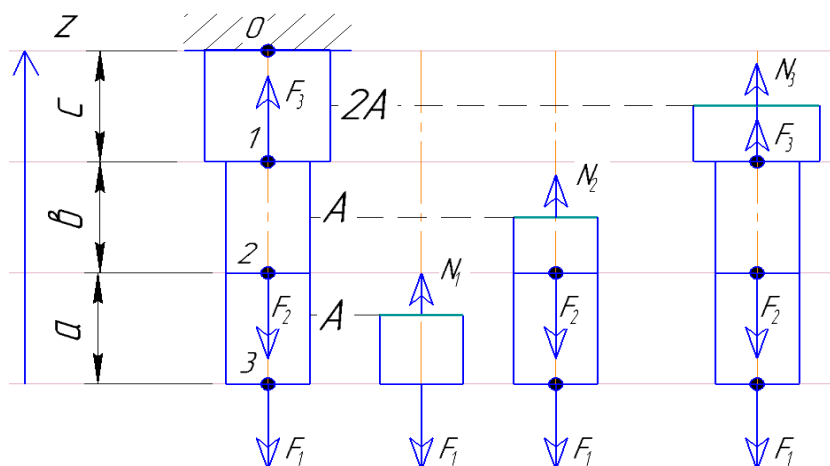


Рисунок 3.2 – Определение продольных сил

Начинаем решение задачи со стороны свободного конца, т.к. находим силовые факторы:

Участок 3-2: $N_1 - F_1 = 0$, $N_1 = F_1 = 200 \text{ кН}$.

Участок 2-1: $N_2 - F_1 - F_2 = 0$, $N_2 = F_1 + F_2 = 300 \text{ кН}$.

Участок 1-0: $N_3 - F_1 - F_2 + F_3 = 0$, $N_3 = F_1 + F_2 - F_3 = 200 \text{ кН}$.

По этим данным строим эпюру продольных усилий (рисунок 3.3).

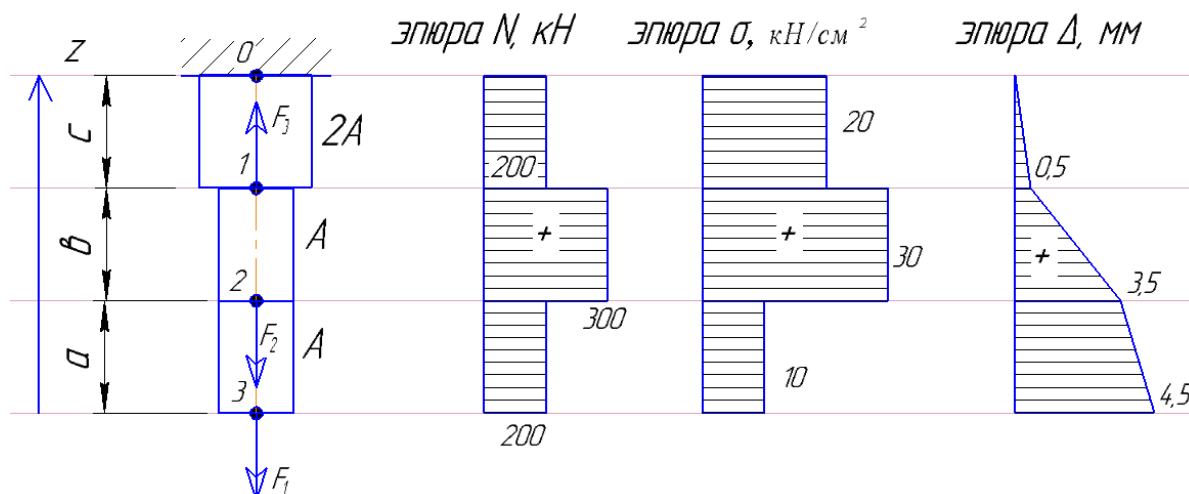


Рисунок 3.3 - Построение эпюр

2.Находим напряжения.

$$\text{Участок 3-2: } \sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{200}{10} = 20 \text{ кН/см}^2.$$

$$\text{Участок 2-1: } \sigma_2 = \frac{N_2}{2A} = \frac{300}{10} = 30 \text{ кН/см}^2.$$

$$\text{Участок 1-0: } \sigma_3 = \frac{N_{31}}{A} = \frac{200}{20} = 10 \text{ кН/см}^2.$$

По этим данным строим эпюру напряжений (рисунок 3.3).

3. Определяем перемещения каждого характерного участка по формуле:

$$\Delta = \sum \frac{N_k L_k}{EA_k},$$

где, N – усилие на данном участке Н,

L – длина участка, м;

E – модуль упругости, Па;

A – площадь сечения, м².

Расчеты производим в системе СИ, то есть 1кН=10³Н, 1МПа=10⁶Па, 1см²=10⁻⁴м².

С учетом того, что точка 0 у нас не перемещается, будем определять перемещения каждого участка в обратном порядке. Перемещение точки 1:

$$\Delta_1 = \frac{N_3 c}{E2A} = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 20 \cdot 10^{-4}} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,5 \text{ мм}.$$

Перемещение точки 2:

$$\Delta_2 = \Delta_1 + \frac{N_2 b}{EA} = 0,5 \cdot 10^{-3} + \frac{300 \cdot 10^3 \cdot 2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 3,5 \text{ мм}.$$

Перемещение точки 3:

$$\Delta_3 = \Delta_2 + \frac{N_1 a}{EA} = 3,5 \cdot 10^{-3} + \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 4,5 \text{ мм}.$$

По этим данным строим эпюру перемещений (рисунок 3.3).

Задача 2

Стальной стержень нагружен силой F=100кН и распределенной нагрузкой q=20кН/м (рисунок 3.4). Длина ступеней стержня с=2м, b=3м, материал сталь (E=2*10⁵ МПа [σ] = 160МПа). Из условия прочности

подобрать поперечное сечение в форме круга. Весом самого стержня пренебречь.

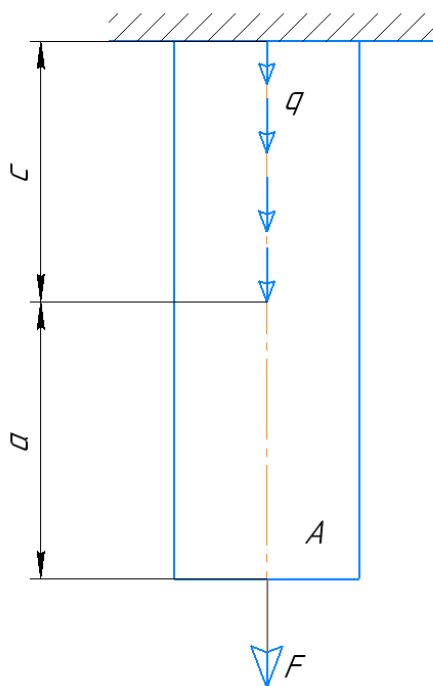


Рисунок 3.4 – Схема к задаче

Решение

Определяем характерные сечения в стержне и проводим ось z (рисунок 3.5).

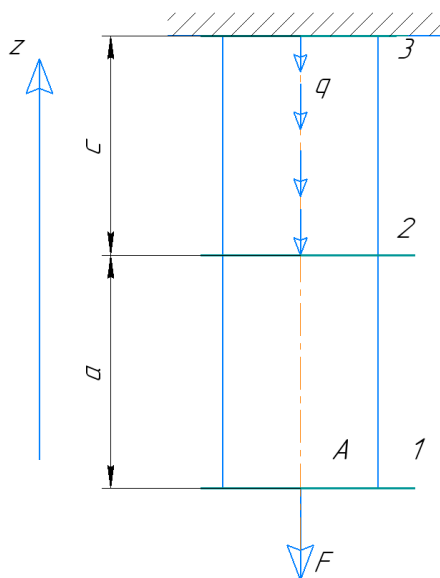


Рисунок 3.5 – Расчетная схема

На участках 1-2 и 2-3 составляем уравнения равновесия, направив внутренние усилия в положительном направлении оси z . $\sum F_{kz} = 0$:

Участок 1-2: $N_1 - F = 0$, $N_1 = F_1 = 100 \text{ кН}$.

На участке 2-3 действует распределенная нагрузка с интенсивностью q . Для нахождения значения усилия необходимо помножить на длину участка, на которой она действует:

Участок 2-3: $N_2 - F - qz = 0$, $N_2 = F + qz$. кН.

На участке 2-3 внутренне усилие изменяется по длине участка:

Во 2 сечении ($z=0$): $N_2 = F + qz = 100 + 20 \times 0 = 100 \text{ кН}$.

В 3 сечении ($z=c$): $N_2 = F + qz = 100 + 20 \times 2 = 140 \text{ кН}$.

Для определения площади поперечного сечения необходимо воспользоваться условием прочности для опасного сечения. С учетом того, что площадь по длине стержня постоянна, опасным сечением будет являться сечение 3, где внутренние усилия имеют максимальные значения:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma] \rightarrow A \geq \frac{N}{[\sigma]}.$$

$$A \geq \frac{140 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,875 \cdot 10^3 \text{ м}^2 = 8,75 \text{ см}^2.$$

Из условия задачи поперечное сечение стержня в форме круга, тогда диаметр круга определим из выражения:

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}. \quad d \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 8,75}{3,14}} = 3,34 \text{ см}.$$

Примем диаметр стержня 3,4 см.

Задача 3

Балка АВ весом $P=50 \text{ кН}$ подвешена на трех тягах (рисунок 3.6). Крайние тяги – стальные, средняя тяга – медная; площади сечения тяг одинаковы и равны по 200 мм^2 ; длина каждой тяги $l = 2 \text{ м}$. Определить усилия в тягах,

считая, что балка абсолютно жесткая. Определить величину перемещения балки, если модуль упругости стали $E_{ст} = 2 \cdot 10^5$ МПа, модуль упругости меди $E_{м} = 1 \cdot 10^5$ МПа.

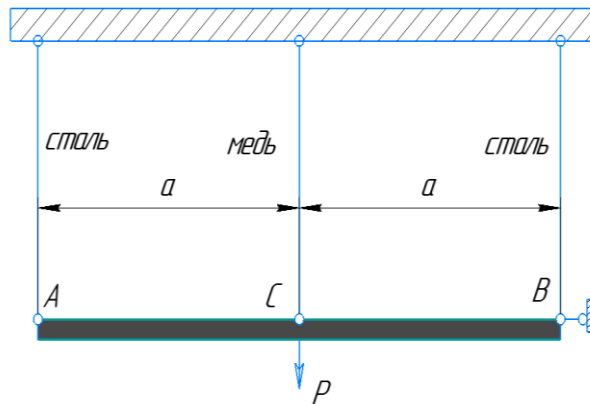


Рисунок 3.6 – Схема к задаче

Решение

Система симметрична относительно вертикальной оси, и совершенно очевидно, что усилия в боковых стержнях одинаковы:

$$N_1 = N_3$$

Составив сумму моментов всех сил относительно точки C, получим

$$\sum M_c = N_1 a - N_3 a = 0$$

или

$$N_1 = N_3$$

Итак, использование симметрии в данном случае равноценно устному решению одного из уравнений равновесия.

Второе уравнение равновесия

$$\sum Y = N_1 + N_2 + N_3 - P = 0.$$

Составим третье уравнение – уравнение перемещений, приравняв удлинение медной тяги удлинению стальной на том основании, что балка опускается параллельно самой себе, т. е. $\Delta l_{cm} = \Delta l_m$

Необходимо учитывать физические свойства материала:

$$\Delta l_{cm} = \frac{N_1 l}{E_{cm} A}, \Delta l_m = \frac{N_2 l}{E_m A}$$

Следовательно:

$$\frac{N_1 l}{E_{cm} A} = \frac{N_2 l}{E_m A}$$

Решая это уравнение совместно с уравнением равновесия, получаем

$$N_2 = 10 \text{ кН}; \quad N_1 = N_3 = 20 \text{ кН}.$$

Перемещение поперечины равно удлинению любой из тяг:

$$\Delta l_{cm} = \frac{N_1 l}{E_{cm} A} = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 200} = 1 \text{ мм}.$$

Задача 4

Определить реакции в стержнях AC и BC (рисунок 3.7). Подобрать сечение стержней: для стержня BC в виде трубы с соотношением диаметров $d/D=0,8$, для стержня AC – квадратное сечение, если допустимое напряжение на сжатие $[\sigma]_c = 160 \text{ МПа}$, на растяжение $[\sigma]_p = 100 \text{ МПа}$. Дано: $P = 10 \text{ кН}$;

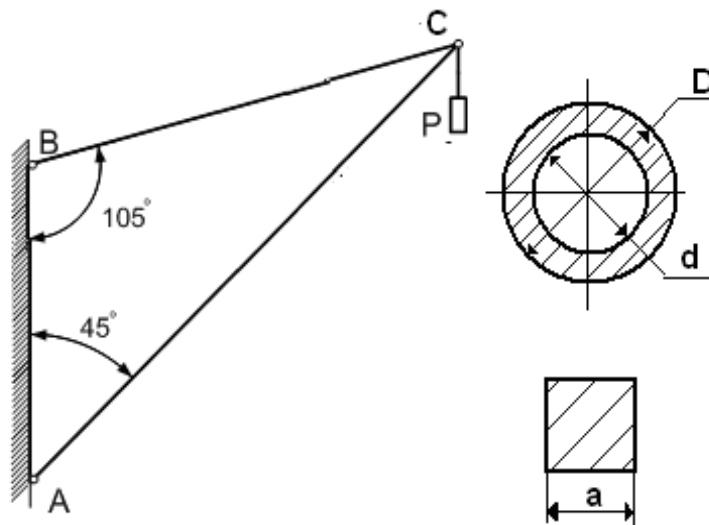


Рисунок 3.7 – Схема к задаче

Решение:

1. Объект равновесия – точка C.
2. “Обрываем” связи заменяя их реакциями этих связей, направленными вдоль стержней (рисунок 3.8). При этом предполагаем, что оба стержня растянуты, то есть усилия направлены от точки C.

3. Направляем оси координат X и Y, принимая ось X перпендикулярно стержню AC.

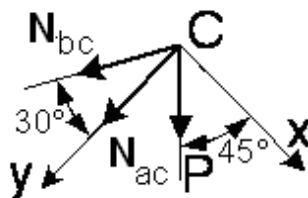


Рисунок 3.8 – Расчетная схема

4. Составляем уравнения равновесия плоской сходящейся системы сил, приложенных к точке С.

$$\sum F_{kx} = 0; \quad P \cdot \cos 45^\circ - N_{bc} \cdot \sin 30^\circ = 0;$$

откуда

$$N_{bc} = \frac{P \cdot \cos 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{10\sqrt{2}}{2 \cdot 0.5} = 10\sqrt{2} \approx 14,1 \text{ кН.}$$

Усилие получилось положительное, следовательно, стержень ВС работает на растяжение.

$$\sum F_{ky} = 0; \quad P \cdot \cos 45^\circ + N_{ac} + N_{bc} \cdot \cos 30^\circ = 0;$$

Откуда

$$N_{ac} = -P \cdot \cos 45^\circ - N_{bc} \cdot \cos 30^\circ = -10 \frac{\sqrt{2}}{2} - 14,1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -26,3 \text{ кН.}$$

Усилие получилось отрицательное, следовательно, стержень AC работает на сжатие.

5. Подбор сечения осуществляем, используя условие прочности при растяжении-сжатии:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma],$$

где, N – внутреннее усилие в стержне;

A – площадь поперечного сечения стержня.

Для стержня ВС

$$A = \frac{N_{bc}}{[\sigma]_p} = \frac{14,1 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^6} = 14,1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 = 141 \text{ мм}^2.$$

Так как площадь поперечного сечения трубы

$$A = \pi(D^2 - d^2)/4 = \pi[D^2 - (0,8D)^2]/4 = 0,283D^2,$$

$$\text{то } D = \sqrt{\frac{A}{0,283}} = \sqrt{\frac{141}{0,283}} = 22,1 \text{ мм}, \quad d = 0,8 \cdot 22,1 = 17,7 \text{ мм}.$$

Для стержня АС:

$$A = \frac{N_{ac}}{[\sigma]_c} = \frac{26,3 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 16,4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 = 164 \text{ мм}^2.$$

Так как площадь квадрата $A = a^2$, то $a = \sqrt{A} = \sqrt{164} = 12,8 \text{ мм}$.

Задача 5

Определить величину удлинения стержня в виде усеченного конуса под действием равномерно распределенной нагрузки q (Н/м). Исходные данные: длина стержня – l ; d – меньший диаметр стержня, $2d$ – больший диаметр, модуль упругости – E . В расчетах принять $\ln 2l = \ln 2 = 0,7$.

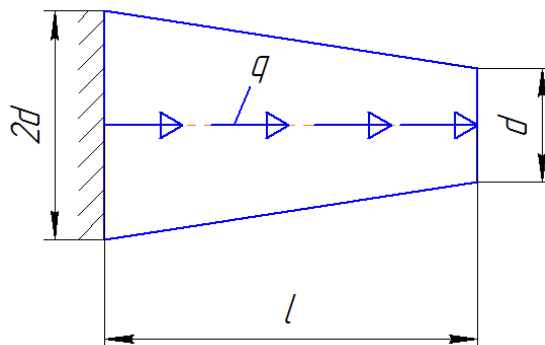


Рисунок 3.9 – Схема к задаче

Решение

Данная задача является статически определимой, но ее сложность заключается в переменном поперечном сечении. Для решения задачи необходимо выразить зависимость между длиной стержня и площадью поперечного сечения. Для этого построим стержень (рисунок 3.10).

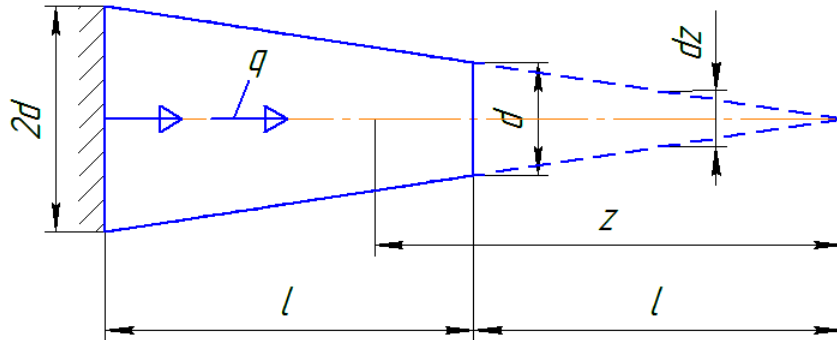


Рисунок 3.10 – Расчетная схема

Выразим диаметр в произвольном сечении z :

$$d_z = \frac{d}{l} \cdot z.$$

С учетом того, что по длине стержня действует распределенная нагрузка, значение внутреннего усилия в сечении z будет определяться из выражения:

$$N_z = q \cdot (z - l).$$

Введем следующее упрощение: $A_z = \frac{\pi \cdot d_z^2}{4} = \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot l^2} \cdot z^2 = K \cdot z^2$.

Составим уравнение деформации (согласно закону Гука) для данной задачи:

$$\Delta l = \int_l^{2l} \frac{q(z-l)dz}{A_z E} = \int_l^{2l} \frac{q(z-l)dz}{K \cdot z^2 \cdot E}.$$

Далее выносим постоянные за знак интервала и решаем данное уравнение:

$$\Delta l = \int_l^{2l} \frac{q(z-l)dz}{K \cdot z^2 \cdot E} = \frac{q}{KE} \cdot \int_l^{2l} \frac{(z-l)dz}{z^2} = \frac{q}{KE} \cdot \int_l^{2l} \frac{dz}{z} - \frac{ql}{KE} \cdot \int_l^{2l} \frac{dz}{z^2}$$

Согласно рисунку 3.10, пределы интегрирования от l до $2l$.

$$\begin{aligned}\Delta l &= \frac{q}{KE} \cdot \frac{dz^{2l}}{z_l} - \frac{ql}{KE} \cdot \frac{dz^{2l}}{z^2_l} = \frac{q}{KE} \cdot \ln z_l^{2l} + \frac{ql}{KE} \cdot \frac{1}{z^2_l} = \\ &= \frac{q}{KE} \cdot (\ln 2l - \ln l) + \frac{ql}{KE} \cdot \left(\frac{1}{2l} - \frac{1}{l}\right) = \frac{q}{KE} \cdot \ln 2 - \frac{ql}{KE} \cdot \frac{1}{2l} = \frac{ql}{KE} \cdot \left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{0,2q4l^2}{E \cdot \pi \cdot d^2} = \frac{0,8ql^2}{E \cdot \pi \cdot d^2} = \frac{0,25ql^2}{E \cdot d^2} = \frac{ql^2}{4 \cdot E \cdot d^2}\end{aligned}$$

С учетом того, что задача решается в общем виде, результатом решения является следующее выражение:

$$\Delta l = \frac{ql^2}{4 \cdot E \cdot d^2}.$$

Задача 6

По схеме на рисунке 3.11 определить при каком значении z перемещение точки А будет равно нулю. За исходные данные принять длину l , силу F .

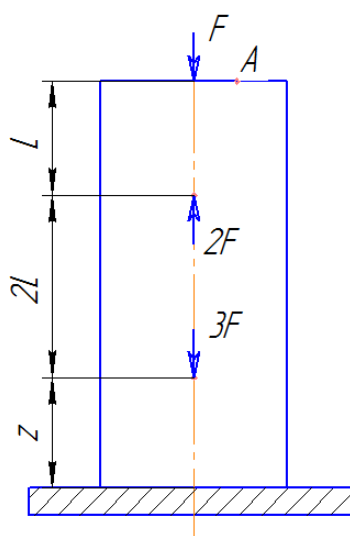


Рисунок 3.11 – Схема к задаче

Решение

Данная задача решается в общем виде, и задача является статически определимой. В данной задаче 4 характерных сечения, а, значит – 3 участка (верхний, средний и нижний). Перемещение точки А определяется условием:

$$\Delta_A = \Delta_{\text{верх}} + \Delta_{\text{сред}} + \Delta_{\text{нижн}} = \frac{N_{\text{верх}}l}{EA} + \frac{N_{\text{сред}}2l}{EA} + \frac{N_{\text{нижн}}z}{EA}.$$

Для решения данного уравнения необходимо определить внутреннее усилие на каждом участке, используя метод сечений. Ось z направим вертикально вниз:

Верхний участок: $N_1 + F = 0$, $N_1 = -F$.

Средний участок: $N_2 + F_1 - 2F = 0$, $N_2 = F$.

Нижний участок: $N_3 + F_1 - 2F_1 + 3F = 0$, $N_3 = -2F$.

По условию задачи необходимо, чтобы перемещение точки А было равно нулю:

$$\Delta_A = \frac{N_{\text{верх}} l}{EA} + \frac{N_{\text{сред}} 2l}{EA} + \frac{N_{\text{нижн}} z}{EA} = 0.$$

Подставим в данное уравнение значение внутренних усилий и решим его относительно z :

$$\frac{-Fl}{EA} + \frac{F2l}{EA} + \frac{-2Fz}{EA} = 0 \rightarrow Fl - 2Fz = 0 \rightarrow z = \frac{l}{2}.$$

3.2 Статически неопределимые задачи

Задача 7

Абсолютно жесткий брус АВ шарнирно закреплен в точке А, подвешен на двух стержнях и испытывает внешнюю нагрузку $F=100$ кН. Из условия прочности определить диаметр стержня (круглое сечение). Если $a=1$ м, $l=2$ м., допускаемые напряжения материала $[\sigma] = 160$ МПа.

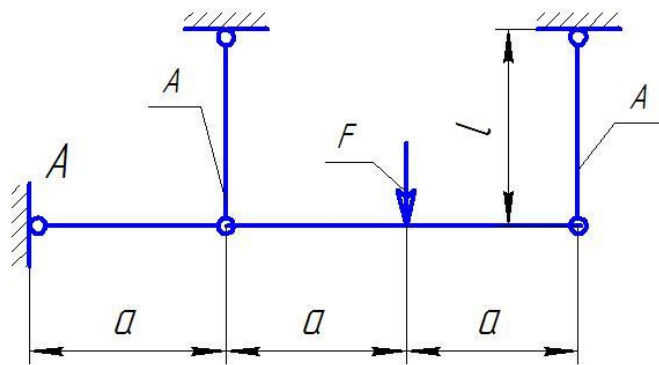


Рисунок 3.12 – Схема к задаче

Решение

В данной системе имеется 4 неизвестных реакций: две в шарнире А и по одной в каждом стержне. С учетом того, что в статике можно составить только 3 уравнения равновесия, данная задача считается 1 раз статически неопределима. Для решения такого типа задач необходимо рассмотреть статическую, геометрическую и физическую стороны задачи.

Статическая сторона задачи: изобразим расчетную схему (рисунок 3.13) и составим уравнение равновесия:

$$\sum M_A = 0, N_1 \cdot a - F \cdot 2a + N_2 \cdot 3a = 0.$$

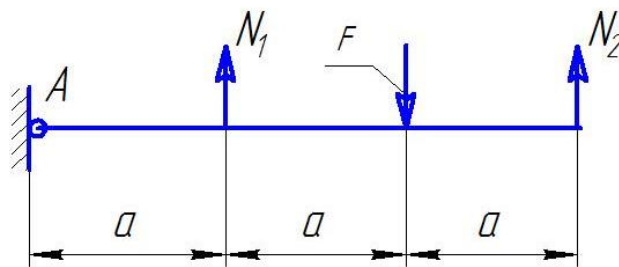


Рисунок 3.13 – Расчетная схема

В данном уравнении две реакции не известны, т.е. уравнение не решается.

Геометрическая сторона задачи: построим схему деформаций. Под действием внешней нагрузки балка АВ повернется относительно шарнира А по часовой стрелке. С учетом того, что перемещения малы пример растяжение стержней без учета поворота, т.е. перемещение шарниров крепления стержней будет вертикальным (рисунок 3.14). Правый конец балки опустится вниз и при этом стержни удлинятся на величину $\Delta l_1, \Delta l_2$.

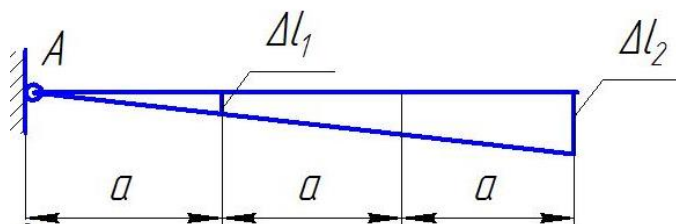


Рисунок 3.14 – Схема деформаций

По схеме деформаций балки из подобия треугольников получим:

$$\frac{\Delta l_1}{a} = \frac{\Delta l_2}{3a}.$$

Данное уравнение называется уравнением совместности деформаций стержней.

Физическая сторона задачи: определим удлинение каждого стержня, используя закон Гука: $\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$.

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{N_1 l}{EA}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{N_2 l}{EA}.$$

Полученные уравнения в совокупности раскрывают статическую неопределимость задачи. Далее решаем совместно физическую и геометрическую стороны задачи, получим:

$$\frac{N_1 \cdot l}{a \cdot E \cdot A} = \frac{N_2 \cdot l}{3a \cdot E \cdot A}$$

Далее, преобразуем: $3N_1 = N_2$

Выразив N_2 через N_1 , подставим в уравнение равновесия:

$$N_1 \cdot a - F \cdot 2a + 3N_1 \cdot 3a = 0.$$

$$10N_1 \cdot a = F \cdot 2a \Rightarrow N_1 = \frac{2F}{10} = 20 \text{ kH}$$

$$N_2 = 3N_1 = 60 \text{ kH}$$

Используя условие прочности при растяжении, определим площадь поперечного сечения: $\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma] \Rightarrow A \geq \frac{N}{[\sigma]}$.

$$A_1 \geq \frac{20}{16} = 1,25 \text{ см}^2; \quad A_2 \geq \frac{600}{16} = 3,75 \text{ см}^2$$

Для того, чтобы обеспечить прочность стержней необходимо из полученных значений выбрать большее, т.е. $A = 3,75 \text{ см}^2$.

Определим диаметр круглого поперечного сечения:

$$A \geq \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3,75}{3,14}} = 2,18 \text{ см.}$$

Принимаем диаметр стержня равный 2,2 см.

Задача 8

Стержень переменного сечения (2A и A) жестко заделан с двух сторон и нагружен продольной силой (рисунок 3.15). Определить значения и построить эпюры N .

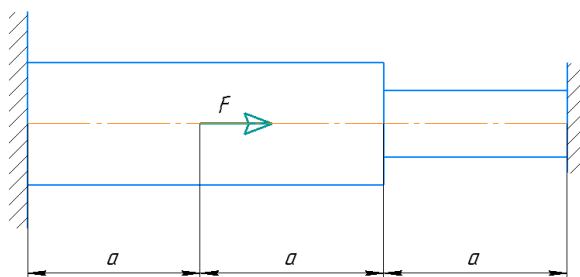


Рисунок 3.15 – Схема к задаче

Решение

В данной задаче стержень жестко зашцеилен с двух концов. Для решения задачи необходимо отбросить связи и заменить их реакциями (рисунок 3.16).

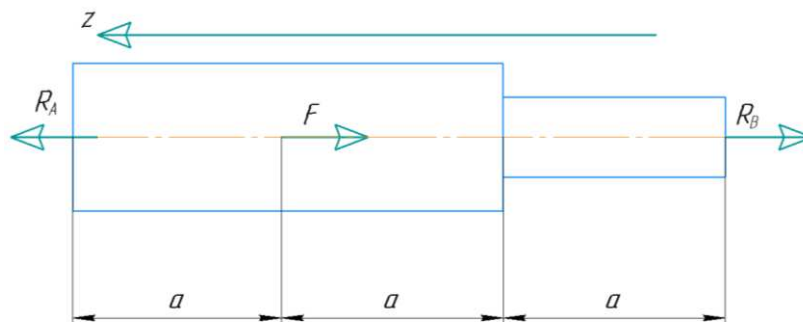


Рисунок 3.16 – Расчетная схема

Направление реакций в опорах не известны. Поэтому выбираем произвольно направление оси z (параллельно оси стержня) и направляем реакции в опорах вдоль этой оси таким образом, чтобы они оказывали

растягивающие усилия. Составим уравнение равновесия:

$$\sum Z_i = 0; \quad R_A - F - R_B = 0.$$

Это единственное уравнение равновесия, которое можно составить для линейной системы сил. Следовательно система один раз статически неопределима.

Геометрическая сторона задачи: Составляем уравнение совместности деформаций:

$$\Delta l = 0; \quad \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 0.$$

Это уравнение устанавливает неизменность общей длины стержня при любых воздействиях, которую обеспечивали связи (жесткие заделки).

Физическая сторона задачи: записываем соотношения связи деформаций с усилиями.

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{R_A a}{E2A}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{R_B a}{E2A}; \quad \Delta l_3 = \frac{N_3 l_2}{EA_3} = \frac{R_B a}{EA}.$$

Получили полную систему уравнений, решающую данную задачу (5 уравнений и 5 неизвестных – 2 реакции и 3 перемещения). Подставляем соотношения упругости в уравнения совместности:

$$\frac{R_A a}{E2A} + \frac{R_B a}{E2A} + \frac{R_B a}{EA} = 0. \rightarrow R_A + 3R_B = 0 \rightarrow R_A = -3R_B.$$

Подставим полученное соотношение в уравнение равновесия:

$$-3R_B - F - R_B = 0 \rightarrow R_B = -\frac{F}{4}; \quad R_A = \frac{3F}{4}.$$

Строим эпюры продольных сил (рисунок 3.17).

Если бы в задаче имелся первоначальный зазор, например между правым концом стержня и заделкой, или напротив натяг (первоначальный размер стержня превышает расстояние между опорами), то это учитывается лишь в уравнениях совместности деформаций:

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = \Delta, \quad \Delta l_F + \Delta l_R = \Delta.$$

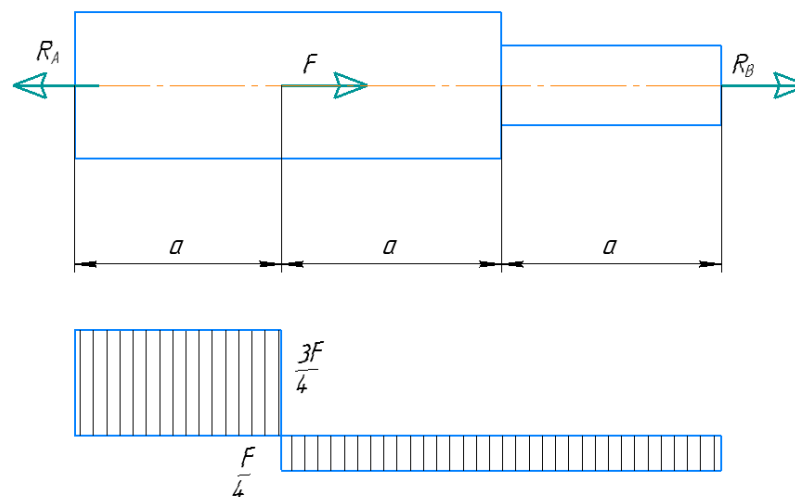


Рисунок 3.17 - Эпюры продольных сил

Если вместо силового нагружения, или дополнительно к нему, действует температурная нагрузка (нагрев), то это учитывается введением температурных удлинений в уравнения совместности деформаций.

Глава 4 Задачи для самостоятельного решения

При выборе варианта студент опирается на номер своей зачетной книжки и выбирает номер рисунка по последней цифре, а номер строки с данными в таблице - по предпоследней; например, если номер зачетки оканчивается числом 31, то берет рисунок 1 и условия варианта № 3 из таблицы.

4.1 Задание №1

Осевое растяжение-сжатие

Стальной стержень переменного сечения находится под действием трех продольных сил, приложенных по оси стержня (рисунок 4.1, таблица 4.1).

Построить эпюры поперечных сил, напряжений и перемещений. Весом самого стержня пренебречь.

При расчете можно принимать: площадь сечения $A=10 \text{ см}^2$, длина участков $a=c=1\text{м}$, $b=2\text{м}$, модуль упругости при растяжении для стали $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, силы F_1 и F_2 направлены вниз, а F_3 и F_4 – вверх.

Пример решения подобной задачи рассмотрен в главе 3, задача 1.

Таблица 4.1 – Исходные данные к задаче

вариант	F_1		F_2		F_3		F_4	
	Величина, кН	Точка приложения	Величина, кН	Точка приложения	Величина, кН	Точка приложения	Величина, кН	Точка приложения
0	150	2	200	3	100	1	-	-
1	-	-	120	3	200	2	240	1
2	150	2	250	1	-	-	200	3
3	-	-	300	3	150	1	200	2
4	300	3	-	-	150	2	250	1
5	100	2	-	-	200	1	100	3
6	-	-	120	1	360	2	120	3
7	240	1	100	2	-	-	120	3
8	-	-	200	3	250	2	150	1
9	200	1	-	-	100	3	200	2

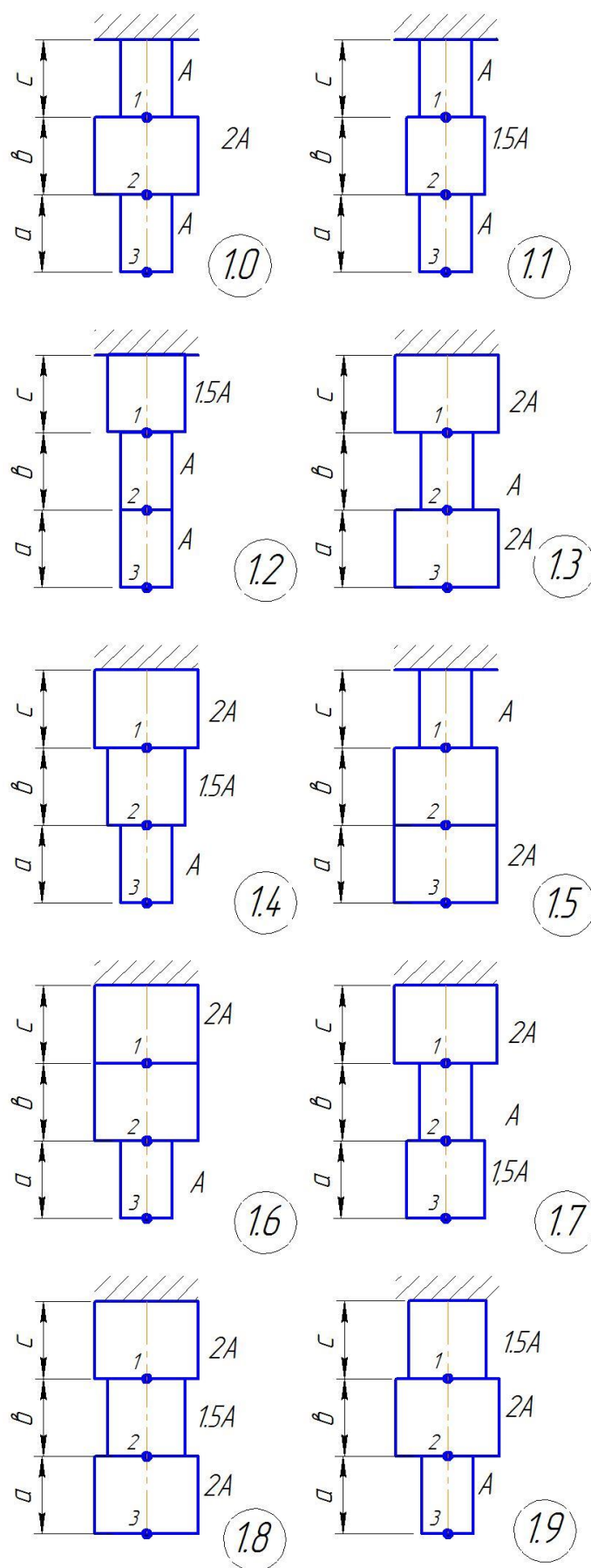


Рисунок 4.1 – Схемы к задаче 1

4.2 Задание №2

Статически неопределимые системы

Абсолютно жесткий брус опирается на шарнирно неподвижную опору и закреплен на двух стержнях с помощью шарниров. Подобрать из условия прочности поперечное сечение стержня, форма которого указана в таблице 4.2. Допускаемые напряжения принять равным 160 МПа. Расчетные схемы на рисунке 4.2. Пример решения подобной задачи рассмотрен в главе 3, задача 7.

Таблица 4.2 – исходные данные к задаче

Вариант	F, кН	q, кН/м	a, м.	b, м	c, м	Форма сечения
0	150	-	1	1	2	Круг
1	-	30	2	1,4	1	Квадрат
2	200	-	2,2	2	1	Круг
3	-	40	1	2	2,2	Квадрат
4	150	-	2	1,5	2	Круг
5	-	50	1,2	2	2,4	Квадрат
6	120	-	1	1,5	1	Круг
7	-	45	2	2,5	1,5	Квадрат
8	200	-	1,8	1	2	Круг
9	-	50	2	1,2	1,4	Квадрат

В задаче приняты следующие обозначения:

a, b, c – значения расстояний участков (стержней);

F – внешняя сосредоточенная сила;

q – интенсивность распределенной нагрузки;

A – площадь поперечного сечения стержня.

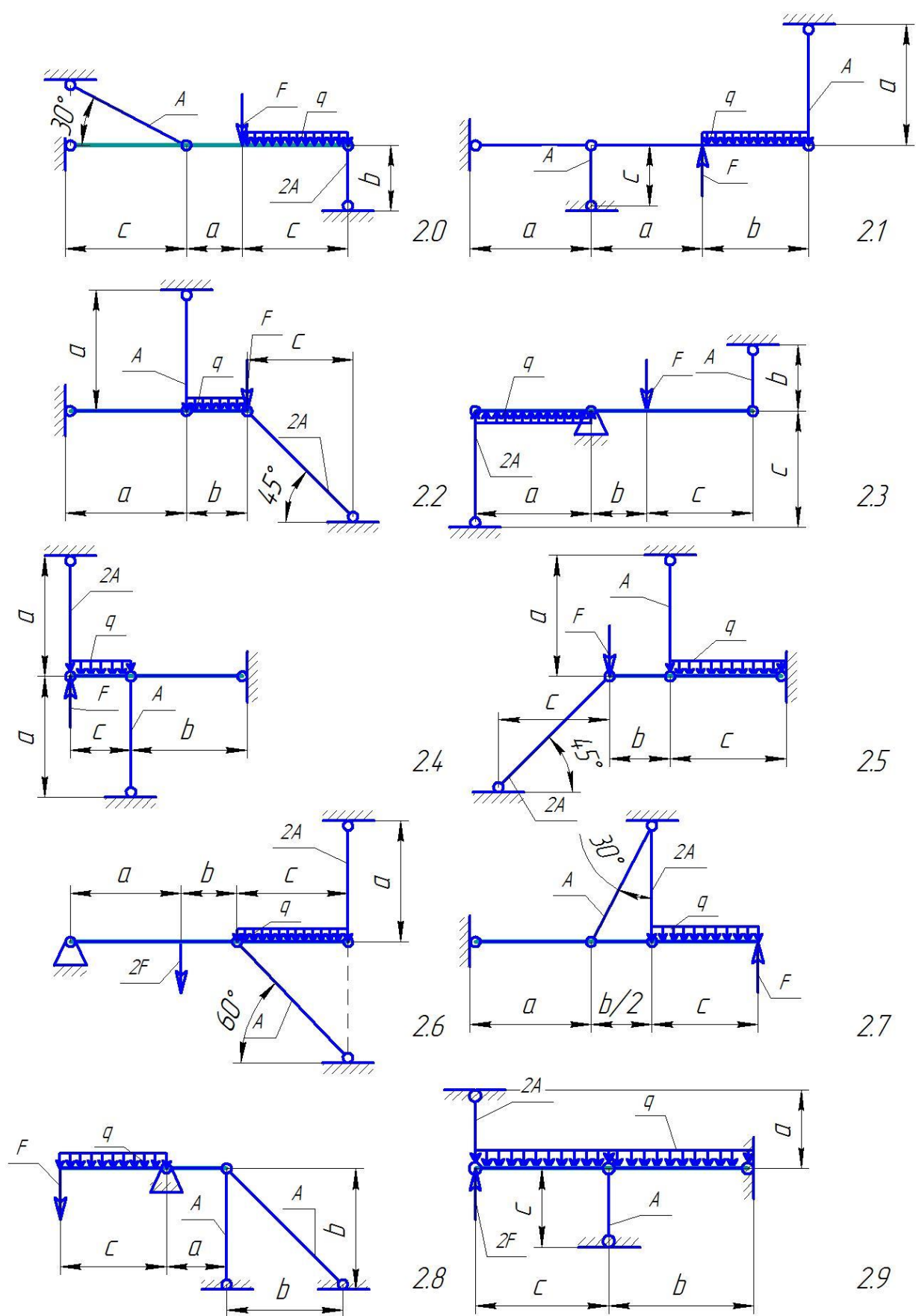


Рисунок 4.2 – Схемы к задаче 2

Глава 5 Лабораторные работы

5.1 Испытание малоуглеродистой стали статической нагрузкой на растяжение

Цель работы: определение механических характеристик и показателей пластичности стали.

Общие сведения

Экспериментальное определение величин механических характеристик и показателей пластичности необходимо для выбора конструкционных материалов и расчетов на прочность и жесткость. Подобные испытания сопровождаются изучением всех стадий деформации образца при растяжении с доведением нагрузки до значений, предшествующих разрыву образца. В процессе испытания определяются механические характеристики: предел пропорциональности, предел текучести и предел прочности. Кроме того, определяются показатели пластичности: остаточное относительное удлинение, относительное сужение и удельная работа, затрачиваемая на разрушение образца. Образец имеет цилиндрическую форму с головками на концах для закрепления их в захватах машины (рис. 5.1).

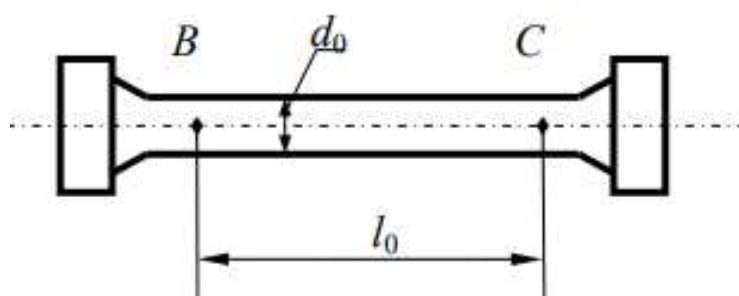


Рисунок 5.1 - Схема образца до испытания

Для испытания применяется короткий пропорциональный образец, то есть такой, у которого расчетная длина $l_0 = 5d_0$. Перед установкой образца производится измерение его расчетной длины l_0 (длины участка образца, расположенного между двумя накерненными точками B и C) и диаметра d_0 .

По результатам произведенного обмера вычисляется площадь поперечного сечения A_0 и объем рабочей части образца $V_0 = F_0 \cdot l_0$.

Испытание осуществляется на разрывной машине (рис. 4) с записывающим приспособлением, автоматически вычерчивающим диаграмму растяжения, то есть график, связывающий нагрузку и деформацию образца в процессе его растяжения до момента разрыва.

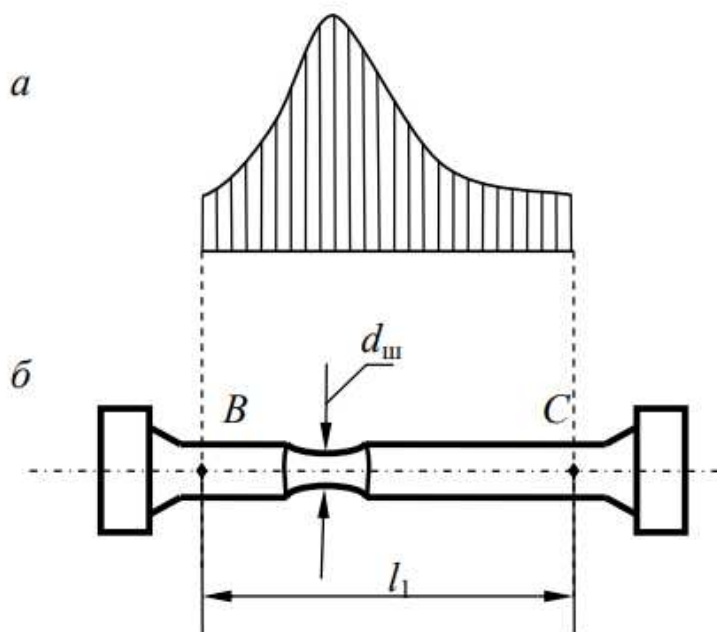


Рисунок 5.2 - Схема образца после испытания

Подготовленный к испытанию образец устанавливается в захваты машины, и машина пускается в ход. В процессе испытания ведется наблюдение за поведением образца по диаграмме, вычерчиваемой записывающим устройством машины. После обрыва образца машина останавливается и обе половины образца освобождаются из её захватов. Разрушение образца произойдет в месте образования так называемой «шейки», т.е. местного сужения поперечного сечения образца (рис. 5.2).

Тщательно и возможно плотнее прижав друг к другу обе половины образца по месту обрыва, следует измерить диаметр $d_{ш}$ в наиболее узком

месте «шейки», длину образца после разрыва l_1 (длину участка образца между точками B и C) и вычислить площадь сечения $A_{ш}$.

Примерный вид диаграммы для малоуглеродистых сталей, записанной машиной в процессе испытания, представлен на рисунке 5.3.

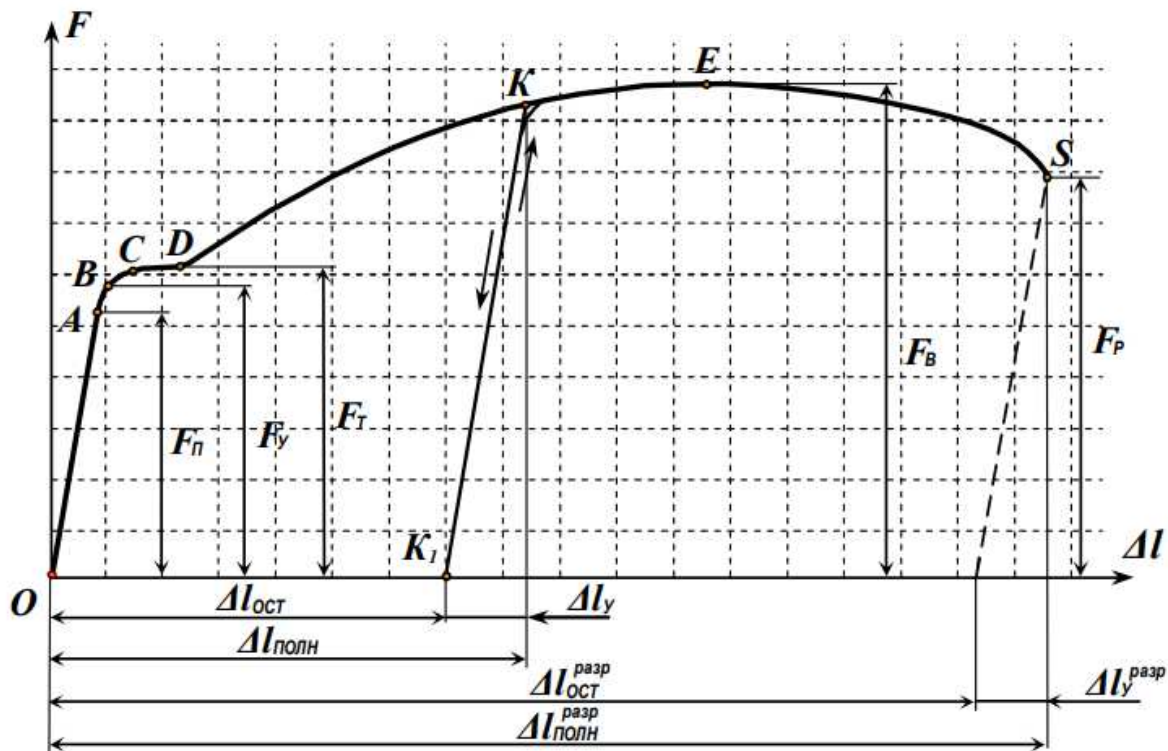


Рисунок 5.3 - Кривая растяжения

Кривую растяжения на диаграмме при обработке лучше всего подразделить на участки, как указано на рисунке 5.3.

Участок от O до A. На большей части своего протяжения он прямолинеен. В этой части диаграмма выражает прямую пропорциональную зависимость между силой и деформацией, то есть зависимость, записываемую законом Р. Гука. До начала деформации образца, перемещение подвижного захвата происходит без нарастания или с небольшим увеличением нагрузки, которая необходима для устранения зазоров как в механизме машины, так и между головками образца и захватами. Поэтому в начале диаграммы появляется сначала горизонтальный, а затем криволинейный участок. Чтобы исключить из рассмотрения этот участок, следует продолжить

прямолинейный отрезок диаграммы до оси абсцисс, в пересечении с которой получим точку O – начало диаграммы.

Ордината точки a является наибольшей из ординат точек диаграммы, совпадающей с прямолинейным участком $O-A$. Ордината точки A в масштабе диаграммы равна наибольшей нагрузке обозначаемой $F_{\text{пл}}$, при которой выполняется закон Гука.

Предел пропорциональности – наибольшее напряжение $\sigma_{\text{пл}}$, превышение которого вызывает отклонение от закона Гука. Предел пропорциональности определяется по формуле:

$$\sigma_{\text{пл}} = \frac{F_{\text{пл}}}{A_0} . \quad (5.1)$$

где A_0 – начальная площадь поперечного сечения образца.

Участок кривой $a-b-c$. После перехода через предел пропорциональности деформации начинают интенсивно нарастать, причем от точки b до c диаграммы деформации растут без дальнейшего увеличения нагрузки – материал образца «течет». На диаграмме при этом прочерчивается горизонтальная линия. Ординаты точек на этом участке устанавливают нагрузку F_T , с учетом которой вычисляется предел текучести σ_T .

Предел текучести – напряжение, при котором происходит «течение» материала, то есть рост деформации при постоянной (примерно) нагрузке. Он определяется по формуле:

$$\sigma_T = \frac{F_T}{A_0} . \quad (5.2)$$

Для ряда высокоуглеродистых и легированных сталей, сплавов цветных металлов площадки текучести может и не быть. В этом случае за величину предела текучести условно принимают напряжение, при котором остаточное удлинение образца составляет 0,2%. Условный предел текучести обозначается $\sigma_{0.2}$.

Участок кривой от c до d. На этом участке от конца участка «текучести» до максимума кривой в точке *d* наблюдается некоторое увеличение нагрузки на образец. Это явление в технике называется «наклепом» или *упрочнением* материала образца. В точке *d* кривая имеет наибольшую ординату. Эта ордината в масштабе диаграммы равна максимальной нагрузке, обозначаемой F_B , при которой материал образца начинает претерпевать разрушение.

Предел прочности или временное сопротивление – напряжение, при котором происходит разрушение материала. Предел прочности $\sigma_{B(ПЧ)}$ находится как отношение максимальной силы, которую способен выдержать образец при растяжении, к его начальной площади поперечного сечения, то есть:

$$\sigma_{B(ПЧ)} = \frac{F_B}{A_0}. \quad (5.3)$$

Следует отметить, что предел пропорциональности, предел текучести и предел прочности являются условными характеристиками, так как соответствующие им нагрузки относятся к начальной площади A_0 .

Участок кривой от d до e. После достижения максимальной нагрузки деформация образца начинает концентрироваться около какого-либо участка по длине образца, оказавшегося наиболее слабым. На образце появляется так называемая «шейка». На рисунке 2а показан характер интенсивности распределения продольной и поперечной деформации вдоль образца после образования «шейки». Вследствие интенсивного уменьшения площади сечения «шейки» для дальнейшего растяжения образца нужна меньшая нагрузка. Поэтому на диаграмме и наблюдается снижение нагрузки, продолжающееся до разрыва образца. В точке *e* кривая диаграммы вследствие разрыва образца обрывается. Нагрузка, соответствующая моменту разрыва образца, называется разрушающей и обозначается F_P . Разделив нагрузку F_P на $A_{ш}$ – площадь сечения в месте разрушения образца, получим величину истинного напряжения разрушения образца:

$$\sigma_H = \frac{F_P}{A_{III}}. \quad (5.4)$$

Истинное напряжение – это напряжение, при котором происходит разрыв образца. Для стали кроме механических характеристик определяются показатели пластичности: остаточное относительное удлинение:

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\% \quad (5.5)$$

где, l_k – длина образца при разрыве;

l_0 – расчётная длина образца.

Относительное остаточное поперечное сужение:

$$\psi = \frac{A_0 - A_K}{A_0} \cdot 100\%, \quad (5.6)$$

где, A_0 – начальная площадь поперечного сечения образца;

A_K – площадь поперечного сечения образца в месте разрыва (в шейке).

По величинам δ и ψ материалы условно делятся на пластичные и хрупкие. *Материал считается пластичным, если относительная остаточная деформация больше 5%.* Для стали марки Ст3 относительная остаточная деформация $\delta \geq 21\%$, у высокопрочных сталей эта величина снижается до 7...10%.

Величина δ зависит от соотношения длины образца и его поперечных размеров. Относительное остаточное сужение ψ более точно характеризует пластичность материала, поскольку оно в меньшей степени зависит от формы образца. Для стали Ст3 ψ составляет 50...60%.

Если начиная с некоторой точки K диаграммы (рисунки 5.3, 5.4) разгружать образец, то диаграмма будет представлена прямой KK_1 , параллельной прямой OA . Отрезок OK_1 равен остаточной деформации $\Delta l_{ост}$, соответствующей напряжению, представленному ординатой точки K , а отрезок K_1K_2 упругой деформации Δl_y , при том же напряжении. Полная деформация Δl равна сумме указанных деформаций:

$$\Delta l = \Delta l_Y + \Delta l_{OCT} \quad (5.7)$$

Если вновь начать нагружать образец, то диаграмма образует небольшую петлю. Эта петля получается за счет необратимых потерь энергии деформации. Она носит название *петли гистерезиса*. Начиная с точки K линия диаграммы пойдет так, как будто не было разгрузки и повторной нагрузки. Это показывает, что при нагружении образца выше предела текучести и последующей его разгрузке материал образца изменил свои свойства: пропала площадка текучести, повысился предел пропорциональности и уменьшилась полная деформация при разрыве ($K_1 S_2 < OS_2$).

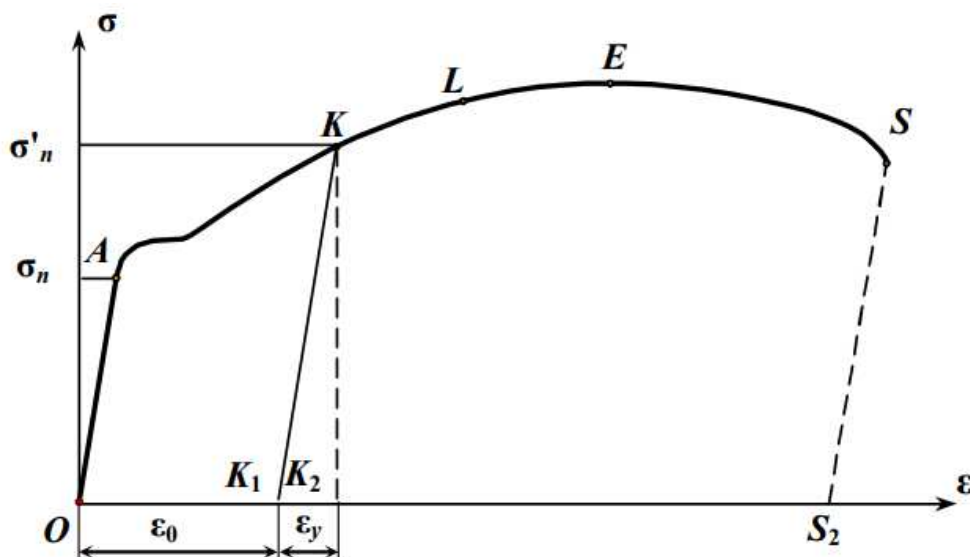


Рисунок 5.4 - Диаграмма растяжения

Такое изменение свойств металла носит название *наклепа*. Наклеп может возникнуть не только при растяжении, но и при любых других видах деформации. Иногда наклеп используют в технике. Например, цепи грузоподъемных машин предварительно вытягивают для возникновения в них наклепа, с целью уменьшить деформацию и повысить предел пропорциональности. При повторной разгрузке образца, начиная с некоторой точки L , произойдет повторение описанного явления наклепа.

Порядок выполнения работы

1. Перед установкой образца в захваты испытательной машины, произвести измерение его длины l_0 и диаметра d_0 штангенциркулем с точностью до 0,1 мм. Длина фиксирована точками B и C , которые нанесены с помощью керна (рисунок 5.1). Замер диаметра следует сделать не менее трех раз в различных сечениях по длине l_0 . В расчет следует принять среднее арифметическое значение диаметра d_0 .

2. Образец установить в захваты разрывной

3. Включить электродвигатель на «растяжение».

4. В процессе испытания ведется наблюдение за образцом и за характером вычерчиваемой диаграммы.

5. После разрыва образца машину остановить переключателем и освободить образец из захватов.

6. Замерить образец после разрушения, соединив две его части. Образец будет иметь вид, изображенный на рисунке 5.2, б. Размеры l_1 и $d_{ш}$ (диаметр) замерить штангенциркулем с точностью до 0,1 мм. Диаметр «шейки» замерить в двух взаимно перпендикулярных плоскостях и в расчет принять среднее арифметическое значение.

7. Обработать диаграмму растяжения (рисунок 5.3.): определить нагрузки $F_{пц}$, F_T , $F_{пч}$, $F_{разр}$, учитывая масштаб сил.

8. Вычислить характеристики стали: $\sigma_{пц}$, σ_T , $\sigma_{в(пч)}$, δ , ψ .

9. Оформить отчет по принятой форме.

Отчет по лабораторной работе № 1

Испытание малоуглеродистой стали статической нагрузкой на растяжение

Цель работы:.....

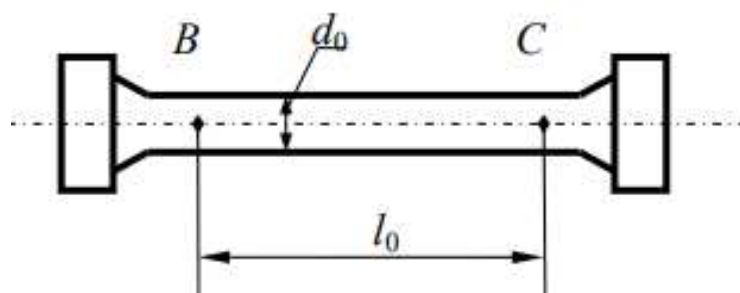
.....

Испытательная машина.....

Измерительные приборы.....

Схема и размеры образца

до опыта

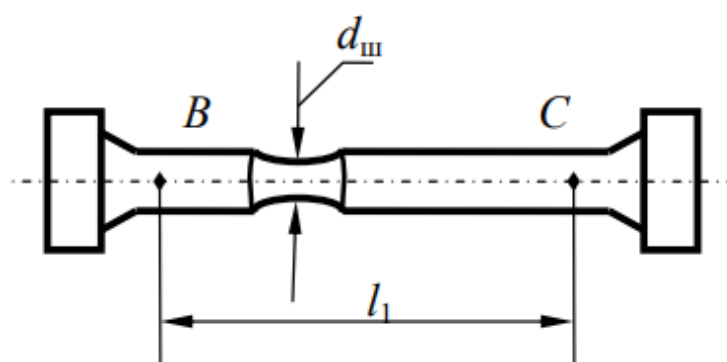


$l_0 = \dots\dots\dots\text{мм},$

$d_0 = \dots\dots\dots\text{мм},$

$A_0 = \dots\dots\dots\text{мм}^2,$

после опыта



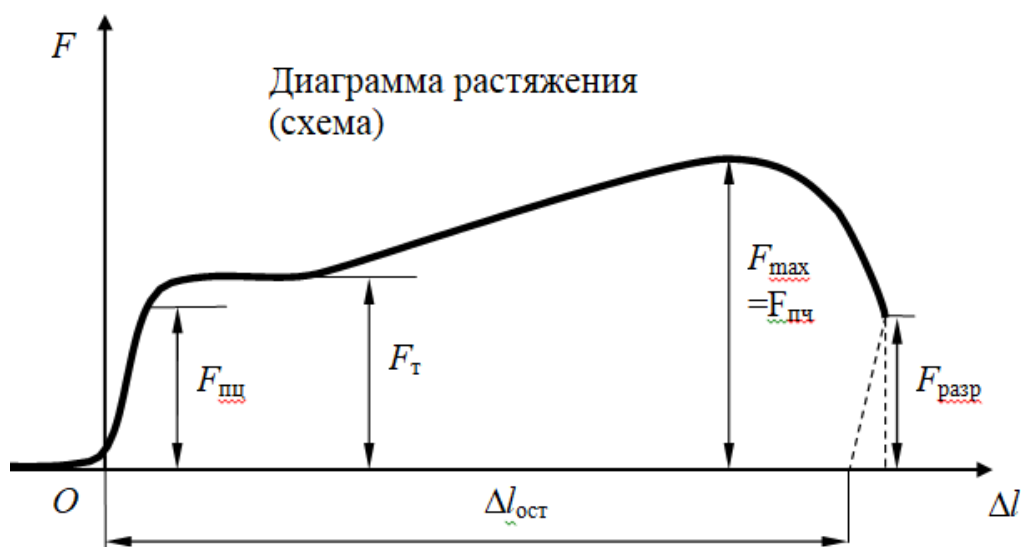
$l_1 = \dots\dots\dots\text{мм},$

$d_{III} = \dots\dots\dots\text{мм},$

$A_{III} = \dots\dots\dots\text{мм}^2$

Масштаб сил.....

Масштаб деформаций.....



Результаты испытаний

Нагрузки соответствующие:

Пределу пропорциональности $F_{пл} = \dots \text{Н}$

Пределу текучести $F_{т} = \dots \text{Н}$

Пределу прочности $F_{пч} = \dots \text{Н}$

Разрушению образца $F_{разр} = \dots \text{Н}$

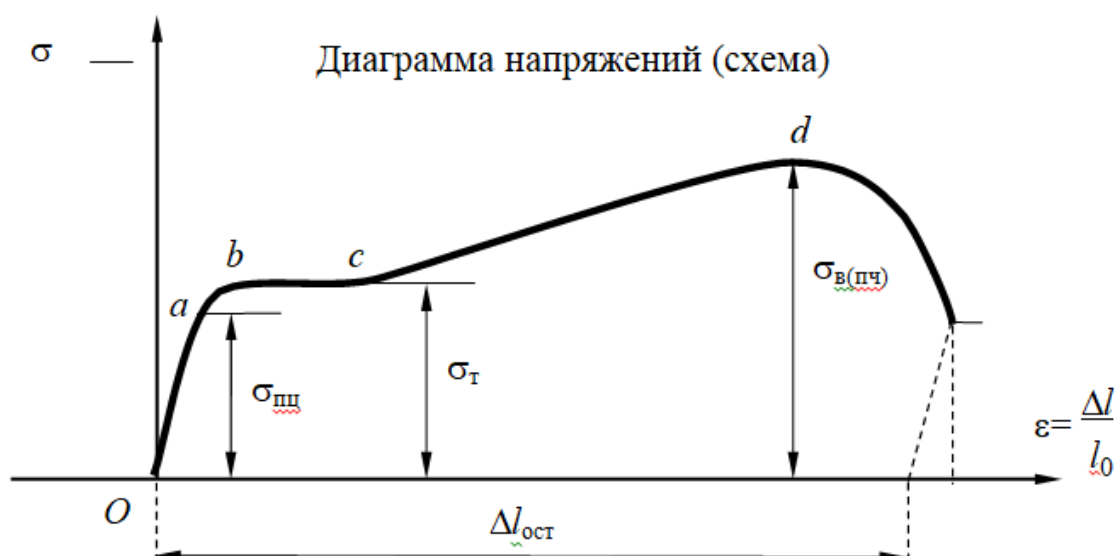
Механические характеристики

Предел пропорциональности $\sigma_{пл} = \frac{F_{пл}}{A_0} = \dots \text{МПа}$

Предел текучести $\sigma_{т} = \frac{F_{т}}{A_0} = \dots \text{МПа}$

Предел прочности $\sigma_{в(пч)} = \frac{F_{пч}}{A_0} = \dots \text{МПа}$

Истинное напряжение $\sigma_{и} = \frac{F_p}{A_{и}} = \dots \text{МПа}$



Показатели пластичности

Относительное удлинение:

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\% = \dots = \%$$

Относительное остаточное поперечное сужение:

$$\psi = \frac{A_0 - A_k}{A_0} \cdot 100\% = \dots = \%$$

Выводы по работе.....

.....

Отчет принял

.....

5.2 Испытание материалов на сжатие

Цель работы: Изучение поведения пластичных и хрупких материалов, испытание дерева при сжатии и определение их прочностных характеристик.

Образцы для испытаний. Испытаниям подвергаются образцы из дюралюминия или мягкой стали (пластичный материал) и чугуна (хрупкий материал), дерева. Металлические образцы изготавливаются в виде круглых цилиндров, деревянные – в форме кубиков (рисунок 5.5).

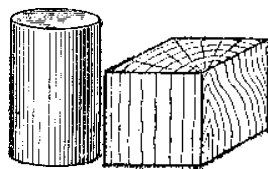


Рисунок 5.5 - Образцы для испытания на сжатие

Испытательная машина. Испытания проводятся на стенде.

Содержание работы. Различные материалы имеют различные механические характеристики, в соответствии с которыми они разделяются на пластичные и хрупкие.

Пластичные материалы при нагружении способны образовывать большие остаточные (пластические) деформации. К пластичным материалам, например, относятся медь, алюминий, латунь, малоуглеродистая сталь. Мерой пластичности является относительное остаточное удлинение при разрыве δ . Чем больше δ , тем более пластичным считается материал.

Хрупкие материалы разрушаются без образования заметных остаточных деформаций. К хрупким материалам относятся чугун, высокоуглеродистая инструментальная сталь, стекло, кирпич, строительные камни. Для таких материалов величина удлинения δ при разрыве не превышает 2...5%, а в ряде случаев измеряется долями процента.

При испытании пластичных материалов на сжатие получается график зависимости между сжимающей силой и длиной образца – диаграмма сжатия.

На рисунке 5.6 представлена диаграмма сжатия и растяжения пластичной стали для величин σ , ϵ . Начальный участок OA этих графиков – прямая линия. Точке A соответствует предел пропорциональности материала σ_{II} , который незначительно отличается от предела текучести. Как видно из рисунка 5.6, пределы пропорциональности и текучести при растяжении и сжатии для пластичных материалов одинаковы. Можно заметить, что при сжатии нет ярко выраженной площадки текучести. Объясняется это тем, что при сжатии за пределом текучести растут пластические деформации,

происходит быстрое увеличение величины поперечного сечения, следовательно, и жесткости образца.

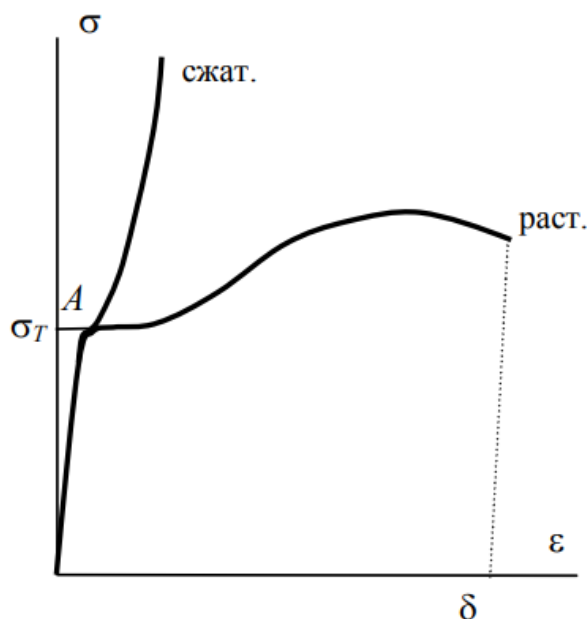


Рисунок 5.6 - Диаграммы испытаний пластичной стали

Образец принимает бочкообразную форму (за счет трения на торцах, стесняющего поперечную деформацию концов образца) и может быть сплюснен в диск (рисунок 5.7). Разрушить образец не удастся, поэтому определение предела прочности при сжатии для пластичного материала лишено смысла.

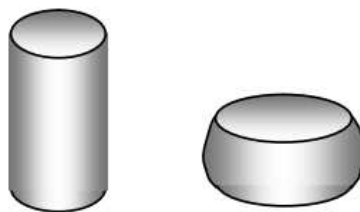


Рисунок 5.7 - Пластичный образец до и после испытания

Прочностная характеристика пластичного материала при сжатии - это *предел текучести* (предел пропорциональности):

$$\sigma_T = \frac{F_T}{A_0}$$

Диаграмма сжатия хрупкого материала представляет почти прямую, слегка выпуклую линию вплоть до разрушения. На рисунке 5.8 диаграмма сжатия приведена вместе с диаграммой растяжения.

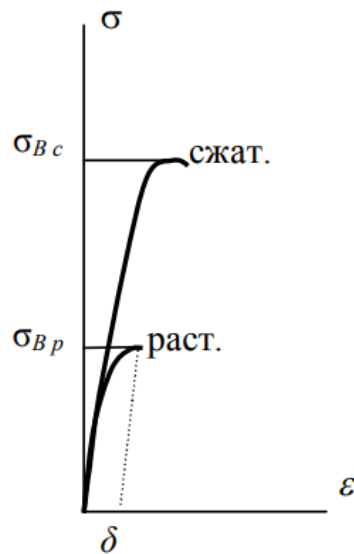


Рисунок 5.8 - Диаграммы испытаний хрупкого материала

Разрушение происходит внезапно. Чугунный образец принимает слегка бочкообразную форму, что свидетельствует о наличии небольших пластических деформаций. На поверхности образца появляются продольные и наклонные трещины, что свидетельствует о слабом сопротивлении чугуна растягивающей деформации (рисунок 5.9).

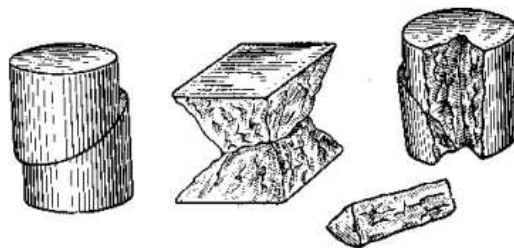


Рисунок 5.9 - Хрупкие образцы после испытания

Единственной характеристикой для хрупкого материала при сжатии, которую можно определить из опыта, является *предел прочности*:

$$\sigma_{B(ПЧ)} = \frac{F_{ПЧ}}{A_0}$$

Сопоставление предела прочности хрупких материалов при растяжении σ_{BP} с пределом прочности при сжатии σ_{BC} показывает, что для этих материалов $\sigma_{BP} < \sigma_{BC}$ (таблица 5.1).

Таблица 5.1 - Характеристики прочности и пластичности для некоторых конструкционных материалов

Материал	Предел текучести, МПа, при		Предел прочности, МПа, при		Относительное удлинение, %
	растяжении	сжатии	растяжении	сжатии	
Сталь малоуглерод	250	250	390		42
Сталь 30 незак.	330	330	530	—	28
Сталь 30 зак.	1030	900	1100	—	11
Сталь 45 незак.	370	370	620	—	24
Сталь 45 зак.	1040	970	1080	—	13
Сталь 30ХГСА зак.	1400	1400	1620	—	10
Сталь 40ХНВ зак.	1720	2100	205	—	10
Чугун серый СЧ 28	140	310	150	640	0,6
Медь отожженная	55	55	220	—	46
Медь прутковая	250	250	270	—	15
Дюралюминий	340	340	540	—	13
Текстолит	75	115	130	170	1,5
Резина	—	—	0,04	—	18
Сосна вдоль волок.	—	—	80	40	—
Кирпич	—	—	0,3-0,07	3,0-0,7	—
Бетон	—	—	8,0-1,0	17,0-8,5	—

Величина отношения

$$k = \frac{\sigma_{BP}}{\sigma_{BC}}$$

для чугуна колеблется в пределах $k=0,2...0,4$, а для керамических материалов $k = 0,1...0,2$.

Древесина является представителем анизотропных материалов, то есть обладает различными свойствами в разных направлениях. Такие свойства древесины обусловлены резко выраженной волокнистостью строения. При рассмотрении свойств древесины выделяют два главных направления: вдоль волокон и поперек волокон. В направлении вдоль волокон древесина обладает наибольшими прочностными и упругими свойствами, а в направлении поперек волокон – наименьшими. Анизотропию древесины учитывают при применении дерева в сооружениях. Дерево следует располагать так, чтобы сжимающие (растягивающие) усилия действовали по направлению наибольшего сопротивления, то есть вдоль волокон.

Для испытания применяют деревянные кубики со стороной $h=3$ см (рисунок 5.10, б, в). При сжатии дерева вдоль волокон до разрушения образец претерпевает сравнительно небольшие остаточные деформации (рисунок 5.10, а, кривая 1).

Разрушение образца обычно происходит за счет образования поперечных складок, обмятия торцов и образования продольных трещин (рисунок 5.10, г)

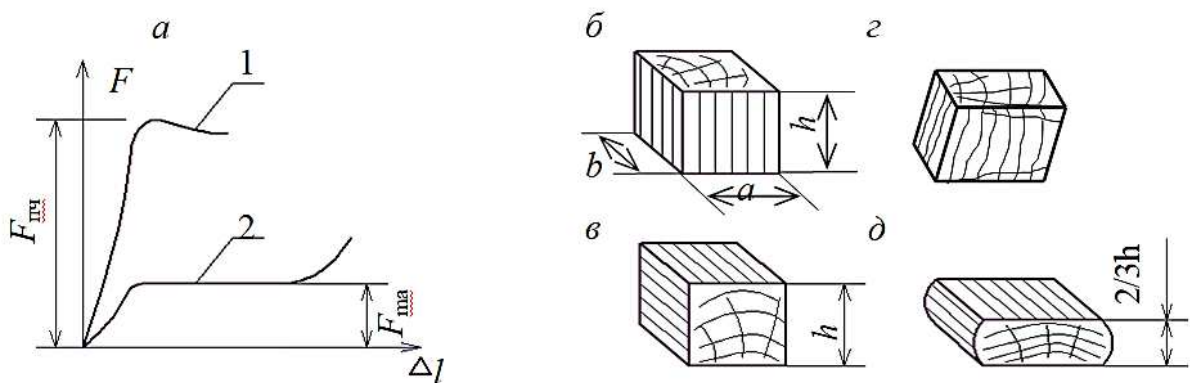


Рисунок 5.10 - Диаграмма и образцы древесины

По результатам испытания определяется *предел прочности*:

$$\sigma_{B(ПЧ)} = \frac{F_{ПЧ}}{A_0}$$

Работа древесины на сжатие поперек волокон отличается вязкостью, то есть происходит с сильным развитием деформаций. Типичная диаграмма для этого случая показана на рисунке 3, а (кривая 2). Разрушение кубика, как правило, не наблюдается; он лишь спрессовывается (рисунок 5.10, д). В связи с этим условно считают, что разрушающая нагрузка – это та, при которой кубик сжимается на 1/3 своей первоначальной высоты.

Предел прочности (условный) вычисляется по формуле:

$$\sigma_{B(ПЧ)} = \frac{F_{\max}}{A_0}$$

где $F_{\max}$ – нагрузка, при которой кубик сжался на 1/3 своей первоначальной высоты.

Для испытания используют гидравлический пресс, оснащенный закрытым щитком, предохраняющим от возможных осколков разрушающегося образца.

Порядок проведения работы

1. Замерить испытуемый образец штангенциркулем.
2. Установить образец на опорный цилиндр по центру прессы.
3. Произвести нагружение образца.
4. Зафиксировать на силоизмерительной шкале нагрузку, которую выдержал образец.
5. Снять образец и изобразить вид разрушенного образца.
6. Оформить отчет по прилагаемой форме.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Отчет

Испытание материалов на сжатие

Цель работы:.....
.....

Испытательная машина.....

Измерительные приборы.....

Для чугуна и стали

Схема образца до опыта	Размеры	Вид образца после опыта
	диаметр $d = \dots\dots\dots$ мм высота $h = \dots\dots\dots$ мм Площадь сечения $A_0 = \dots\dots\dots$ м ²	

Разрушающая нагрузка $F_{пч} = \dots$ Н

Предел прочности $\sigma_{B(ПЧ)} = \frac{F_{ПЧ}}{A_0} = \dots$ МПа

Для дерева

Вдоль волокон

Схема образца до опыта	Размеры	Вид образца после опыта
	Стороны образца $a = \dots\dots\dots$ мм $b = \dots\dots\dots$ мм высота $h = \dots\dots\dots$ мм Площадь сечения $A_0 = \dots\dots\dots$ м ²	

Разрушающая нагрузка $F_{пч} = \dots$ Н

Предел прочности $\sigma_{B(ПЧ)} = \frac{F_{ПЧ}}{A_0} = \dots$ МПа

Поперек волокон

Схема образца до опыта	Размеры	Вид образца после опыта
	Стороны образца $a = \dots\dots\dots$ мм $b = \dots\dots\dots$ мм высота $h = \dots\dots\dots$ мм Площадь сечения $A_0 = \dots\dots\dots$ м ²	

Разрушающая нагрузка $F_{пч} = \dots$ Н

Предел прочности $\sigma_{B(пч)} = \frac{F_{пч}}{A_0} = \dots$ МПа

Выводы по работе.....

.....

Отчет принял

.....

Список литературы

1. Кирсанова Э.Г. Сопротивление материалов [Электронный ресурс]: учебное пособие / Э.Г. Кирсанова. – Электрон. текстовые данные. – Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2012. – 110 с.
2. Лабораторный практикум по курсу «Сопротивление материалов»: Учебное электронное текстовое издание Подготовлено кафедрой «Строительная механика» / Научный редактор: проф., д. т. н. А.А. Поляков // Издательство УГТУ–УПИ, 2008 – 148с.
3. Лабораторные работы по курсу сопротивления материалов: Метод. указания / Казан. нац. исслед-кий технол. ун-т; Сост.: А.Х.Валиуллин, М.Н.Серазутдинов, С.Г.Сидорин, Ф.С.Хайруллин. Казань, 2011, 64 с.
4. Молотников В.Я. Курс сопротивления материалов: учебное пособие. – 2-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2016. – 384 с.
5. Расчеты на прочность элементов конструкций сельскохозяйственных машин: учебное пособие/ составители Кокошин С.Н., Чуба А.Ю. - Тюмень: Вектор Бук, 2022. – 127с.
6. Степин П.А. Сопротивление материалов: Учебник./П.А. Степин, – СПб.: Издательство «Лань», 2012. – 320 с.: ил.
7. Тимошенко С.П. История науки о сопротивлении материалов/ С.П. Тимошенко, – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1957. – 536 с.: ил.
8. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: Учебник для вузов./ В.И. Феодосьев, - М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 592 с.
9. Якимов А.И. Сопротивление материалов / А.И. Якимов, – Тюмень: Вектор Бук, 2008. – 96 с.: ил.

Приложения

Приложение А1

Таблица 1 – Модуль упругости (E) и коэффициент Пуассона (ν) для некоторых материалов

Материал	$E \cdot 10^{-5}$, МПа	ν
Чугун серый, белый	1,13–1,57	0,23–0,27
Ковкий чугун	1,52	–
Углеродистые стали	1,96–2,06	0,24–0,28
Легированные стали	2,06–2,16	0,25–0,30
Вольфрам	4,12	0,26
Медь прокатная	1,08	0,31–0,34
Бронза марганцовистая катаная	1,08	0,35
Латунь холоднотянутая	0,89–0,97	0,32–0,42
Дюралюминий катаный	0,7	–
Лед	0,1	–
Стекло	0,55	0,25
Гранит	0,48	–
Мрамор	0,55	–
Кладка из кирпича	0,026–0,029	–
Бетон при прочности 20 МПа	0,178–0,228	0,16–0,18
Дерево вдоль волокон	0,1–0,12	–
Дерево поперек волокон	0,005–0,01	–
Каучук	0,00008	0,47
Текстолит	0,06–0,1	–

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

Учебно-методическое пособие

Составители:
Кокошин С.Н., Чуба А.Ю.

Для внутреннего пользования