

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Романчук Иван Сергеевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 25.04.2025 14:24:09  
Уникальный программный ключ:  
6319edc2b582ffdacea443f01d5779368d0957ac34f5cd074d81181530452479

Приложение к рабочей  
программе дисциплины

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

|                                             |                                                 |
|---------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Наименование дисциплины                     | <i>Математическая статистика</i>                |
| Направление подготовки /<br>Специальность   | <i>38.03.01 Экономика</i>                       |
| Направленность (профиль) /<br>Специализация | <i>Финансы и инвестиции</i><br><br><i>ОП ВО</i> |
| Форма обучения                              | <i>очная</i>                                    |

*Разработчик Мерзлякова А.Ю.,  
профессор научно-учебной лаборатории исследований рынка труда*

1. Темы дисциплины для самостоятельного освоения обучающимися  
Отсутствуют.

2. План самостоятельной работы:

| №<br>п/<br>п | Учебные встречи                                                                             | Виды<br>самостоятельной<br>работы           | Форма отчетности /<br>контроля      | Количе<br>ство<br>баллов | Рекомен<br>дуемый<br>бюджет<br>времени<br>на<br>выполне<br>ние<br>(ак.ч.) |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| 1            | Некоторые<br>одномерные<br>распределения,<br>используемые в<br>математической<br>статистике | 1. Проработка<br>лекций                     | Опрос на<br>практическом<br>занятии | 1                        | 1                                                                         |
|              |                                                                                             | 2. Подготовка к<br>практическому<br>занятию | Решение задач                       | 1                        | 2                                                                         |
| 2            | Основные понятия<br>статистики                                                              | 1. Проработка<br>лекций                     | Опрос на<br>практическом<br>занятии | 1                        | 1                                                                         |
|              |                                                                                             | 2. Подготовка к<br>практическому<br>занятию | Решение задач                       | 1                        | 2                                                                         |
| 3            | Статистическое<br>оценивание<br>неизвестных<br>параметров<br>распределений                  | 1. Проработка<br>лекций                     | Опрос на<br>практическом<br>занятии | 1                        | 1                                                                         |
|              |                                                                                             | 2. Подготовка к<br>практическому<br>занятию | Решение задач                       | 1                        | 2                                                                         |
|              |                                                                                             | 3. Подготовка к<br>контрольной<br>работе    | Контрольная<br>работа               | -                        | 4                                                                         |
|              |                                                                                             | 4. Выполнение<br>расчетного задания         | Представление и<br>защита работы    | 15                       | 30                                                                        |
| 4            | Доверительные<br>интервалы                                                                  | 1. Проработка<br>лекций                     | Опрос на<br>практическом<br>занятии | 1                        | 1                                                                         |
|              |                                                                                             | 2. Подготовка к<br>практическому<br>занятию | Решение задач                       | 1                        | 2                                                                         |
| 5            | Статистическая<br>проверка гипотез                                                          | 1. Проработка<br>лекций                     | Опрос на<br>практическом<br>занятии | 1                        | 1                                                                         |
|              |                                                                                             | 2. Подготовка к<br>практическому<br>занятию | Решение задач                       | 1                        | 2                                                                         |
| 6            | Непараметрически<br>е критерии                                                              | 1. Проработка<br>лекций                     | Опрос на<br>практическом<br>занятии | 1                        | 1                                                                         |
|              |                                                                                             | 2. Подготовка к<br>практическому            | Решение задач                       | 1                        | 2                                                                         |

|   |                                         |                                                        |                               |    |     |
|---|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------|-------------------------------|----|-----|
|   |                                         | занятию                                                |                               |    |     |
| 7 | Дисперсионный анализ                    | 1. Проработка лекций                                   | Опрос на практическом занятии | 1  | 1   |
|   |                                         | 2. Подготовка к практическому занятию                  | Решение задач                 | 1  | 2   |
|   |                                         | 3. Подготовка к контрольной работе                     | Контрольная работа            | -  | 4   |
|   |                                         | 4. Выполнение расчетного задания                       | Представление и защита работы | 15 | 30  |
| 8 | Введение в Байесовские методы           | 1. Проработка лекций                                   | Опрос на практическом занятии | 1  | 1   |
|   |                                         | 2. Подготовка к практическому занятию                  | Решение задач                 | 1  | 1   |
| 9 | Подготовка к дифференцированному зачету | Изучение материалов по дисциплине по вопросам к зачету | Контрольная работа            | -  | 23  |
|   | Итого                                   |                                                        |                               | 46 | 114 |

3. Требования и рекомендации по выполнению самостоятельных работ обучающихся, критерии оценивания

#### Вид Выполнение расчетного задания

Краткая характеристика - задания носят разноплановый характер, нацелены на приобретение студентами навыков применения инструментальных средств для обработки данных и построения эконометрических моделей; анализа и интерпретации полученных результатов.

Рекомендации по выполнению: решение расчетных заданий рекомендует оформлять в рукописном варианте с приведением формул, всех необходимых расчетов, а также каждый расчет должен сопровождаться обоснованным статистическим выводом.

Пример первой расчетной работы:

Задача 1

Имеется случайная выборка  $X_1, \dots, X_n$  из закона распределения, заданного функцией плотности:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta^3}, & 0 \leq x \leq \theta, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad \theta > 0.$$

а) Найдите  $P(1 < X_1 < 3)$ , если параметр  $\theta=4$ .

б) Проверьте на несмещённость оценку  $\hat{\theta} = \frac{3X_1 + X_2 + X_3}{10}$  для параметра  $\theta$ .

в) Постройте оценку параметра  $\theta$  методом моментов.

Задача 2

Имеется случайная выборка  $X_1, \dots, X_n$  из закона распределения, заданного функцией

плотности:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^3}{\theta^4}, & 0 \leq x \leq \theta, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad \theta > 0.$$

а) Найдите  $P(1 < X_1 < 2)$ , если параметр  $\theta=3$ .

б) Проверьте на несмещённость оценку  $\hat{\theta} = \frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{4}$  для параметра  $\theta$ .

в) Постройте оценку параметра  $\theta$  методом моментов

Задача 3

Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  случайная выборка из распределения Рэлея с плотностью распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{x}{\theta} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\theta}}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad \theta > 0.$$

Найдите при помощи метода моментов оценку неизвестного параметра  $\theta$  по первому начальному моменту

Задача 4

Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  случайная выборка из распределения с функцией распределения  $F(x; \theta) = 1 - e^{-\frac{x^2}{\theta}}$ ,  $x \geq 0$ ,  $\theta > 0$ . При помощи метода максимального правдоподобия найдите оценку неизвестного параметра  $\theta$

Задача 5

Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(5, p)$ , где  $p \in (0; 1)$ .

а) найдите информацию Фишера ( $I_n(p)$ ).

б) подберите константу  $c$  так, чтобы оценка  $\hat{p} = c \cdot \bar{X}$  оказалась несмещенной.

в) является ли оценка  $\hat{p}$  из предыдущего пункта эффективной и состоятельной.

Задача 6

Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(15, p)$ , где  $p \in (0; 1)$ .

а) найдите информацию Фишера ( $I_n(p)$ ).

б) подберите константу  $c$  так, чтобы оценка  $\hat{p} = c \cdot \bar{X}$  оказалась несмещенной.

в) является ли оценка  $\hat{p}$  из предыдущего пункта эффективной и состоятельной.

Задача 7

Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(25, p)$ , где  $p \in (0; 1)$ .

а) найдите информацию Фишера ( $I_n(p)$ ).

б) подберите константу  $c$  так, чтобы оценка  $\hat{p} = c \cdot \bar{X}$  оказалась несмещенной.

в) является ли оценка  $\hat{p}$  из предыдущего пункта эффективной и состоятельной.

#### Задача 8

Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  случайная выборка из биномиального распределения  $Bi(20, p)$ , где  $p \in (0; 1)$ .

а) найдите информацию Фишера ( $I_n(p)$ ).

б) подберите константу  $c$  так, чтобы оценка  $\hat{p} = c \cdot \bar{X}$  оказалась несмещенной.

в) является ли оценка  $\hat{p}$  из предыдущего пункта эффективной и состоятельной.

Пример второй расчетной работы:

#### Задача 1

В течение месяца студентки участвовали в программе, предложенной фитнес-центром. В таблице приведены значения веса 12 участниц до и после программы. Найдите 95%-ный доверительный интервал для изменения веса в результате программы (укажите, какие предположения вы использовали при этом).

|       | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| До    | 70.0 | 61.5 | 55.1 | 82.2 | 49.0 | 55.8 | 64.2 | 78.2 | 65.1 | 61.1 | 57.1 | 59.3 |
| После | 72.0 | 61.0 | 56.5 | 80.0 | 49.3 | 55.0 | 67.9 | 78.1 | 65.7 | 61.3 | 58.0 | 59.2 |

#### Задача 2

Пусть  $p_1$  и  $p_2$  – доли сторонников запрета на курение в ресторанах среди мужчин и женщин. Для оценки разности  $p_1 - p_2$  произведены две выборки мужчин и женщин размера  $n$  и каждая и получены выборочные пропорции  $p_1$  и  $p_2$ . Определите размер выборки  $n$ , необходимый для того, чтобы интервал  $p_1 - p_2 \pm 0.05$  покрывал  $p_1 - p_2$  с вероятностью не меньшей 80%.

#### Задача 3

Предположим,  $X$  – оценка студента по курсу теории вероятностей – имеет нормальное распределение  $N(\mu_{тв}, \sigma^2)$ , а  $Y$  – оценка студента по курсу математической статистики – имеет нормальное распределение  $N(\mu_{мс}, \sigma^2)$ . Ниже представлены случайные выборки размеров 5 и 8.

$$x_1 = 64, x_2 = 49, x_3 = 53, x_4 = 46, x_5 = 57,$$

$$y_1 = 62, y_2 = 47, y_3 = 49, y_4 = 66, y_5 = 54, y_6 = 50, y_7 = 55, y_8 = 52$$

Найдите 90%-ный доверительный интервал для  $\mu_{тв} - \mu_{мс}$ .

#### Задача 4

В опросе Newsweek был задан вопрос: «Предпочли бы вы жить в районе с преимущественно белым, преимущественно афроамериканским или смешанным населением?» Пусть  $p_1$ ,  $p_2$  пропорции белых и афроамериканских респондентов, предпочитающих районы со смешанным населением. 207 из 305 афроамериканских респондентов и 291 из 632 белых предпочли район со смешанным населением. Найдите 90%-ный доверительный интервал для  $p_1 - p_2$ .

#### Задача 5

Психологи утверждают, что смена области деятельности стимулирует интеллект. В качестве эксперимента руководство компании обязало 10 менеджеров пройти интенсивный

полугодовой курс китайской философии с обязательным экзаменом. Менеджер, не сумевший сдать экзамен, увольнялся из компании. Все сдали экзамен. Их зарплаты до эксперимента и через год после него представлены в таблице. Найдите 95%-ный доверительный интервал для среднего изменения зарплаты участника эксперимента. (Укажите, какие предположения вы использовали при этом.)

|       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| До    | 70.0 | 81.5 | 55.1 | 82.2 | 49.0 | 55.8 | 64.2 | 78.2 | 65.1 | 61.1 |
| После | 72.0 | 61.0 | 66.5 | 90.0 | 69.3 | 75.0 | 67.9 | 78.1 | 85.7 | 71.3 |

#### Задача 6

Перед приемной кампанией 2006 г. В РЭШ было принято решение о существенном снижении требований к абитуриентам на вступительном экзамене по математике. Распределение оценок, полученных абитуриентами на экзаменах в 2005 и 2006 гг., в случайных выборках размера 50 приведено в таблице. Найдите 95%-ный доверительный интервал для среднего изменения оценок абитуриентов в результате принятого решения. (Укажите какие предположения вы использовали при этом.)

|        |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|--------|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Оценка | 100 | 95 | 90 | 85 | 80 | 75 | 70 | 65 | 60 | 55 |
| 2005г  | 2   | 1  | 0  | 0  | 10 | 5  | 10 | 7  | 6  | 9  |
| 2006г  | 0   | 0  | 5  | 5  | 8  | 7  | 8  | 4  | 8  | 5  |

#### Задача 7

Имеется 80 наблюдений пуассоновской случайной величины  $X$ . Их среднее значение равно  $\bar{X} = 1.7$ . Тестируйте на 5%-ном уровне значимости гипотезу  $H_0: \lambda = 2$  против альтернативной гипотезы  $H_1: \lambda \neq 2$  при помощи теста отношения правдоподобия.

#### Задача 8

Имеется 80 наблюдений бернуллиевской случайной величины  $X$  с параметром  $p$ . Их выборочное среднее значение равно  $\bar{X} = 0.3$ . Тестируйте на 5%-ном уровне значимости гипотезу  $H_0: p = 0.5$  против альтернативной гипотезы  $H_1: p < 0.5$  при помощи теста отношения правдоподобия.

#### Задача 9

Игральный тетраэдр бросили 100 раз. Числа 1, 2, 3, 4 выпали 50, 30, 10 и 10 раз соответственно. Проверьте, верно ли, что единица выпадает вдвое чаще, чем двойка, с помощью:

- А) критерия отношения правдоподобия
- Б) критерия согласия Пирсона

#### Задача 10

В таблице приведены данные по составу студентов математического и биологического факультетов университета. Тестируйте гипотезу о равном отношении юношей и девушек к математике двумя способами и рассчитайте

Соответствующие  $p$ -значения при помощи:

- (а) критерия согласия Пирсона;
- (б) теста равенства двух пропорций, например, равенства долей юношей-математиков и юношей-биологов.

|            |       |         |
|------------|-------|---------|
|            | Юноши | Девушки |
| Математика | 101   | 85      |
| Биология   | 94    | 120     |

## **Вид: Подготовка к практическим занятиям**

Краткая характеристика – в ходе подготовки к практическим занятиям рекомендуется решить задачи, задаваемые для самостоятельной работы, на основе примеров, разбираемых на практических занятиях.

Рекомендации для подготовки: разбор практических примеров, продемонстрированных на лекциях и решенных на практических занятиях.

## **Вид: Проработка лекций**

Краткая характеристика – в ходе подготовки к практическим занятиям рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях, а также, при необходимости использовать информационные ресурсы, рекомендованные рабочей программой дисциплины

Рекомендации для подготовки:

- Изучение лекционного материала по теме
- Изучение рекомендованной основной и дополнительной литературы
- Ответы на дополнительные теоретические вопросы для практических занятий

Тема 1. Некоторые одномерные распределения, используемые в математической статистике

1. Основные свойства Хи-квадрат распределения,
2. Основные свойства распределения Стюдента и Фишера. Их.
3. Работа с таблицами распределений.

Тема 2. Основные понятия статистики

1. Репрезентативность выборки. Эмпирическая функция распределения.
2. Полигон частот и гистограмма.
3. Выборочные моменты и квантили.
4. Выборочный коэффициент корреляции.
5. Асимптотическое поведение выборочных моментов.
6. Стратифицированная случайная выборка.
7. Стратифицированное выборочное среднее.
8. Дисперсия выборочного среднего при оптимальном и при пропорциональном размещении.

Тема 3. Статистическое оценивание неизвестных параметров распределений

1. Точечные оценки.
2. Свойства оценок: несмещенность, состоятельность, эффективность.
3. Метод моментов и метод наибольшего правдоподобия.
4. Оценка параметров биномиального, нормального и равномерного распределений.
5. Информация Фишера. Неравенство Рао-Крамера-Фреше.

Тема 4 Доверительные интервалы

1. Понятие о доверительных интервалах и принципах их построения.
2. Доверительные интервалы для среднего при известной и неизвестной дисперсии.
3. Доверительные интервалы для пропорции.
4. Доверительные интервалы для дисперсии.
5. Доверительные интервалы для разности двух средних
6. Асимптотические доверительные интервалы для параметров функции правдоподобия.
7. Дельта-метод.

Тема 5. Статистическая проверка гипотез

1. Проверка гипотез. Простые и сложные гипотезы.

2. Критерий выбора между основной и альтернативной гипотезами.
3. Уровень значимости. Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия. Наиболее мощный критерий.
4. Проверка гипотез и доверительное оценивание.
5. Параметрические гипотезы.
6. Проверка гипотез о математическом ожидании, пропорции и дисперсии.
7. Проверка гипотез о разности двух средних, разности двух пропорций.
8. Проверка гипотез о равенстве двух дисперсий нормальных распределений.
9. Критерий отношения правдоподобия.
10. Критерии согласия: Критерий Пирсона хи-квадрат.
11. Критерий согласия Колмогорова.
12. Проверка гипотезы о независимости признаков.
13. Проверка гипотезы об однородности данных.

#### Тема 6. Непараметрические критерии

1. Непараметрические критерии.
2. Критерий знаков.
3. Критерии Вилкоксона, Манна-Уитни.
4. Коэффициент корреляции Спирмена.

#### Тема 7. Дисперсионный анализ

1. Однофакторный дисперсионный анализ
2. Многофакторный дисперсионный анализ

#### Тема 8. Введение в Байесовские методы

1. Байесовский подход к оцениванию параметров и прогнозированию.
2. Априорное и апостериорное распределение.
3. Сопряжённые распределения.
4. Байесовские интервалы.
5. Монте Карло по схеме марковской цепи.
6. Алгоритм Гиббса.
7. Алгоритм Метрополиса-Гастингса.
8. Байесовские аналоги классических тестов.

### **Вид Подготовка к контрольной работе**

Краткая характеристика - задания направлены на проверку знаний, умений и навыков расчета показателей, построения эконометрических моделей, анализа и интерпретации полученных результатов, применения инструментальных средств для обработки данных позволяют оценить компетенции, формируемые в результате изучения дисциплины.

Рекомендации для подготовки:

- изучение лекционного материала по пройденным темам;
- разбор задач, изученных на лекционных и практических занятиях;
- решение дополнительных задач по пройденным темам.

Пример контрольной работы 1:

*Минимум (40 баллов)*

Задача 1. (10 баллов) С помощью нормальных случайных величин дайте определение случайной величины, имеющей хи-квадрат распределение. Для хи-квадрат распределённой случайной величины укажите диапазон возможных значений, математическое ожидание и дисперсию. Нарисуйте функцию плотности при разных степенях свободы.

Задача 2. (12 баллов). Дана реализация случайной выборки независимых одинаково

распределенных случайных величин: 11, 4, 6, -2, 0. Выпишите определения и найдите значения следующих характеристик:

- а) (2 балла) вариационного ряда,
- б) (2 балла) выборочного среднего,
- в) (2 балла) выборочной дисперсии,
- г) (2 балла) несмещенной оценки дисперсии,
- д) (2 балла) выборочного второго начального момента.
- е) (2 балла) Постройте выборочную функцию распределения.

Задача 3. (8 баллов) Ресторанный критик ходит по трём типам ресторанов (дешевых, бюджетных и дорогих) города N для того, чтобы оценить среднюю стоимость бизнес-ланча. В городе 40% дешевых ресторанов, 50% — бюджетных и 10% — дорогих. Стандартное отклонение цены бизнес-ланча составляет 10, 30 и 60 рублей соответственно. В ресторане критик заказывает только кофе. Стоимость кофе в дешевых/бюджетных/дорогих ресторанах составляет 150, 300 и 600 рублей соответственно, а бюджет исследования — 30 000 рублей.

- а) (5 балла) Какое количество ресторанов каждого типа нужно посетить критику, чтобы как можно точнее оценить среднюю стоимость бизнес-ланча при заданном бюджетном ограничении (округлите полученные значения до ближайших целых)?
- б) (3 балла) Вычислите дисперсию соответствующего стратифицированного среднего.

Задача 4. (10 баллов) Рост и размер обуви  $(X, Y)$  взрослого мужчины хорошо описывается двумерным нормальным распределением с математическим ожиданием  $(178, 42)$  и ковариационной матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 49 & 5,6 \\ 5,6 & 1 \end{pmatrix}$$

- а) (3 балла) Какой процент мужчин обладает ростом выше 185 см?
- б) (3 балла) Являются ли рост и размер обуви случайно выбранного мужчины независимыми? Обоснуйте ответ.
- в) (4 балла) Среди мужчин с ростом 185 см, каков процент тех, кто имеет размер обуви, меньший сорок второго  $P(Y < 42 | X = 185)$

*Основная часть (60 баллов)*

Задача 5. (15 баллов) Случайная выборка  $X_1, \dots, X_n$  взята из распределения с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^3}{\theta^4}, & \text{при } x \in [0, \theta], \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- а) (5 баллов) С помощью метода максимального правдоподобия найдите оценку неизвестного параметра.
- б) (5 баллов) Проверьте, является ли полученная оценка несмещённой? Асимптотически несмещённой?
- в) (5 баллов) Проверьте, является ли полученная оценка состоятельной?

Задача 6. (35 баллов) Вася тратит на обед время  $X$ , которое хорошо описывается равномерным распределением на отрезке  $[\theta, 2\theta]$ .

- а) (5 балла) Методом моментов, используя первый момент, найдите оценку  $\theta$ .
- б) (5 балла) Проверьте, будет ли эта оценка несмещённой?
- в) (10 балла) Проверьте, будет ли эта оценка эффективной и состоятельной?
- г) (15 баллов) Маша утверждает, что оценка  $\hat{\theta}_2 = \min\{X_1, \dots, X_n\}$  эффективнее, чем оценка

метода моментов, найденная с помощью первого момента. Проверьте утверждение Маши для оценок, построенных по выборке из двух наблюдений.

Пример контрольной работы 2:

*Теоретический минимум*

*Вопрос 1* (10 баллов). Есть две независимые случайные выборки: выборка  $X = (X_1, X_2, \dots, X_{n_x})$  размера  $n_x$  из нормального распределения  $N(\mu_x, \sigma_x^2)$  и выборка  $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_y})$  размера  $n_y$  из нормального распределения  $N(\mu_y, \sigma_y^2)$ , укажите формулу для статистики, проверяющей гипотезу о разнице математических ожиданий при известных дисперсиях, и её распределение при справедливости основной гипотезы  $H_0: \mu_x - \mu_y = \Delta_0$ .

*Задачный минимум:*

*Задача 1* (10 баллов). Длина хвоста взрослого бобра хорошо описывается нормальным распределением с математическим ожиданием  $\mu$  и дисперсией  $\sigma^2$ . Вася поймал четырех бобров и произвел замеры их хвостов. Результаты (в сантиметрах) оказались следующими: 32, 26, 28, 24. Помогите Васе построить 95%-й доверительный интервал для длины хвоста взрослого бобра.

*Задача 2* (15 баллов). Длина хвоста взрослого бобра на запрудах «X» и «Y» хорошо описываются нормальными распределениями с параметрами  $(\mu_x, \sigma_x^2)$  и  $(\mu_y, \sigma_y^2)$  соответственно. Вася поймал четырех бобров на запруде «X» и три бобра на запруде «Y» и произвел замеры их хвостов. Результаты (в сантиметрах) оказались следующими: 32, 26, 28, 24 — для запруды «X» и 26, 24, 28 — для запруды «Y». На уровне значимости 5% помогите Васе проверить гипотезу  $H_0: \sigma_x^2 = \sigma_y^2$  против гипотезы  $H_1: \sigma_x^2 > \sigma_y^2$ .

*Задача 3* (15 баллов)

В психологическом эксперименте 140 студентов были разделены на две группы по выбранным ими специальностям, подчеркивающим способности левого полушария мозга LH (философия, физика, математика и т. п.) или правого полушария мозга RH (музыка, театр, танец и т. п.). Студенты также были разделены на три группы в соответствии с доминированием руки (правша, RN; переученный левша, LI; левша, LN).

|    | LH | RH |
|----|----|----|
| RN | 89 | 29 |
| LI | 5  | 4  |
| LN | 5  | 8  |

Можно ли на основании этих данных отвергнуть гипотезу о независимости выбора специальности от доминирования руки? Используйте 5%-ный уровень значимости.

*Основная часть:*

*Задача 4* (20 баллов). На уроке по литературе Вася подсаживается за парту или к Маше, или к Свете или к Вовочке. Учительница литературы Мария Ивановна любит проводить внезапные сочинения на внезапные темы. Вася пишет такие сочинения либо на двойку, либо на тройку. Других результатов у Васи не бывает.

Имеются следующие данные о 100 сочинениях, написанных Васей:

|                     | сидел с Машей | сидел со Светой | сидел с Вовочкой |
|---------------------|---------------|-----------------|------------------|
| за сочинение двойка | 10            | 15              | 25               |
| за сочинение тройка | 25            | 15              | 10               |

На уровне значимости 1% протестируйте гипотезу о том, что Васина оценка за сочинение не зависит от того, с кем сидит Вася.

*Задача 5 (30 баллов).* Студенты Вася и Маша независимо друг от друга каждый учебный день пытаются вовремя добраться до университета. Вася и Маша опаздывают с вероятностями  $p$  и  $q$  соответственно. За 100 дней Вася опоздал 30 раз, а Маша — 20 раз.

- а) Постройте 90%-й асимптотический доверительный интервал для разницы вероятности опоздания Васи и Маши.
- б) На уровне значимости 0.1 проверьте гипотезу о том, что Вася и Маша опаздывают с равной вероятностью.

#### 4. Рекомендации по самоподготовке к промежуточной аттестации по дисциплине Вопросы для самопроверки к дифференцированному зачету

1. Математическая постановка задач статистики.
2. Два определения выборки. Эмпирическое распределение.
3. Выборочные характеристики как оценки генеральных.
4. Лемма Фишера.
5. Требования, предъявляемые к оценкам параметров.
6. Метод моментов. Свойства оценок метода моментов.
7. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок.
8. Достаточные статистики и их применения.
9. Доверительные интервалы.
10. Асимптотические доверительные интервалы.
11. Модель линейной регрессии. Оценка метода наименьших квадратов.
12. Теорема Гаусса-Маркова.
13. Доверительное оценивание параметров линейной регрессии.
14. Проверка гипотез о параметрах линейной регрессии.
15. Основные понятия задачи проверки гипотез.
16. Проверка параметрических гипотез в гауссовских моделях.
17. Критерии согласия, свободные от распределения.
18. Критерии однородности, свободные от распределения.
19. Критерий согласия хи-квадрат для простых гипотез.
20. Критерий согласия хи-квадрат для сложных гипотез
21. Критерий хи-квадрат для гипотез однородности и независимости.
22. Лемма Неймана-Пирсона.
23. Ранги и порядковые статистики.
24. Локально наиболее мощные ранговые критерии.
25. Предельные распределения статистик ранговых критериев.
26. Моделирование вероятностных распределений.
27. Марковские методы Монте-Карло.
28. ЕМ-алгоритм.