

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Романчук Иван Сергеевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 18.02.2025 13:42:47
Уникальный программный ключ:
6319edc2b582ffdacea443f01d5779368d0957ac34f5cd074d81181530452479

Приложение к
рабочей программе
дисциплины

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Наименование дисциплины	Теория функций комплексного переменного
Направление подготовки / Специальность	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) /Специализация	Вещественный, комплексный и функциональный анализ
Форма обучения	очная
Разработчик	Курасов Д.А., заведующий кафедрой фундаментальной математики и механики

1. Темы дисциплины для самостоятельного освоения обучающимися
Отсутствуют.

2. План самостоятельной работы

№ п/п	Учебные встречи	Виды самостоятельной работы	Форма отчетности / контроля	Количество баллов	Рекомендуемый бюджет времени на выполнение (ак.ч.)
1	2	3	4	5	6
1	Элементы теории вычетов	Изучение лекционного материала, решение задач по теме лекции	Решение задач по теме лекции	0	4
2	Логарифмический вычет. Принцип аргумента	Изучение лекционного материала, решение задач по теме лекции	Решение задач по теме лекции	0	6
3	Вычисление интегралов с помощью вычетов	Изучение лекционного материала, решение задач по теме лекции	Решение задач по теме лекции	5	6
4	Отображение посредством аналитических функций	Изучение лекционного материала, решение задач по теме лекции	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	0	6
5	Дробно-линейные отображения	Изучение лекционного материала, решение задач по теме лекции	Решение задач по теме лекции	5	6
6	Аналитическое продолжение	Изучение лекционного материала, решение задач по теме лекции	Решение задач по теме лекции	0	6
7	Теорема о монодромии	Изучение лекционного материала, решение задач по теме лекции	Решение задач по теме лекции	5	6
8	Целые и мероморфные функции	Изучение лекционного материала, решение задач по теме лекции	Решение задач по теме лекции, выполнение контрольной работы	0	6
9	Гармонические	Изучение	Решение задач по	0	6

	функции на плоскости	лекционного материала, решение задач по теме лекции	теме лекции		
10	Интегралы Пуассона и Шварца	Изучение лекционного материала, решение задач по теме лекции	Решение задач по теме лекции	0	6
11	Задача Дирихле	Изучение лекционного материала, решение задач по теме лекции	Решение задач по теме лекции	5	6
12	Понятие о теореме Римана	Изучение лекционного материала, решение задач по теме лекции	Решение задач по теме лекции	0	6
13	Подготовка к дифференцированному зачету	Повторение лекционного материала и решение задач с практических занятий	Дифференцированный зачет	0	18
18	Итого			20	88

3. Требования и рекомендации по выполнению самостоятельных работ обучающихся, критерии оценивания.

Изучение лекционного материала

Рекомендации по выполнению.

Помимо записей лекций, рекомендуется обратиться к следующим учебникам:

1. Половинкин, Е. С. Теория функций комплексного переменного : учебник / Е. С. Половинкин. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 254 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-013608-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1125614> (дата обращения: 17.05.2022). – Режим доступа: по подписке.

Решение задач по теме лекции

Задачи предназначены для самостоятельного решения студентами в течение семестра. При решении задач можно пользоваться любыми источниками, помощью одногруппников и так далее. Решенные задачи нужно показать (и объяснить решение) преподавателю, который ведет практические занятия.

Примерные задания.

1. Разложить функцию в ряд Лорана по степеням z

$$\frac{z - 4}{z^4 + z^3 - 2z^2}$$

2. Найти конечные особые точки функции и определить их тип. Найти вычеты в изолированных особых точках

$$\frac{\sin \sin z}{z(e^z - e^{z+2})}$$

Рекомендации по выполнению:

- Изучить лекционный материал;
- Внимательно разобрать примеры решения, рассмотренные на практических занятиях, и примеры, разобранные в учебниках.

Подготовка к контрольной работе

В течение семестра проводятся две аудиторные контрольные работы.

Время выполнения работы – 2 академических часа (90 минут).

Примерное задание.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа № 1

1. Разложить функцию в ряд Лорана в окрестности точки z_0 .

$$3z^2 \cos \cos \frac{1}{z-2}, \quad z_0 = 2.$$

2. Вычислить интеграл при помощи вычетов

$$\int_{|z|=3} \frac{dz}{z^4 - 4z^3 + z^2 - 4z}.$$

3. Вычислить интеграл

$$\int_{|z+i|=3} \left(\frac{4 \sin \sin \frac{\pi z}{4-2i}}{(z-2+i)^2(z-4+i)} + \frac{\pi i}{e^{\frac{\pi z}{2}} + i} \right) dz.$$

4. Вычислить интеграл

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos \cos x \, dx}{(2 \cos \cos x + 5)^2}.$$

Контрольная работа № 2

1. Найти образ кривой при отображении $w=f(z)$

$$\gamma: |z+1| = 1, \quad w = \frac{1}{z+1} - 1.$$

2. Найти образ области D при отображении линейной функцией $w=az+b$

$$D: |z| > 1, \quad -\frac{\pi}{2} < \arg z < 0; \quad w = 3iz - i - 2.$$

3. Найти образ области D при отображении $w=f(z)$

$$D: 1 < |z| < 2, \quad 0 < \arg z < \frac{\pi}{2}; \quad w = z^3 + 2i.$$

4. Рекомендации по самоподготовке к промежуточной аттестации по дисциплине

Оценка студента в рамках модульно-рейтинговой системы оценок является интегрированной оценкой выполнения студентом заданий во время практических занятий, домашних заданий, контрольных работ. Эта оценка характеризует уровень сформированности практических умений и навыков, приобретенных студентом в ходе изучения дисциплины:

61 - 75 баллов - удовлетворительно;

76 - 90 баллов - хорошо;

91 - 100 баллов - отлично.

Вопросы к дифференцированному зачёту

1. Теорема Лорана, неравенства для коэффициентов.
2. Изолированные особые точки однозначного характера, связь с разложением в ряд Лорана.
3. Теорема Коши о вычетах, вычисление вычетов.

4. Логарифмический вычет. Принцип аргумента.
5. Основная теорема алгебры многочленов.
6. Теорема Руше.
7. Применение вычетов к вычислению несобственных интегралов.
8. Необходимое условие однолиственности голоморфной функции.
9. Достаточное условие локальной однолиственности.
10. Принцип сохранения области.
11. Принцип взаимно однозначного соответствия.
12. Понятие о теореме Римана.
13. Соответствие границ при конформном отображении.
14. Аналитическое продолжение. Теорема о монодромии.
15. Принцип непрерывности.
16. Принцип симметрии Римана-Шварца.
17. Принцип Шварца.
18. Интеграл Кристоффеля-Шварца.

Задачи для подготовки к дифференцированному зачету:

1. Разложить функцию в ряд Лорана по степеням z

$$\frac{z-2}{2z^3+z^2-z}$$

2. Разложить функцию в ряд Лорана в окрестности точки z_0

$$z^2 \sin \sin \frac{1}{z-3}, \quad z_0 = 3.$$

3. Найти конечные особые точки функции и определить их тип. Найти вычеты в изолированных особых точках

$$\frac{z^3-1}{z(e^z-e)}$$

4. Вычислить интеграл при помощи вычетов

$$\int_{|z-i|=2} \frac{dz}{z^2(z^2+4)}$$

5. Вычислить интеграл

$$\int_{|z+6|=2} \left(\frac{1}{ze^{z+6}} + \frac{2 \cos \cos \frac{\pi z}{5}}{(z+5)^2(z+3)} \right) dz.$$

6. Вычислить интеграл

$$\int_0^\pi \frac{\sin \sin 2x \, dx}{2 - \sin \sin 2x}$$

7. Найти образ кривой при отображении $w = f(z)$

$$: |z| = 5, \quad w = \frac{i}{z} + 2.$$

8. Найти образ области D при отображении линейной функцией $w = az + b$

$$: |z| < 4, \quad -\frac{\pi}{2} < \arg \arg z < \frac{\pi}{2}; \quad w = (\sqrt{3} + i)z + i.$$

9. Найти образ области D при отображении $w = f(z)$

$$D: 2 < |z| < 3, \quad 0 < \arg \arg z < \frac{\pi}{6}; \quad w = z^3 - 1 - i.$$