

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Романчук Иван Сергеевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 25.12.2024 12:10:53  
Уникальный программный ключ:  
6319edc2b582ffdacea443f01d5779368d0957ac34f5cd074d81181530452479

Приложение к рабочей  
программе дисциплины

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Наименование дисциплины	<i>Эконометрика</i>
Направление подготовки / Специальность	<i>38.03.01 Экономика</i>
Направленность (профиль) / Специализация	<i>Прикладная экономика ОП ВО</i>
Форма обучения	<i>очная</i>

*Разработчик Мерзлякова А.Ю.,  
профессор научно-учебной лаборатории исследований рынка труда*

1. Темы дисциплины для самостоятельного освоения обучающимися  
Отсутствуют.

2. План самостоятельной работы:

№ п/п	Учебные встречи	Виды самостоятельной работы	Форма отчетности / контроля	Количество баллов	Рекомендуемый бюджет времени на выполнение (ак.ч.)
5 семестр					
1.	Предмет эконометрики. Методология эконометрического исследования.	1. Проработка лекций	Эссе	2	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	1	1
2.	Повторение теории вероятностей и математической статистики	1. Проработка лекций	Тест	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	1
3.	Линейная регрессионная модель для случая одной объясняющей переменной	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	2
4.	Дисперсионный анализ	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	1
5.	Классическая линейная регрессия для случая одной объясняющей переменной	1. Проработка лекций	Тест	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	1
6.	Множественная регрессия в скалярной и матричной форме. Теорема Гаусса-Маркова	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	1
7.	Проверка гипотезы об адекватности	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1

	регрессии. Проверка гипотезы линейных ограничений на коэффициенты регрессии	2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	1
		3. Подготовка к контрольной работе	Контрольная работа	-	7
8.	Фиктивные переменные. Тест Чоу	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	1
9.	Функциональные преобразования переменных в линейной регрессионной модели. Выбор между моделями	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	2
		Выполнение расчетного задания	Представление и защита работы	15	33
10.	Типы ошибок спецификации модели	1. Проработка лекций	Тест	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	1
11.	Мультиколлинеарность данных и способы борьбы с ней	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	1
13.	Гетероскедастичность	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	1
14.	Метод максимального правдоподобия. Тесты Вальда, отношения правдоподобия, множителей Лагранжа	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	2
		3. Выполнение расчетного задания	Представление и защита работы	15	34
15.	Подготовка к дифференцированному зачету	Изучение материалов по дисциплине по	Контрольная работа	-	15

		вопросам к зачету			
	Итого за семестр			69	118
6 семестр					
16.	Бинарные объясняемые переменные. Логит и пробит модели	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Подготовка группового проекта	2	1
17.	Стохастические регрессоры. Эндогенность. Инструментальные переменные	1. Проработка лекций	Тест	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	2
18.	Системы одновременных уравнений	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Подготовка группового проекта	5	30
		4. Подготовка к контрольной работе	Контрольная работа	-	5
19.	Автокорреляция	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	1
20.	Стационарные и нестационарные временные ряды	1. Проработка лекций	Опрос на практическом занятии	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	1
21.	Модели Бокса-Дженкинса (ARIMA)	1. Проработка лекций	Тест	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	1
22.	Регрессионные динамические модели. Модели с распределенными лагами	1. Проработка лекций	Тест	1	2
		2. Подготовка к практическому занятию	Защита группового проекта	15	37
23.	Модели панельных данных	1. Проработка лекций	Тест	1	1
		2. Подготовка к практическому занятию	Решение задач	2	1
		3. Подготовка к	Контрольная	-	5

		контрольной работе	работа		
24.	Подготовка к экзамену	Изучение материалов по дисциплине по вопросам к экзамену	Контрольная работа	-	13
	Итого за семестр			40	106
	ВСЕГО			109	224

3. Требования и рекомендации по выполнению самостоятельных работ обучающихся, критерии оценивания

### **Вид: Подготовка группового проекта**

Краткая характеристика: выполняется группой из 2 - 4 студентов. Каждая группа студентов выбирает одну из предложенных тем исследовательских проектов. Выполнение исследовательского проекта предполагает выполнение следующих этапов:

1. Краткий обзор научной литературы по выбранной теме
2. Сбор, анализ и обработка статистических данных, необходимых для выполнения проекта.
3. Построение регрессионных моделей.
4. Подготовка письменного отчета по исследовательскому проекту.

Рекомендации по выполнению:

- изложение материалов проекта четкое, ясно поставлена цель, определены проблемы;
- приводимые доказательства логичны, аргументированы;
- приводятся рекомендации по решению проблем и дается оценка этих рекомендаций.

Темы проектов, рекомендуемые к выполнению:

1. Оценка влияния доходов населения на уровень смертности (на региональных данных).
2. Оценка влияния уровня преступности в экономической сфере на ВРП (на душу населения) (на региональных данных).
3. Оценка влияния уровня доходов населения на его отток (количество выбывших) (на региональных данных).
4. Оценка влияния уровня доходов населения на уровень рождаемости (на региональных данных).
5. Оценка двухфакторной производственной функции экономики РФ (на региональных данных).
6. Оценка двухфакторной производственной функции сельского хозяйства РФ (на региональных данных).
7. Оценка влияния объема инвестиций на ВРП (на региональных данных).
8. Оценка влияния инновационной активности на ВРП (на региональных данных)
9. Оценка влияния качества человеческого капитала на ВРП (на душу населения) (на региональных данных).
10. Оценка влияния качества человеческого капитала на уровень преступности (на региональных данных).
11. Оценка влияния уровня развития транспортной инфраструктуры на ВРП (на душу населения) (на региональных данных).
12. Исследование зависимости объемов экспорта России от характеристик страны-партнера.
13. Исследование зависимости объемов импорта России от характеристик страны-партнера.

## **Вид: Подготовка эссе**

Краткая характеристика: Эссе представляет собой средство, позволяющее оценить умение обучающегося письменно излагать суть поставленной проблемы, самостоятельно проводить анализ этой проблемы с использованием концепций, и аналитического инструментария соответствующей дисциплины, делать выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме.

Рекомендации по выполнению:

- объем эссе - 1 лист 14 шрифт Times New Roman, 1,5 интервал.

- эссе, должно содержать полное обоснование авторской позиции по поставленному вопросу.

Темы эссе рекомендуются при подготовке к встрече «Предмет эконометрики. Методология эконометрического исследования»:

1. Используя данные о десяти тысячах человек, исследователь оценил коэффициент корреляции между количеством обращений пациента к врачу в 2012 г. и качеством его здоровья в 2013 г. Коэффициент корреляции оказался отрицательным. Иными словами, выяснилось, что люди, которые чаще обращались к врачу, впоследствии чувствовали себя хуже, чем те, кто к врачу не обращался. На основе этого результата исследователь сделал вывод о том, что обращаться к врачам вредно для здоровья:

а) объясните, в чем состоит изъян в логике исследователя;

б) предложите гипотетический идеальный контролируемый эксперимент, позволяющий выяснить эффект от обращения к врачу.

Объясните, в чем заключается трудность реализации такого эксперимента.

2. Исследователь планирует изучить эффективность нового лекарства от горной болезни, с которой сталкиваются люди, оказавшись на большой высоте. У него будет возможность собрать данные о 200 альпинистах, часть из которых, находясь на высоте, принимала новое лекарство, а часть — нет. Впоследствии в результате комплексного обследования уровень здоровья каждого из альпинистов будет оценен по специальной 10-балльной шкале (1 — очень плохо, 10 — очень хорошо). После этого исследователь планирует сравнить средний уровень здоровья альпинистов из группы, принимавшей лекарство, со средним уровнем здоровья альпинистов, которые обходились без него.

Рассматривается три варианта реализации этого эксперимента с лекарствами.

- Вариант 1: каждый альпинист, участвующий в эксперименте, самостоятельно решает, принимать ему лекарство или нет.
- Вариант 2: альпинисты-женщины принимают лекарство, а альпинисты-мужчины — нет (в исследовании участвуют поровну мужчин и женщин).
- Вариант 3: альпинисты участвуют в лотерее, в ходе которой случайным образом определяется, кто из них будет принимать лекарство, а кто не будет.

Какой из трех вариантов предпочтителен, если цель исследователя состоит в получении корректной оценки эффективности лекарства? Аргументируйте свой ответ.

## **Вид: Подготовка к практическим занятиям**

Краткая характеристика – в ходе подготовки к практическим занятиям рекомендуется решить задачи, задаваемые для самостоятельной работы, на основе примеров, разбираемых на практических занятиях.

Рекомендации для подготовки: разбор практических примеров, продемонстрированных на лекциях и решенных на практических занятиях.

### **Вид: Проработка лекций**

Краткая характеристика – в ходе подготовки к практическим занятиям рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях, а также, при необходимости использовать информационные ресурсы, рекомендованные рабочей программой дисциплины

Рекомендации для подготовки:

- Изучение лекционного материала по теме
- Изучение рекомендованной основной и дополнительной литературы
- Ответы на дополнительные теоретические вопросы для практических занятий

Тема 1. Предмет эконометрики. Методология эконометрического исследования

1. Предмет эконометрики.
2. Методология эконометрического исследования.
3. Типы экономических данных.

Тема 2. Повторение теории вероятностей и математической статистики

1. Основные понятия теории вероятностей.
2. Нормальное распределение и связанные с ним Хи-квадрат распределение, распределения Стьюдента и Снедекора-Фишера.
3. Основные понятия математической статистики. Интервальные оценки, доверительный интервал. Проверка статистических гипотез.

Тема 3. Линейная регрессионная модель для случая одной объясняющей переменной

1. Линейная регрессионная модель для случая одной объясняющей переменной.
2. Задача оценивания параметров.
3. Метод наименьших квадратов (МНК).
4. Геометрическая интерпретация метода наименьших квадратов.

Тема 4. Дисперсионный анализ

1. Разложение суммы квадратов отклонений наблюдаемых значений зависимой переменной от ее выборочного среднего.
2. Коэффициент детерминации и его свойства.
3. Особенности регрессии без свободного члена.

Тема 5. Классическая линейная регрессия для случая одной объясняющей переменной

1. Классическая линейная регрессия для случая одной объясняющей переменной.
2. Статистические характеристики (математическое ожидание, дисперсия и ковариация) оценок параметров.
3. Теорема Гаусса-Маркова для парной регрессии (с доказательством).
4. Доверительные интервалы оценок параметров и проверка гипотез об их значимости.

Тема 6. Множественная регрессия в скалярной и матричной форме. Теорема Гаусса-Маркова

1. Метод наименьших квадратов и его геометрическая интерпретация в многомерном случае.
2. Матричное выражение для вектора оценок коэффициентов регрессии. Ковариационная матрица оценок коэффициентов регрессии.
3. Теорема Гаусса-Маркова для множественной линейной регрессии. Показатели качества подгонки множественной регрессии.

Тема 7. Проверка гипотезы об адекватности регрессии. Проверка гипотезы о линейных ограничениях на коэффициенты регрессии

1. Случай нормальной случайной составляющей. Проверка значимости коэффициентов и адекватности регрессии для множественной линейной регрессионной модели.
2. Коэффициент множественной детерминации и коэффициент множественной детерминации, скорректированный на число степеней свободы.
3. Проверка адекватности регрессии. Формулировка и проверка общей линейной гипотезы о коэффициентах множественной регрессии.

Тема 8. Фиктивные переменные. Тест Чоу

1. Использование качественных объясняющих переменных. Фиктивные (dummy) переменные.
2. Сравнение двух регрессий с помощью фиктивных переменных и теста Чоу (Chow).
3. Выявление выбросов.

Тема 9. Функциональные преобразования переменных в линейной регрессионной модели.

Выбор между моделями

1. Влияние изменения масштаба измерения переменных на оценки коэффициентов регрессии и их дисперсий.
2. Линейная в логарифмах регрессия, как модель с постоянной эластичностью.
3. Модель с постоянными темпами роста (полулогарифмическая модель).
4. Интерпретация оценок коэффициентов различных функциональных форм.
5. Выбор между моделями. Тесты Бокса-Кокса, Бера и МакАлера, МакКиннона, Уайта и Дэвидсона.

Тема 10. Типы ошибок спецификации модели

1. Пропущенные и излишние переменные.
2. Неправильная функциональная форма модели. Смещение в оценках коэффициентов, вызываемое невключением существенных переменных.
3. Ухудшение точности оценок (увеличение оценок дисперсий) при включении в модель излишних переменных.
4. RESET тест Рамсея

Тема 11. Мультиколлинеарность данных и способы борьбы с ней

1. Мультиколлинеарность данных. Последствия и признаки наличия мультиколлинеарности.
2. Показатели степени мультиколлинеарности. Вспомогательные регрессии и показатель "вздутия" дисперсии (VIF).
3. Полиномиальная регрессия.
4. Методы борьбы с мультиколлинеарностью.
5. Понятие о методе главных компонент. Понятие о методе LASSO.

Тема 12. Прогнозирование по регрессионной модели

1. Прогнозирование по регрессионной модели и его точность.
2. Доверительные интервалы для прогнозных значений.

Тема 13. Гетероскедастичность

1. Нарушение гипотезы о гомоскедастичности. Экономические причины гетероскедастичности.
2. Последствия гетероскедастичности.
3. Тесты Голдфелда-Квандта (Goldfeld-Quandt), Глейзера (Glejser Бройша-Пагана (Breusch-Pagan).
4. Методы борьбы с гетероскедастичностью. Взвешенный метод наименьших квадратов. Обобщенный метод наименьших квадратов.

Тема 14. Метод максимального правдоподобия. Тесты Вальда, отношения правдоподобия, множителей Лагранжа

1. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок метода максимального правдоподобия.

2. Соотношение между оценками коэффициентов линейной регрессии, полученными методом максимального правдоподобия и методом наименьших квадратов в случае нормально распределенной случайной составляющей.
3. Проверка гипотез с помощью теста Вальда, теста отношения правдоподобия, теста множителей Лагранжа.

Тема 15. Бинарные объясняемые переменные. Логит и пробит модели

1. Бинарные объясняемые переменные.
2. Логит и Пробит модели, их оценивание.
3. Интерпретация результатов оценивания моделей с бинарными зависимыми переменными.

Тема 16. Стохастические регрессоры. Эндогенность. Инструментальные переменные

1. Линейная регрессия в случае стохастических регрессоров.
2. Обобщение теоремы Гаусса-Маркова на случай стохастических регрессоров (без доказательства).
3. Проблема эндогенности.
4. Метод инструментальных переменных (instrumental variables, IV).
5. Обобщенный метод моментов.

Тема 17. Системы одновременных уравнений

1. Системы одновременных уравнений.
2. Проблема идентифицируемости.
3. Оценивание систем одновременных уравнений.
4. Косвенный метод наименьших квадратов. Двухшаговый метод наименьших квадратов.

Тема 18. Автокорреляция

1. Понятие об автокорреляции случайной составляющей.
2. Графическое диагностирование автокорреляции.
3. Статистика Дарбина-Уотсона (Durbin-Watson).
4. Тест Бройша-Годфри (Breusch-Godfreytest).

Тема 19. Стационарные и нестационарные временные ряды

1. Характеристики стационарных временных рядов.
2. Автокорреляционная функция.
3. Процесс, приводимый к стационарному путем выделения линейного тренда (TS).
4. Процесс, приводимый к стационарному путем взятия первой разности (DS).
5. Сезонность.
6. Тест Дикки-Фуллера.

Тема 20. Модели Бокса-Дженкинса (ARIMA)

1. Разложение Вольда.
2. Процессы авторегрессии (AR).
3. Процесс Маркова. Процессы скользящего среднего (MA).
4. Смешанные процессы авторегрессии и скользящего среднего (ARMA).
5. Модель авторегрессии интегрированного скользящего среднего (ARIMA).
6. Выбор модели.
7. Прогнозирование с помощью ARIMA модели.

Тема 21. Регрессионные динамические модели. Модели с распределенными лагами

1. Авторегрессионные модели с распределенными лагами (ADL) и его частные случаи.
2. Интерпретация параметров модели ADL.
3. Представление модели ADL в виде модели коррекции ошибок (ECM).  
Оценивание модели ADL.
4. Понятие экзогенности. Причинность по Грэнджеру.

Тема 22. Модели панельных данных

1. Преимущества и проблемы использования панельных данных. Гетерогенное смещение. Смещение самоотбора.
2. Модели сквозной регрессии.
3. Модели с фиксированными эффектами.
4. Модели со случайными эффектами.
5. Обобщенный метод наименьших квадратов.
6. Тесты Бройша-Пагана и Хаусмана для выбора между моделями.

### Вид Выполнение расчетного задания

Краткая характеристика - задания носят разноплановый характер, нацелены на приобретение студентами навыков применения инструментальных средств для обработки данных и построения эконометрических моделей; анализа и интерпретации полученных результатов.

Рекомендации по выполнению: решение расчетных заданий рекомендует оформлять в рукописном варианте с приведением формул, всех необходимых расчетов, а также каждый расчет должен сопровождаться обоснованным статистическим выводом.

Пример первой расчетной работы:

1. Используя статистический пакет R по данным файла «nlsw88.csv» оцените модель:
 
$$wage_i = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot hours_i + \alpha_2 \cdot ttl\_exp_i + \alpha_3 \cdot age_i + \alpha_4 \cdot grade_i + \alpha_5 \cdot south_i + \varepsilon_i$$

Проинтерпретируйте значения оценок коэффициента  $\alpha_5$ . Проверьте, нужно ли строить отдельно модели для женщин, которые живут на юге, и для женщин, которые живут на севере США (двумя способами).

2. На тех же данных оцените модель:

$$wage_i = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot hours_i + \alpha_2 \cdot ttl\_exp_i + \alpha_3 \cdot age_i + \alpha_4 \cdot grade_i + \alpha_5 \cdot collgrade_i + \varepsilon_i$$

Проинтерпретируйте значения оценок коэффициента  $\alpha_5$ . Проверьте, нужно ли строить отдельно модели для женщин, которые имеют высшее образование, и для женщин, у которых его нет (двумя способами).

3. На тех же данных, создав необходимые переменные оцените модель:

$$\ln(wage_i) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \ln(hours_i) + \alpha_2 \cdot \ln(ttl\_exp_i) + \alpha_3 \cdot \ln(age_i) + \alpha_4 \cdot \ln(grade_i) + \alpha_5 \cdot collgrade_i + \varepsilon_i$$

Проинтерпретируйте значения оценок коэффициента  $\alpha_5$ . Проверьте, нужно ли строить отдельно модели для женщин, которые имеют высшее образование, и для женщин, у которых его нет (двумя способами).

Пример второй расчетной работы:

Задача 1.

Два исследователя работая независимо друг от друга, изучают одну и ту же регрессионную модель

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_i$$

Для которой выполнены все условия классической модели. В таблице приведены результаты, полученные ими на основе независимых выборок:

Выборка I	Выборка II
$n = 20$	$n = 20$
$\sum_i x_i = 100$	$\sum_i x_i = 200$
$\sum_i x_i^2 = 600$	$\sum_i x_i^2 = 2400$
$\sum_i y_i = 500$	$\sum_i y_i = 500$
$\hat{\beta}_1^I = 2$	$\hat{\beta}_1^{II} = 2.5$

Узнав о работе друг друга, они решают вывести единую оценку параметра  $\beta_1$ . Первый исследователь предполагает, что

$$\hat{\beta}_1^{\%} = \frac{1}{2}(\hat{\beta}_1^I + \hat{\beta}_1^{II}).$$

Второй исследователь считает, что весовые коэффициенты первой и второй оценок выбраны неэффективно, и можно построить несмещенную оценку с меньшей дисперсией. Научный руководитель этих исследователей утверждает, что он знает способ ещё улучшить общую оценку.

- а) Какую оценку предлагает использовать второй исследователь?  
б) Какую оценку предлагает использовать научный руководитель?

Оцените улучшение точности оценок пп. а); б) по сравнению с оценкой  $\hat{\beta}_1^{\%}$ .

Задача 2.

Оценивание четырех регрессионных моделей на основании 40 наблюдений дало следующие результаты:

$$w = \underset{(5.0)}{20} + \underset{(0.09)}{0.8} \cdot age + \underset{(1.31)}{3.7} \cdot edu, \quad R^2 = 0.40$$

$$\ln w = \underset{(3.0)}{3.2} + \underset{(0.009)}{0.10} \cdot \ln age + \underset{(0.03)}{0.19} \cdot \ln edu, \quad R^2 = 0.71$$

$$w = \underset{(0.3)}{20} + \underset{(0.09)}{0.6} \cdot age + \underset{(0.12)}{0.4} \cdot exp, \quad R^2 = 0.59$$

$$w = \underset{(0.4)}{2.05} + \underset{(0.19)}{0.5} \cdot age + \underset{(0.35)}{0.6} \cdot edu + \underset{(0.13)}{0.2} \cdot exp, \quad R^2 = 0.63$$

(в скобках указаны стандартные ошибки), где  $w$  - заработная плата работника (в рублях в час),  $age$  - возраст (в годах),  $edu$  - уровень образования (число лет, проведенных в учебных заведениях),  $exp$  - стаж работы (в годах).

- а) Сравните эти четыре модели с точки зрения их качества и прогностической силы.  
б) Дайте интерпретацию коэффициентов при переменных  $age$  и  $\ln age$  в первом и втором уравнениях соответственно.

Задача 3.

Рассмотрим три модели

$$y_t = \frac{\alpha}{t} + \varepsilon_t,$$

$$y_t = \alpha \cdot g^t + \varepsilon_t,$$

$$y_t = \alpha + \frac{\beta}{t^2} + \varepsilon_t,$$

$t = 1, \dots, T$ ,  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$ . Во втором уравнении  $g$  - неизвестная константа.

- а) Покажите, что МНК – оценка параметра  $\alpha$  в первом уравнении не может быть состоятельной. Верно ли то же самое для второго уравнения?

б) Являются ли состоятельными МНК – оценки параметров  $\alpha$  и  $\beta$  в третьем уравнении?

Примечание:  $\sum_{i=1}^{\infty} t^{-2} = \frac{\pi^2}{6}$ ,  $\sum_{i=1}^{\infty} t^{-4} = \frac{\pi^4}{90}$ .

Задача 4.

Рассматривается классическая линейная нормальная модель  $y = X\beta + \varepsilon$ ,  $V(\varepsilon) = 2I$ , причем известно, что

$$X^T X = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \text{ и } \hat{\beta}_0 = 3, \hat{\beta}_1 = 2$$

а) Постройте 95% - ный доверительный интервал для  $\theta = \beta_0 + \beta_1$ .

б) Постройте 95%-ные доверительные интервалы для элементов вектора  $\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}$ .

Задача 5.

Для города и для деревни рассматриваются две модели парной регрессии. Двадцать наблюдений для города дали следующие результаты:

$$X^T X = \begin{bmatrix} 20 & 20 \\ 20 & 25 \end{bmatrix}, \quad X^T y = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \end{bmatrix}, \quad y^T y = 30$$

А десять наблюдений для деревни:

$$X^T X = \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 10 & 20 \end{bmatrix}, \quad X^T y = \begin{bmatrix} 8 \\ 20 \end{bmatrix}, \quad y^T y = 24$$

На 5% - ном уровне значимости проверьте гипотезу о том, что две модели совпадают.

### Вид Подготовка к контрольной работе

Краткая характеристика - задания направлены на проверку знаний, умений и навыков расчета показателей, построения эконометрических моделей, анализа и интерпретации полученных результатов, применения инструментальных средств для обработки данных позволяют оценить компетенции, формируемые в результате изучения дисциплины.

Рекомендации для подготовки:

- изучение лекционного материала по пройденным темам;
- разбор задач, изученных на лекционных и практических занятиях;
- решение дополнительных задач по пройденным темам.

Пример контрольной работы:

Задача 1.

Пусть регрессионная модель

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

Задана в матричной форме при помощи уравнения  $y = X\beta + \varepsilon$ ,  $\beta = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2]^T$ . Имеются следующие наблюдения:

$$y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Для удобства расчетов ниже приведены матрицы

$$X^T X = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 3 \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} \text{ и } (X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 5/6 & -1/2 \\ -1 & -1/2 & 3/2 \end{bmatrix}.$$

- Укажите число наблюдений.
- Укажите число регрессоров в модели с учетом свободного члена.
- Рассчитайте  $TSS$ .
- Рассчитайте при помощи метода наименьших квадратов оценку для вектора неизвестных коэффициентов модели.
- Чему равен  $\hat{\varepsilon}_5$  - МНК-остаток регрессии, который соответствует 5-му наблюдению.
- Найдите  $RSS$ .
- Чему равен  $R^2$  в модели? Прокомментируйте полученное значение с точки зрения качества оцененного уравнения.
- Проверьте гипотезы о значимости коэффициентов модели  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . А также о значимости уравнения регрессии в целом. Сделайте выводы.

Примечание:  $t(3) = 3.1824$ ,  $F(2,3) = 9.55$

### Задача 2

Пусть регрессионная модель

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

Тестируется гипотеза  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = -1$ . Напишите уравнение для модели с «ограничениями».

### Задача 3

На основе опроса 25 человек была оценена следующая модель зависимости логарифма заработной платы ( $\ln W$ ) от уровня образования ( $Edu$ , в годах) и возраста ( $Age$ ):

$$\ln W = 1.7 + 0.5 \cdot Edu + 0.6 \cdot Age - 0.0004 \cdot Age^2$$

$$ESS = 90.3, \quad RSS = 60.4$$

Когда в модель были введены переменные  $Fedu$  и  $Medu$ , учитывающие уровень образования родителей, величина  $ESS$  увеличилась до 110.3.

- Напишите спецификацию уравнения регрессии с учетом образования родителей.

Сформулируйте и проверьте гипотезу о значимости влияния уровня образования родителей на зарплату (уровень значимости 5%). Для этого:

- укажите основную и альтернативную гипотезы;
- приведите формулу тестовой статистики;
- укажите распределение тестовой статистики;
- рассчитайте наблюдаемое значение тестовой статистики;
- укажите область, в которой основная гипотеза не отвергается;
- сделайте статистический вывод.

*Примечание: квантиль распределения равен 3,5219*

#### Задача 4

Выборка содержит 30 наблюдений зависимой переменной  $y$  и независимой переменной  $x$ . Ниже приведены результаты оценивания уравнения регрессии  $y_i = \alpha + \beta \cdot x_i + \varepsilon_i$  по первым 20-ти и по последним 10-ти наблюдениям соответственно:

$$\hat{y} = 4.0039 + 2.6632 \cdot x$$

$$\hat{y} = 1.3780 + 5.2587 \cdot x$$

По имеющимся данным найдите оценки коэффициентов в модели рассчитанной по 30 наблюдениям

$$y_i = \alpha + \beta \cdot x_i + \Delta\alpha \cdot d_i + \Delta\beta \cdot (x \times d)_i + \varepsilon_i,$$

где фиктивная переменная  $d$  определяется следующим образом

$$d_i = \begin{cases} 1, & \text{при } i \in \{1, \dots, 20\} \\ 0, & \text{при } i \in \{21, \dots, 30\} \end{cases}$$

#### **4. Рекомендации по самоподготовке к промежуточной аттестации по дисциплине**

Вопросы для самопроверки к дифференцированному зачету

4. Основные понятия теории вероятностей.
5. Нормальное распределение и связанные с ним Хи-квадрат распределение, распределения Стьюдента и Снедекора-Фишера.
6. Основные понятия математической статистики. Интервальные оценки, доверительный интервал. Проверка статистических гипотез.
7. Линейная регрессионная модель для случая одной объясняющей переменной.
8. Задача оценивания параметров.
9. Метод наименьших квадратов (МНК).
10. Геометрическая интерпретация метода наименьших квадратов.
11. Разложение суммы квадратов отклонений наблюдаемых значений зависимой переменной от ее выборочного среднего.
12. Коэффициент детерминации и его свойства.
13. Особенности регрессии без свободного члена.
14. Классическая линейная регрессия для случая одной объясняющей переменной.
15. Статистические характеристики (математическое ожидание, дисперсия и ковариация) оценок параметров.
16. Теорема Гаусса-Маркова для парной регрессии (с доказательством).
17. Доверительные интервалы оценок параметров и проверка гипотез об их значимости.
18. Метод наименьших квадратов и его геометрическая интерпретация в многомерном случае.
19. Матричное выражение для вектора оценок коэффициентов регрессии. Ковариационная матрица оценок коэффициентов регрессии.
20. Теорема Гаусса-Маркова для множественной линейной регрессии. Показатели качества подгонки множественной регрессии.
21. Случай нормальной случайной составляющей. Проверка значимости коэффициентов и адекватности регрессии для множественной линейной регрессионной модели.
22. Коэффициент множественной детерминации и коэффициент множественной детерминации, скорректированный на число степеней свободы.
23. Проверка адекватности регрессии. Формулировка и проверка общей линейной гипотезы о коэффициентах множественной регрессии.

24. Использование качественных объясняющих переменных. Фиктивные (dummy) переменные.
25. Сравнение двух регрессий с помощью фиктивных переменных и теста Чоу (Chow).
26. Выявление выбросов.
27. Влияние изменения масштаба измерения переменных на оценки коэффициентов регрессии и их дисперсий.
28. Линейная в логарифмах регрессия, как модель с постоянной эластичностью.
29. Модель с постоянными темпами роста (полулогарифмическая модель).
30. Интерпретация оценок коэффициентов различных функциональных форм.
31. Выбор между моделями. Тесты Бокса-Кокса, Бера и МакАлера, МакКиннона, Уайта и Дэвидсона.
32. Пропущенные и излишние переменные.
33. Неправильная функциональная форма модели. Смещение в оценках коэффициентов, вызываемое невключением существенных переменных.
34. Ухудшение точности оценок (увеличение оценок дисперсий) при включении в модель излишних переменных.
35. RESET тест Рамсея
36. Мультиколлинеарность данных. Последствия и признаки наличия мультиколлинеарности.
37. Показатели степени мультиколлинеарности. Вспомогательные регрессии и показатель "вздутия" дисперсии (VIF).
38. Полиномиальная регрессия.
39. Методы борьбы с мультиколлинеарностью.
40. Понятие о методе главных компонент. Понятие о методе LASSO.
41. Прогнозирование по регрессионной модели и его точность.
42. Доверительные интервалы для прогнозных значений.
43. Нарушение гипотезы о гомоскедастичности. Экономические причины гетероскедастичности.
44. Последствия гетероскедастичности.
45. Тесты Голдфелда-Квандта (Goldfeld-Quandt), Глейзера (Glejser) Бройша-Пагана (Breusch-Pagan).
46. Методы борьбы с гетероскедастичностью. Взвешенный метод наименьших квадратов. Обобщенный метод наименьших квадратов.
47. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок метода максимального правдоподобия.
48. Соотношение между оценками коэффициентов линейной регрессии, полученными методом максимального правдоподобия и методом наименьших квадратов в случае нормально распределенной случайной составляющей.
49. Проверка гипотез с помощью теста Вальда, теста отношения правдоподобия, теста множителей Лагранжа.

#### Вопросы для самопроверки к экзамену

1. Каковы предпосылки «классического» метода наименьших квадратов (МНК). Суть МНК. Формулы расчета оценок коэффициентов линейной модели по МНК.
2. Какими свойствами обладают МНК-оценки классической линейной эконометрической модели.
3. Перечислите свойства фактической ошибки эконометрической модели. Каким образом тестируется условие постоянства дисперсии ошибки модели
4. Процедура проверки наличия автокорреляции ошибок модели.
5. Оценка дисперсия истинной ошибки модели.
6. Последствия мультиколлинеарности факторов.

7. Последствия неправильного выбора состава независимых переменных модели.
8. Ковариационная матрица ошибок модели при наличии автокорреляционных связей в ряду ошибки. Ковариационная матрица ошибок модели при наличии гетероскедастичности ошибок. Последствия автокорреляции и гетероскедастичности ошибок.
9. Обобщенный МНК (ОМНК). Нахождение ковариационной матрицы ОМНК-оценок параметров.
10. Модели с фиктивными независимыми переменными.
11. Что такое «стационарный процесс».
12. Параметрические тесты применяемые для проверки постоянства математического ожидания.
13. Параметрические тесты применяемые для проверки постоянства дисперсии.
14. Непараметрические тесты применяемые для проверки постоянства математического ожидания.
15. Непараметрические тесты применяемые для проверки постоянства дисперсии.
16. Преобразование нестационарного ряда в стационарный.
17. Модели авторегрессии. Оценивание параметров модели авторегрессии.
18. Модели скользящего среднего. Оценивание параметров модели скользящего среднего.
19. Модели авторегрессии-скользящего среднего.
20. Идентификация моделей авторегрессии-скользящего среднего.
21. Каким образом учитываются сезонные колебания в моделях временных рядов:
22. Обратное преобразование стационарного ряда в нестационарный.
23. Основные предпосылки систем взаимозависимых переменных.
24. Смещенность оценок коэффициентов уравнений, полученных с использованием МНК.
25. Структурная и приведенная формы модели.
26. Оценивание коэффициентов с использованием ограничений на структурные параметры.
27. Порядковое и ранговое условия идентифицируемости уравнений структурной формы.
28. Рекурсивные системы моделей.
29. Двухшаговый МНК, используемый для оценки коэффициентов системы взаимозависимых уравнений.
30. Трехшаговый МНК, используемый для оценки коэффициентов системы взаимозависимых уравнений.
31. Принципы построения и использования эконометрических моделей и методов в экономических исследованиях.
32. Исходные предпосылки эконометрического моделирования.
33. Предпосылки классической регрессионной модели.
34. Эконометрические модели с лаговыми переменными (примеры применения).
35. Проблемы оценки параметров в моделях с лаговыми переменными.
36. Предпосылки использования метода главных компонент в экономических исследованиях.
37. Применение метода главных компонент в моделях рыночной конъюнктуры.
38. Модели временных рядов показателей с нелинейными структурами (примеры использования).
39. Системы взаимозависимых уравнений как эконометрические модели (примеры использования).
40. Методы оценки параметров взаимозависимых уравнений.
41. Примеры использования рекурсивных и блочно-рекурсивных моделей в экономических исследованиях.
42. Одношаговый и двухшаговый МНК в оценке параметров системы взаимозависимых уравнений (иллюстрация применения).

43. Модели с переменной структурой: причины изменчивости и способы ее отображения в модели.
44. Приемы обнаружения изменчивости структуры модели (на примерах).
45. Модели с переключениями. Примеры использования.
46. Модели с эволюционирующими коэффициентами (иллюстрация применения).
47. Модели с дискретными зависимыми переменными. Примеры использования.
48. Процедура прогнозирования на основе эконометрической модели (на примерах).
49. Проблемы верификации прогноза.
50. Математическое обеспечение эконометрических моделей.