

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Романчук Иван Сергеевич

Должность: Ректор

Дата подписания: 07.10.2022 10:59:40

Уникальный программный ключ:

6319edc2b582ffdacea443f01d57091b8d716ad5413d0740810825d0451249c

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра механики многофазных систем

ТЕПЛОФИЗИКА. ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС И ТЕПЛОТЕХНИКА

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УСЛОВИЯХ

Методические указания по выполнению лабораторных работ для  
студентов направлений «Техническая физика», «Физика»

Тюмень

Издательство

Тюменского государственного университета

2016

**УДК: 536(075.8)**

**ББК: В36я53**

**АЗ: Т343**

**Теплофизика. Тепломассоперенос и теплотехника. Расчетно-экспериментальное исследование тепломассопереноса при нестационарных условиях. Методические указания по выполнению лабораторных работ:** учебно-методическое пособие для студентов физико-технического института направлений «Физика», «Техническая физика». Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2016, 48 с.

Учебно-методическое пособие содержит краткие теоретические сведения по изучаемым в лабораторных работах процессам и явлениям, описание экспериментальных установок и лабораторных работ, справочную информацию. Материал рассчитан на овладение практическими навыками работы с экспериментальными установками по изучению процессов теплопереноса.

Рекомендовано к печати кафедрой механики многофазных систем Физико-технического института. Одобрено Учебно-методической секцией Ученого совета Тюменского государственного университета.

**Авторский коллектив:** У.Ю. Шастунова, Б.В. Григорьев, Л.А. Пульдас, А.В. Шаталов, Я.А. Кузьменкова, Д.Ю. Легостаев, Ю.Ф. Янбикова.

**ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР:** **П. Ю. Михайлов**, доцент, к.ф.-м.н., зав. кафедрой ММС

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:** **И. А. Жолобов**, начальник лаборатории теплофизики ММГ НИО ПАО "Гипротюменнефтегаз", к.т.н.

**А.А. Вакулин**, профессор кафедры ММС Тюменского государственного университета, д.т.н.

© ФГБОУ ВО Тюменский государственный университет, 2016

© У.Ю. Шастунова, Б.В. Григорьев, Л.А. Пульдас, А.В. Шаталов, Я.А. Кузьменкова, Д.Ю. Легостаев, Ю.Ф. Янбикова

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

### РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЗМЕЕВИКЕ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УСЛОВИЯХ

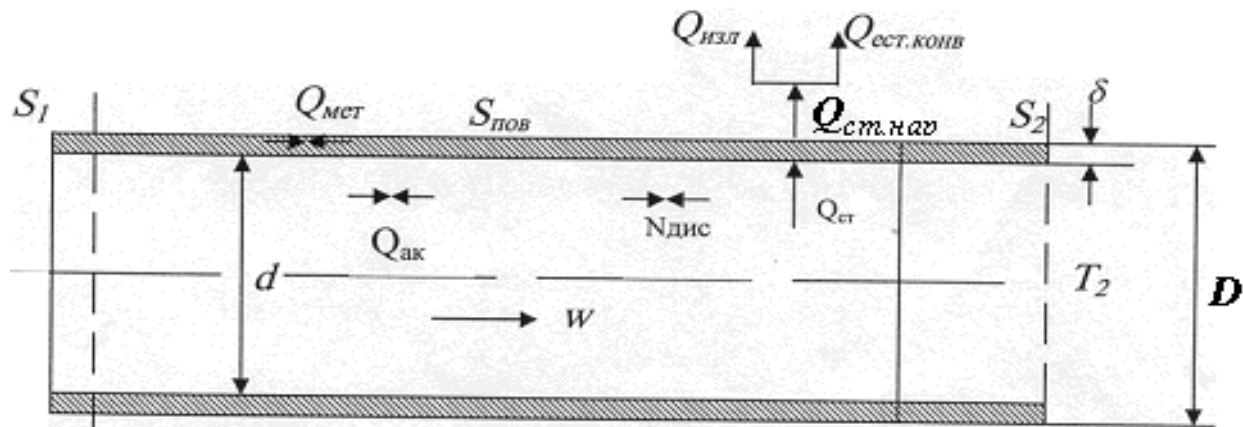
**Цель работы:** экспериментальное изучение тепловых потоков при нестационарном теплообмене жидкости в трубопроводе и обоснование возможности определения температур теплоносителя и тепловых потоков в нестандартных условиях эксплуатации систем отопления.

Для данной цели поставлены **следующие задачи:**

1. Получить экспериментальные данные по теплопередаче в горизонтальных трубах при переходных режимах течения.
2. Провести исследования по изучению вклада отдельных составляющих теплового потока при изучаемом переходном тепловом процессе.
3. Исследовать балансы тепла и экспериментально обоснованные методики расчета температуры теплоносителя по времени и длине на переходных процессах в трубопроводах и в трубчатых отопительных приборах.
4. Определить погрешности расчётов и измерений.

#### **Краткие теоретические сведения**

Рассмотрим участок трубопровода длиной  $L$  с внутренним диаметром  $d$  и внешним диаметром  $D = d + 2\delta$ , где  $\delta$  – толщина стенки. Образует контрольный объем  $V$  (КО), ограниченный поверхностью  $S$  состоящей из внутренней поверхности трубы  $S_{нов}$  и двух нормальных сечений  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 3), т.е.  $S = S_{нов} + S_1 + S_2$ .



**Рис. 1. Схема контрольного объема в трубопроводе.**

В соответствии с одним из основных законов механики жидкостей и газов – уравнением теплового баланса движущейся среды:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho U dV = Q + N_{\text{дис}}. \quad (1)$$

Полная производная по времени от внутренней энергии  $U$  выделенной массы движущейся среды равна сумме тепловой мощности  $Q$  подведенной или отведенной от массы  $M$  мощности внутренних вязких сил  $N_{\text{дис}}$ .

Для несжимаемой жидкости удельная, отнесенная к 1кг рабочего тела, внутренняя энергия

$$U = CT + U_0,$$

где  $C$  – удельная теплоемкость, Дж/(кг·К);  $T$  – абсолютная температура, К;  $U_0$  – внутренняя энергия при  $T = T_0$ , Дж/кг.

Полная система квазиодномерных уравнений нестационарного движения теплоносителя в трубопроводах или элементах отопительных приборов для сечений 1 и 2 контрольного объема имеют вид:

- уравнение баланса массы

$$\rho_2 \cdot w_2 \cdot S_2 = \rho_1 \cdot w_1 \cdot S_1 - G' + \tilde{G}; \quad (2)$$

- обобщенное уравнение Бернулли

$$P_2 = P_1 + \rho_{cp} \cdot \left( \alpha_k \cdot \frac{w_1^2}{2} - \alpha_k \cdot \frac{w_2^2}{2} + g \cdot (z_1 - z_2) - l_{mp} - l' + l_n + \tilde{l} \right); \quad (3)$$

- уравнение баланса внутренней энергии

$$G_2 \cdot C_2 \cdot T_2 = G_1 \cdot C_1 \cdot T_1 + Q + N_{\text{тр}} - U' - \tilde{U}; \quad (4)$$

- уравнение состояния (жидкости, газа или газожидкостной смеси)

$$\rho_2 = \rho(P_2, T_2), \quad (5)$$

где  $G'$  – расход, определяемый отводом или подводом массы через боковые стенки канала,  $\tilde{G}$  – масса аккумулированная в КО за единицу времени;  $\alpha_k$  – коэффициенты Кориолиса;  $l_{mp}$  – удельная работа трения;  $l', l_n, \tilde{l}$  – удельные работы, связанные с обменом импульсов при массообмене, работой нагнетателя и сил инерции;  $U', \tilde{U}$  – внутренняя энергии при отводе или подводе массы через стенки и внутренняя энергия, аккумулированная в КО за единицу времени.

При анализе тепловых процессов в системах отопления обычно принимают  $\rho = \text{const}$ ,  $G' = \tilde{G} = 0$ ,  $l' = \tilde{l} = l_n = 0$ ,  $U' = 0$ ,  $w = G/S$ ,  $C_1 = C_2 = C_\theta$ ,  $G_1 = G_2 = G$  и важнейшую роль имеет уравнение баланса внутренней энергии (1). Мощность вязких сил полагаем малой по сравнению с остальными слагаемыми в уравнении (1). Заменим полную производную  $\frac{d}{dt} \int_V \rho U dV$  суммой частной производной  $U_{ак} = \rho_0 \frac{\partial U}{\partial t} V$ , и потоком внутренней энергии  $U_s = -S \rho_0 w_1 U_1 + S \rho_0 w_2 U_2$  через поверхность  $S$  контрольного объема  $V$ .

Для несжимаемой среды массовый расход

$$G = \rho_0 S w_1 = \rho_0 S w_2 = \rho_0 S w,$$

где  $w$  – скорости жидкости в сечениях  $S_1$  и  $S_2$ , м/с. Тогда из уравнения теплового баланса (1)

$$Q = S \rho_0 w C_B (T_2 - T_1) + \rho_0 V C_B \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (6)$$

Пренебрегаем малыми величинами  $Q_{1T}$ ,  $Q_{2T}$  тепловых потоков из-за теплопроводности вдоль оси трубы в сечениях  $S_1$  и  $S_2$ , т.е. полагаем, что  $Q_{1T} \ll Q_{cm}$  и  $Q_{2T} \ll Q_{cm}$ . Физический смысл величины  $Q < 0$  – мощность

теплового потока, проходящего через внутреннюю поверхность трубы, т.е.  $|Q|=Q_{cm}$ . Величина  $U_s = S\rho_0 w C_\epsilon (T_2 - T_1) = GC_\epsilon (T_2 - T_1)$ , Вт – поток внутренней энергии в осевом направлении через сечения 1 и 2, где  $G = S\rho_0 w$  – массовый расход жидкости, кг/с, а  $U_{ак} = \rho_0 V C_\epsilon \frac{\partial T}{\partial t}$  – внутренняя энергия, аккумулированная в объеме  $V$  за единицу времени.

Если измеренная в сечениях 1 и 2 температура жидкости в момент времени  $t=t^{(n)}$  была  $T=T_1^{(n)}$  и  $T=T_2^{(n)}$ , а в момент времени  $t=t^{(n+1)}=t^{(n)}+\Delta t$ ,  $T=T_1^{(n+1)}$  и  $T=T_2^{(n+1)}$  – в сечениях 1 и 2 соответственно, то уравнение теплового баланса запишется для момента времени  $t_{cp} = \frac{t^{(n)} + t^{(n+1)}}{2}$  в виде:

$$Q = U_s + U_{ак}, \quad (7)$$

где  $U_s = GC_\epsilon (T_{2cp} - T_{1cp})$ ;  $U_{ак} = V\rho_0 C_\epsilon \left( \frac{T_{cp}^{(n+1)} - T_{cp}^{(n)}}{\Delta t} \right)$ ,

а среднее за промежуток времени  $(t^{(n)}, t^{(n+1)})$  значение расхода и среднее значение температур вычисляются по формулам:

$$G = \frac{G^{(n)} + G^{(n+1)}}{2}; \quad T_{1cp} = \frac{T_1^{(n)} + T_1^{(n+1)}}{2}; \quad T_{2cp} = \frac{T_2^{(n)} + T_2^{(n+1)}}{2};$$

$$T_{cp}^{(n)} = \frac{T_1^{(n)} + T_2^{(n)}}{2}; \quad T_{cp}^{(n+1)} = \frac{T_1^{(n+1)} + T_2^{(n+1)}}{2}.$$

Следует отметить, что  $T_{1cp}$  и  $T_{2cp}$  – это средние по времени температуры соответственно в сечениях 1 и 2, а  $T_{cp}^{(n)}$  и  $T_{cp}^{(n+1)}$  являются средними по длине трубопровода между теми же сечениями соответственно в моменты времени  $t^{(n)}$  и  $t^{(n+1)}$ .

Необходимо помнить, что рассчитываемая мощность  $Q$  отдаётся теплоносителем в контрольном объёме, соответствующем всей длине конвектора  $L$ , по краям которого расположены датчики 1 и 2. Если же расчёт ведётся по данным датчиков, расположенных не на концах конвектора, то нужно применять поправки (см. формулы 13.2, 13.3).

Представить наглядно смысл величин  $U_s$  и  $U_{ак}$  можно следующим образом. Пусть в момент времени  $t^{(n)}$  в контрольном объёме находится объём теплоносителя А, а в момент времени  $t^{(n+1)}$  на его место приходит объём В, см. рис. 2. Тогда  $GcT_{2cp}$  – средний (по времени) поток внутренней энергии, выносимой выходящим объёмом А через поверхность  $S_2$ ;  $GcT_{1cp}$  – средний (по времени) поток внутренней энергии, вносимой входящим объёмом В через поверхность  $S_1$ ;  $U_s = Gc(T_{2cp} - T_{1cp})$ ;  $U_s < 0$  при нагреве.  $V\rho_0cT_{cp}^{(n)}$  – средняя (по объёму) энергия выходящего объёма А;  $V\rho_0cT_{cp}^{(n+1)}$  – средняя (по объёму) энергия входящего объёма В;  $U_{ак} = V\rho_0c(T_{cp}^{(n+1)} - T_{cp}^{(n)}) / \Delta t$ ;  $U_{ак} > 0$  при нагреве.

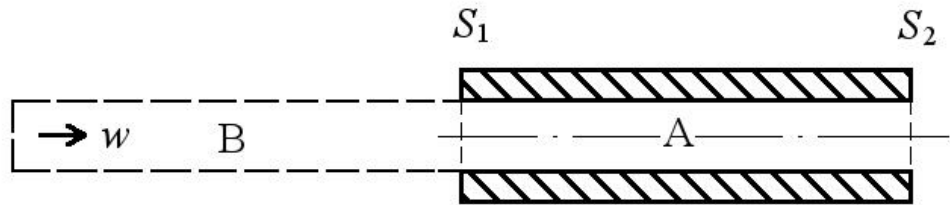


Рис. 2. Движение теплоносителя через контрольный объём в момент времени  $t^{(n)}$ .

Подставив значения  $T_{cp}^{(n+1)}$ ,  $T_{cp}^{(n)}$ ,  $T_{1cp}$ ,  $T_{2cp}$  в формулу (7) для  $Q$ , можно получить выражение (13.2).

При стационарном течении жидкости получим, как частный случай, при  $G^{(n)} = G^{(n+1)} = G$ ;  $T_1^{(n)} = T_1^{(n+1)} = T_1$ ;  $T_2^{(n)} = T_2^{(n+1)} = T_2$ ; формулу тепловой мощности, отбираемой ( $T_2 < T_1$ ) и подводимой ( $T_2 > T_1$ ) мощности, широко применяемую в инженерных расчетах [4]:

$$Q = GC_\theta(T_2 - T_1), \text{Вт}$$

Таким образом, при нестационарных процессах для определения по формуле тепловой мощности, подводимой или отводимой от жидкости в трубопроводных системах, необходимо измерять расходы в моменты времени  $t^{(n)}$ ,  $t^{(n+1)}$  т.е.  $G^{(n)}$  и  $G^{(n+1)}$ , а также температуры  $T_1^{(n)}$ ,  $T_1^{(n+1)}$ ,  $T_2^{(n)}$ ,  $T_2^{(n+1)}$  жидкости в сечениях  $S_1$  и  $S_2$  в моменты времени  $t^{(n)}$  и  $t^{(n+1)}$ .

Тепловая мощность  $Q_{ст}$  передаваемая через внутреннюю поверхность трубы равна тепловой мощности  $Q_{мет}$  затрачиваемой на нагрев стенки трубы и тепловой мощности  $Q_{ст.нар}$  передаваемой через внешнюю (наружную) стенку трубы:

$$Q_{ст} = Q_{мет} + Q_{ст.нар} \quad (8)$$

Тепловая мощность  $Q_{мет}$  затрачиваемая на изменение внутренней энергии металла стенки трубы за время  $\Delta t$ :

$$Q_{мет} = \frac{1}{\Delta t} V_{мет} \rho_{мет} C_{мет} (T_{мет}^{(n+1)} - T_{мет}^{(n)}), \quad (9)$$

где  $V_{мет} = \pi d L \delta$  – объем металла, м<sup>3</sup>;  $\rho_{мет}$  – плотность металла, кг/м<sup>3</sup>;  $C_{мет}$  – удельная теплоемкость металла, из которого изготовлена труба, обычно  $Q_{мет} \ll Q$ , Дж/(кг·К).

$$T_{срмет}^{(n)} = \frac{1}{V_{мет}} \sum_{i=1}^{n_{мет}} T_{метi}^{(n)} \Delta V_{метi}, \quad T_{срмет}^{(n+1)} = \frac{1}{V_{мет}} \sum_{i=1}^{n_{мет}} T_{метi}^{(n+1)} \Delta V_{метi}$$

где  $n_{мет}$  – число участков по длине трубы или теплового прибора, число термодатчиков на поверхности трубы.

Тепловая мощность, передаваемая через внутреннюю поверхность трубы, определяется законом Ньютона-Рихмана:

$$Q_{ст} = \alpha_1 \cdot F_{вн} \cdot (T_{ср} - T_{вн}),$$

где  $\alpha_1$  – коэффициент теплоотдачи от движущейся по трубопроводу среды к внутренней поверхности стенки;  $F_{вн} = \pi d L$  – площадь внутренней поверхности трубы на участке длиной  $L$ , м<sup>2</sup>.

$$T_{вн} = T_{нар} + \frac{Q_{ст} \delta}{F_{вн} \lambda_{ст}}, \quad T_{ср} = \frac{T_{ср}^{(n)} + T_{ср}^{(n+1)}}{2}, \quad T_{срмет} = \frac{T_{срмет}^{(n)} + T_{срмет}^{(n+1)}}{2}.$$

Коэффициент теплоотдачи  $\alpha_1 = \frac{Nu_1 \lambda_1}{d}$ , где  $Nu_1$  – число Нуссельта,

зависит от режима течения рабочего тела в трубе:

- при ламинарном течении, при  $Re = \frac{wd}{\nu} \leq 2300$

$$\alpha_1 = 0,17 \frac{\lambda_1}{d} \text{Re}_1^{0,33} \text{Pr}_1^{0,43} \text{Gr}_1^{0,1}$$

- при турбулентном течении, при  $\text{Re} \geq 10000$

$$\alpha_1 = 0,021 \frac{\lambda_1}{d} \text{Re}_1^{0,8} \text{Pr}_1^{0,43}$$

- при течении переходном от ламинарного к турбулентному,  $2300 < \text{Re} < 10000$ , принимаем линейную аппроксимацию  $\alpha_1$  от  $\text{Re}_1$

$$\alpha_1 = \alpha_{1\text{Re}=2300} + \frac{\text{Re}_1 - 2300}{10000 - 2300} (\alpha_{1\text{Re}=10000} - \alpha_{1\text{Re}=2300}),$$

где  $\lambda_1$  – коэффициент теплопроводности рабочего тела;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $\text{Re}_1 = \frac{wd}{\nu_1}$  – число Рейнольдса;

$\text{Gr}_1 = \frac{\beta g (T_{cp} - T_{вн}) d^3}{\nu^2}$  – число Грасгофа;  $\text{Pr}_1$  – число Прандтля.

Тепловая мощность, передаваемая через внешнюю (наружную) стенку складывается из двух составляющих (за счет естественной конвекции и излучения):

$$Q_{ст.нар} = Q_{ест.конв} + Q_{изл},$$

Тепловая мощность, передаваемая за счет механизма естественной конвекции, от внешней поверхности трубы в окружающую среду определяется законом Ньютона-Рихмана:

$$Q_{ест.конв} = \alpha_2 \cdot F_{нар} \cdot (T_{нар} - T_{ос}), \text{Вт}$$

где  $T_{ос}$  – температура воздуха в помещении.

Коэффициент теплоотдачи при естественной конвекции вблизи горизонтальной трубы определяется по критериальному соотношению, в зависимости от режима течения:

$$\alpha_2 = c \frac{\lambda_2}{D} (\text{Gr}_2 \text{Pr}_2)^n, \quad (10)$$

где  $\text{Gr}_2 = \frac{\beta g (T_{нар} - T_{ос}) D^3}{\nu_2^2}$  – число Грасгофа по воздуху:

- при  $(\text{Gr}_2 \text{Pr}_2) = 2 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^7$ ,  $c=0,54$ ,  $n=0,25$ ;
- при  $(\text{Gr}_2 \text{Pr}_2) > 2 \cdot 10^7$ ,  $c=0,135$ ,  $n=0,33$ ;

$\lambda_2, \nu_2$  – соответственно коэффициенты теплопроводности и вязкости воздуха;  $\beta = 1/T_{oc}$  – коэффициент объемного расширения воздуха, 1/К.

Мощность, передаваемая за счет излучения

$$Q_{изл} = \varepsilon c_0 \left[ \left( \frac{T_{нар}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{oc}}{100} \right)^4 \right] F_{нар}, \quad (11)$$

где  $F_{нар} = \pi DL$ ,  $c_0 = 5,6686$  – коэффициент излучения абсолютно черного тела, Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>);  $\varepsilon$  – степень черноты реального серого тела.

Вычисленная величина  $Q_{см}$ , позволяет, с учетом (3), (5), вычислить температуру в сечении 2 контрольного объема в момент  $\bar{t} = \frac{\Delta t_{изм} \cdot w}{l}$ :

$$T_2^{(2)} = T_1^{(1)} + \frac{1}{1 + \bar{t}} \cdot \left[ \frac{-Q_{см} \cdot 2\bar{t}}{G \cdot C_{\epsilon}} - (1 - \bar{t}) \cdot (T_1^{(2)} - T_2^{(1)}) \right] \quad (12)$$

Формула (12) упрощается, если в процессе экспериментального или расчетного исследования специально задавать временной интервал

$\Delta t_{изм} = \frac{L}{w_0}$ , где  $L$  – продольная длина контрольного объема (см. также

формулы 13.2, 13.3):

$$T_2^{(2)} = T_1^{(1)} - \frac{Q_{см}}{G \cdot C_{\epsilon}}.$$

### Упрощенная методика расчета

Уравнение теплового баланса для системы, представленной в данной лабораторной работе, можно записать следующим образом:

$$|Q_{H_2O}| = Q_{потери} + Q_{мет} + Q_{изл} \quad (13)$$

Компонент  $Q_{H_2O}$  выражает количество теплоты, отданное объемом воды за единицу времени. Слагаемые  $Q_{потери}$  и  $Q_{мет}$  отвечают за теплопотери в окружающую среду посредством конвекции и энергию, затрачиваемую на нагрев металла, соответственно. Слагаемое  $Q_{изл}$  определяет количество теплоты, передаваемое в окружающую среду за счет излучения.

Пусть элементарный объем теплоносителя цилиндрической формы длиной  $dl, м$ , занимающего трубу внутренним диаметром  $d, м$ , имеющий теплоёмкость  $C_6, Дж/(кг \cdot К)$ , плотность  $\rho, кг/м^3$  и температуру  $T_1^{(n)}, ^\circ C$  (по датчику 1) в момент времени  $t^{(n)}, с$ , проходит по конвектору до датчика 2 за время  $(t^{(n+1)} - t^{(n)}), с$ , остывая до температуры  $T_2^{(n+1)}, ^\circ C$ , рис. 3а, 3б. Предполагая, что температура жидкости при одинаковом расположении датчиков на трубе отличается от показаний датчиков на одинаковую величину (измерения по датчикам имеют равные систематические погрешности), а также то, что падение температур элементарных объёмов теплоносителя, при прохождении расстояния между датчиками 1 и 2, происходит примерно на одинаковую величину ( $T_2^{(n+1)} - T_1^{(n)} \approx T_2^{(n+2)} - T_1^{(n+1)} \approx const$ ), если рассматривать времена процесса, короткие относительно времени нагрева теплоносителя от комнатной температуры до температуры порядка  $0,5(T_1^{(n+1)} + T_2^{(n+1)})$ :  $t^{(n+1)} - t^{(n)} \ll t^{(n+1)}$ , получим выражение для мощности  $Q_{H_2O}, Вт$ :

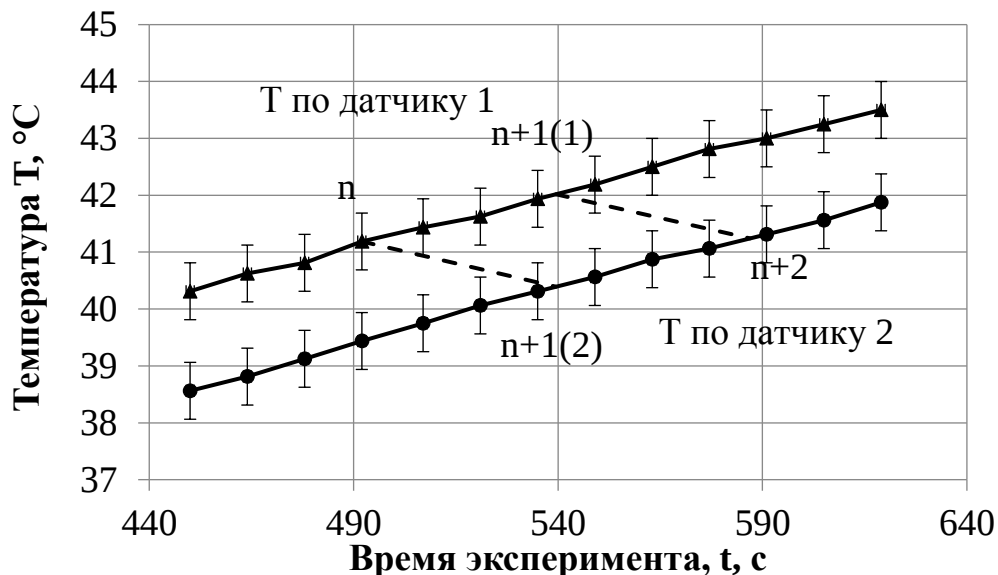
$$dQ_{H_2O} = C_6 \rho \frac{\pi d^2}{4} \frac{T_2^{(n+1)} - T_1^{(n)}}{t^{(n+1)} - t^{(n)}} dl, \quad (13.1)$$

$$Q_{H_2O} = \int_I^II C_6 \rho \frac{\pi d^2}{4} \frac{T_2^{(n+1)} - T_1^{(n)}}{t^{(n+1)} - t^{(n)}} dl = C_6 \rho \frac{\pi d^2}{4} \frac{T_2^{(n+1)} - T_1^{(n)}}{t^{(n+1)} - t^{(n)}} L; \quad (13.2)$$

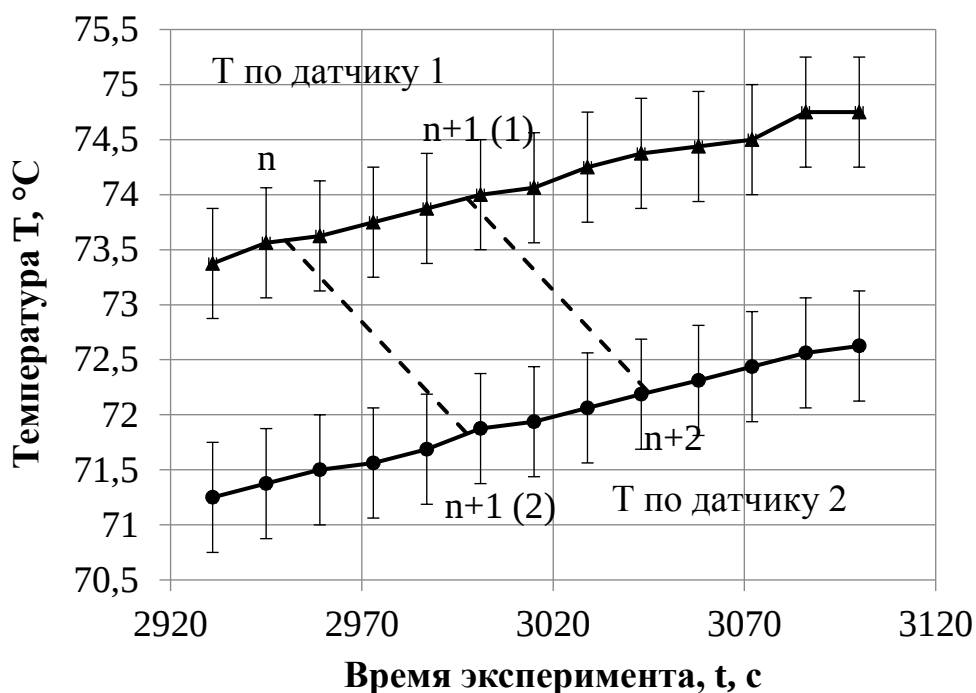
где длина  $L$  соответствует длине трубы конвектора, датчики 1 и 2 расположены на её концах. Если же информация снимается с датчиков  $a$  и  $b$ , расстояние между которыми  $L_{a,b}$  меньше длины трубы конвектора  $L$ , то для расчёта мощности, отдаваемой всем объёмом воды конвектора  $Q_{H_2O}$  необходимо применять в (13.2) интервал времени  $(t^{(\tilde{n}+1)} - t^{(\tilde{n})})$ , соответствующий времени прохождения жидкости между датчиками  $a$  и  $b$ :

$$\begin{aligned} Q_{H_2O} &= C_6 \rho \frac{\pi d^2}{4} \frac{T_b^{(\tilde{n}+1)} - T_a^{(\tilde{n})}}{t^{(\tilde{n}+1)} - t^{(\tilde{n})}} L = \\ &= C_6 \rho \frac{\pi d^2}{4} \frac{L}{t_2 - t_1} (T_b^{(\tilde{n}+1)} - T_a^{(\tilde{n})}) \frac{t_2 - t_1}{t^{(\tilde{n}+1)} - t^{(\tilde{n})}} = \\ &= C_6 G (T_b^{(\tilde{n}+1)} - T_a^{(\tilde{n})}) \frac{t_2 - t_1}{t^{(\tilde{n}+1)} - t^{(\tilde{n})}} = \\ &= C_6 G (T_b^{(\tilde{n}+1)} - T_a^{(\tilde{n})}) \frac{L}{L_{a,b}}; \end{aligned} \quad (13.3)$$

где  $G, \text{кг} \cdot \text{м}^3/\text{с}$  – массовый расход теплоносителя.



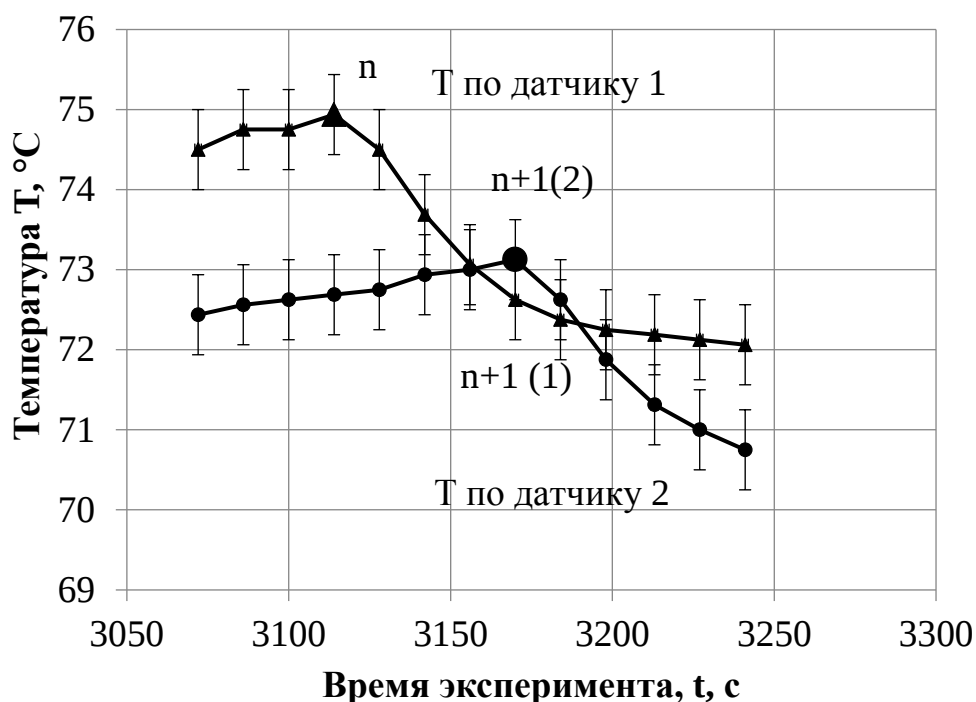
**Рис. 3а. Графики зависимости изменения температуры стенки конвектора по времени. 1 датчик расположен выше, 2 – ниже по потоку. Температура стенки лежит в диапазоне 38÷44 °C. Пунктиром обозначены линии остывания элементарных объёмов жидкости при прохождении расстояния между датчиками.  $t^{(n+2)} - t^{(n+1)} = t^{(n+1)} - t^{(n)} = 47,5 \text{ с}$**



**Рис. 36. Графики зависимости изменения температуры стенки конвектора по времени. 1 датчик расположен выше, 2 – ниже по потоку. Температура стенки лежит в диапазоне  $71\div75^{\circ}\text{C}$ . Пунктиром обозначены линии остывания элементарных объёмов жидкости при прохождении расстояния между датчиками.  $t^{(n+2)} - t^{(n+1)} = t^{(n+1)} - t^{(n)} = 47,5\text{c}$**

Время прохождения  $t^{(n+2)} - t^{(n+1)} = t^{(n+1)} - t^{(n)}$  рассчитывается исходя из расстояния между датчиками и скорости потока.

Скорость потока можно рассчитать несколькими способами: – по известному по данным расходомера объёмному расходу  $G/\rho, \text{ м}^3/\text{с}$  и внутреннему диаметру трубы  $d, \text{ м}$ ; – по графикам переходных процессов, происходящих после отключения электронагревателя, рис. 4. Переходный процесс представляет собой скачкообразное изменение температуры теплоносителя, и постепенное размывание данного скачка вследствие перемешивания теплоносителя и теплообменных процессов в теплоносителе и корпусах.



**Рис. 4. Графики начала переходного процесса. 1 датчик расположен выше, 2 – ниже по потоку.  $t^{(n+1)} - t^{(n)} + \delta t_{1-2} = (60,5 \pm 14)$  с**

При оценке времени прохождения теплоносителя между датчиками необходимо учесть систематическую погрешность  $\delta t_{1-2}$ , равную задержке между опросами датчиков в пределах одной точки графика рис.4 (если первый датчик опрашивается раньше второго на  $\delta t_{1-2}$  секунд, и притом данные записываются в одну точку по времени  $t^{(n)}$ , то к моменту записи показаний жидкость успеет пройти первый датчик на расстояние, равное скорости потока умноженной на  $\delta t_{1-2}$ ). Также нужно учесть погрешность конечности интервала измерений (на рис. 4 период составляет 14 с).

Для определения теплотерь  $Q_{потери}$  вычисляется коэффициент теплопередачи  $k$ , учитывающий потери за счет вынужденной конвекции в трубе, передачу тепла через стенку трубы и потери за счет естественной конвекции вблизи наружной поверхности трубы. Формула для расчета коэффициента теплопередачи:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 r} + \frac{1}{\lambda_{мет}} \ln \frac{R}{r} + \frac{1}{\alpha_2 R}}, \quad (14)$$

где  $\alpha_1$  – коэффициент теплоотдачи от потока к стенке трубы, Вт/(м<sup>2</sup> · К);

$r$  – внутренний радиус трубы, м;  $\lambda_{mem}$  – коэффициент теплопроводности материала трубы, Вт/(м·К);  $\alpha_2$  – коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности трубы в окружающую среду, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $R$  – внешний радиус трубы, м;

Для нахождения коэффициента теплоотдачи от теплоносителя к стенке трубы по таблице П.2 определяются коэффициенты, соответствующие определяющей температуре (в данном случае средней температуре потока):  $\nu_1$  – кинематическая вязкость жидкости, Па·с;  $\lambda_2$  – коэффициент теплопроводности жидкости в потоке, Вт/(м·К);  $Pr$  – число Прандтля

Коэффициент теплоотдачи от потока к стенке  $\alpha_1$  находится по критериальным уравнениям для различных диапазонов по числу Рейнольдса.

Число Рейнольдса определяется как

$$Re = \frac{wd}{\nu_l}, \quad (15)$$

где  $w$  – скорость потока, м/с;  $d$  – внутренний диаметр трубы, м;

При  $Re < 10^4$  наблюдается ламинарный режим течения:

$$Nu = 0,15Re^{0,33}Pr^{0,33}(GrPr)^{0,1}\left(\frac{Pr}{Pr_0}\right)^{0,25} \quad (16)$$

При  $Re > 10^4$  наблюдается турбулентный режим течения:

$$Nu = 0,023Re^{0,8}Pr^{0,43}\left(\frac{Pr}{Pr_0}\right)^{0,25} \quad (17)$$

Множитель  $\left(\frac{Pr}{Pr_0}\right)^{0,25}$  принимается равным единице. Данные критериальные уравнения применимы для течения в трубах и каналах.

Коэффициент теплоотдачи определяется с использованием рассчитанного критерия Нуссельта  $Nu$ :

$$\alpha_1 = \frac{Nu\lambda_1}{d} \quad (18)$$

Далее рассчитывается коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности стенки трубы в окружающую среду при свободной конвекции вблизи горизонтальной трубы в неограниченном пространстве  $\alpha_2$ . По таблице П.1 выбираются значения коэффициентов:  $\nu_2$  – кинематическая вязкость воздуха,  $\text{Па} \cdot \text{с}$ ;  $\lambda_2$  – коэффициент теплопроводности воздуха в потоке,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ;  $Pr$  – число Прандтля;  $\beta$  – объемный коэффициент теплового расширения,  $1/\text{К}$ , соответствующие определяющей температуре (в данном случае температуре окружающей среды).

Вычисляется произведение

$$Gr \cdot Pr = \frac{g\beta\Delta TD^3}{\nu_2^2}, \quad (19)$$

где  $Gr$  – число Грасгофа;  $g$  – ускорение свободного падения,  $\text{м}/\text{с}^2$ ;  $\Delta T$  – разность температур стенки и окружающей среды,  $\text{К}$ ;

$$\Delta T = T_{\text{мет}}^{\text{cp}} - T_{\text{oc}}, \quad (20)$$

где  $T_{\text{мет}}^{\text{cp}}$  – средняя температура стенки металла, определяемая как среднее арифметическое значений замеров температуры стенки за рассматриваемый промежуток времени,  $\text{К}$ ;  $T_{\text{oc}}$  – температура окружающей среды,  $\text{К}$ ;  $D$  – наружный диаметр трубы,  $\text{м}$ .

По таблице 1 определяются коэффициенты  $B$  и  $n$  для горизонтальной трубы.

**Таблица 1. Значения коэффициентов  $B$  и  $n$  в зависимости от значения  $Gr \cdot Pr$  для горизонтальной трубы**

| $Gr \cdot Pr$     | $B$   | $n$ |
|-------------------|-------|-----|
| $10^3 \dots 10^7$ | 0,5   | 1/4 |
| $\geq 10^7$       | 0,135 | 1/3 |

Критерий Нуссельта определяется по следующей формуле:

$$Nu = B(Gr \cdot Pr)^n \quad (21)$$

Коэффициент теплоотдачи от стенки трубы в окружающую среду:

$$\alpha_2 = \frac{Nu\lambda_2}{D} \quad (22)$$

Теплопотери в окружающую среду определяются по формуле:

$$Q_{потери} = \pi DLk\Delta T / (D - d), \quad (23)$$

где  $L$  – длина рассматриваемого участка трубы, м;  $\Delta T$  – разность средней во времени температуры потока и температуры окружающей среды, К;

$$\Delta T = T_{cp} - T_{oc}, \quad (24)$$

где  $T_{cp}$  – определяется как среднее арифметическое температур  $T_{cp}^n$  и  $T_{cp}^{n+1}$ , К.

Данная величина характеризует количество теплоты, переданное в окружающую среду за единицу времени.

Количество теплоты, затрачиваемое на нагрев металла в единицу времени:

$$Q_{мет} = \frac{C_{мет} m_{мет} \Delta T}{\Delta t}, \quad (25)$$

где  $C_{мет}$  – теплоемкость материала трубы, Дж/(кг · К);  $m_{мет}$  – масса трубы, кг;  $\Delta T$  – разность температур стенки в начальный и конечный моменты времени, К;

$$\Delta T = T_{мет}^{n+1} - T_{мет}^n, \quad (26)$$

где  $T_{мет}^{n+1}$  и  $T_{мет}^n$  определяются как среднее арифметическое замеренных температур стенки трубы в моменты времени  $t^{n+1}$  и  $t^n$  соответственно.

$\Delta t$  – интервал времени, с.

Масса металла трубы:

$$m_{мет} = \rho_{мет} V, \quad (27)$$

где  $\rho_{мет}$  – плотность металла, кг/м<sup>3</sup>;  $V$  – объем материала трубы, м<sup>3</sup>.

$$V = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} L \quad (28)$$

Потери на излучение  $Q_{изл}$  рассчитываются, исходя из зависимости:

$$Q_{изл} = \varepsilon c_0 \left[ \left( \frac{T_{нар}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{oc}}{100} \right)^4 \right] \pi DL, \quad (29)$$

где  $\varepsilon$  – коэффициент черноты теплового излучения;  $\varepsilon = 0,56$  – для меди,  $\varepsilon = 0,9$  для поверхности радиатора;  $c_0 = \sigma \cdot 10^8 \approx 5,67$ , Вт/(м<sup>2</sup> · К<sup>4</sup>);

$\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана;  $T_{нар}$  – средняя температура стенки за рассматриваемый промежуток времени, К.

### **Методика расчета теплотерь радиатора**

Для упрощения расчета теплотерь радиатор заменяется на прямую трубу с радиальным прямым оребрением, суммарная площадь ребер которой равна площади теплообмена радиатора, а длина равна длине трубы батареи. Радиус трубы и толщину стенки принимаем равными соответствующим параметрам трубы змеевика. Таким образом, на первом шаге подбирается эквивалент радиатора и определяются параметры прямого ребра. Площадь поверхности теплообмена указана в паспорте радиатора (таблица П.3).

Максимальный тепловой поток, который может быть отведен от ребра:

$$Q_p = \Theta_0 \sqrt{\alpha u \lambda f} \cdot th(m \cdot l_{эф}), \quad (30)$$

где  $\Theta_0$  – разность температур потока и окружающей среды, К;  
 $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности ребра в окружающую среду,  $\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ ;

$$u = 2 \cdot b + 2 \cdot \delta \quad (31)$$

$b$  – ширина ребра, м;  $\delta$  – толщина ребра, м;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности материала батареи,  $\frac{Вт}{м \cdot К}$ ;

$$f = b \cdot \delta \quad (32)$$

$$m = \sqrt{\frac{\alpha \cdot u}{\lambda \cdot f}} \quad (33)$$

$$l_{эф} = l + \frac{\delta}{2} \quad (34)$$

$l$  – длина ребра, м.

Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  от наружной поверхности радиатора рассчитывается аналогично коэффициенту теплоотдачи от наружной

поверхности трубы змеевика, за исключением того, что коэффициенты  $B$  и  $n$ , зависящие от значения произведения  $Gr \cdot Pr$ , выбираются для вертикальной поверхности.

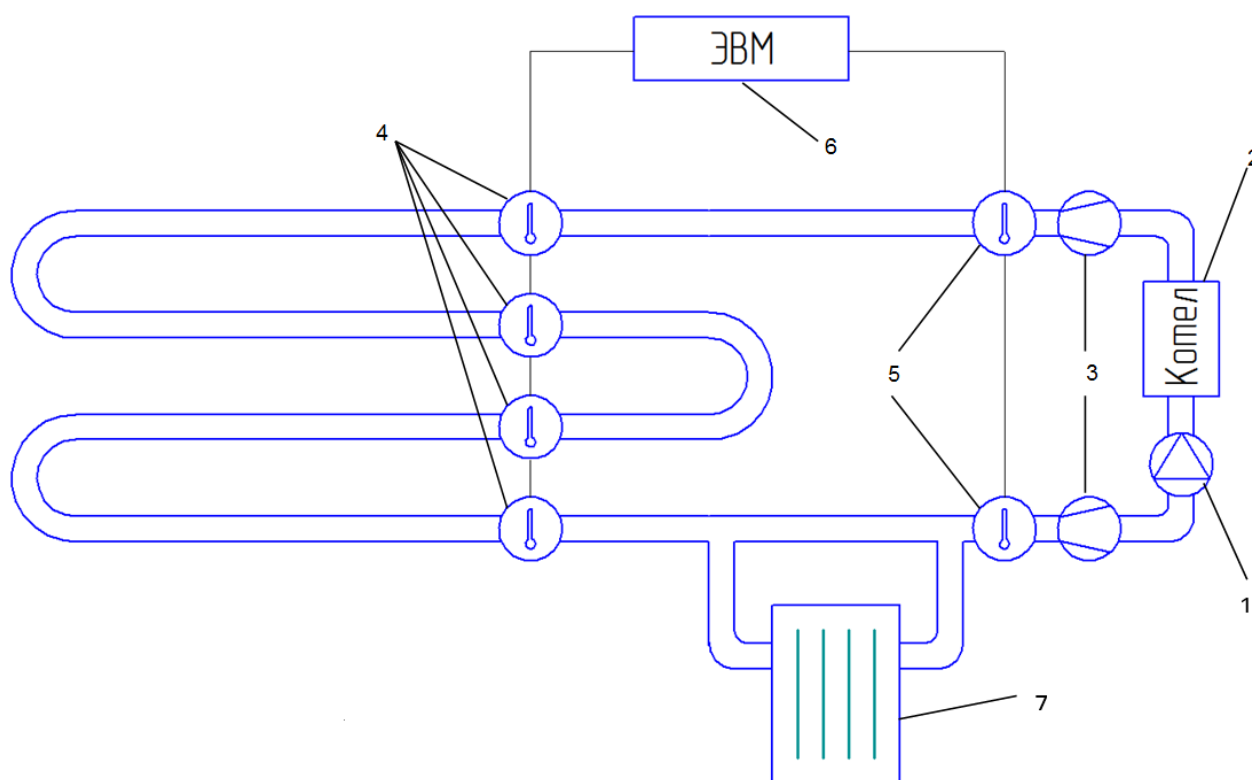
После расчета всех компонент уравнения теплового баланса (13) выполняется проверка. Если обозначить левую часть уравнения  $Q_1$ , а правую –  $Q_2$ , относительная погрешность  $\delta$  будет рассчитываться следующим образом:

$$\delta = \frac{|Q_1 - Q_2|}{\frac{Q_1 + Q_2}{2}} \quad (35)$$

Точность расчетов считается удовлетворительной при  $\delta \leq 10\%$ .

### **Описание установки**

Общая схема установки приведена на рисунке 5.



**Рис. 5. Схема экспериментальной установки: 1 – насос; 2 – котел; 3 – расходомеры; 4 – термометры, измеряющие температуру стенок змеевика; 5 – термометры, измеряющие температуру потока; 6 – ЭВМ; 7 – радиатор отопления.**

Горячая вода или другой теплоноситель прокачивается по замкнутому контуру центробежным насосом (1). Из насоса вода поступает в регулируемый электронагреватель ЭНВ-2,5 (2). На входе в змеевик установлен расходомер ETW 13667-06 турбинного типа (3), принцип действия которого состоит в измерении числа оборотов крыльчатки, вращающейся под действием протекающего теплоносителя. Далее вода проходит в змеевик, состоящий из медной трубы. В контуре предусмотрен радиатор отопления Sira Swing H.500 (7), через который может проходить теплоноситель. На выходе из змеевика так же установлен расходомер ETW 13667-06 (3). На поверхности трубы расположены 6 датчиков температуры DS18B20 (4) (T3, T4, T5, T6, T7, T8) для измерения температуры стенки трубы. 4 датчика температуры DS18B20 (5) установлены внутри трубы и предназначены для измерения температуры теплоносителя внутри во входном (датчики T1, T2) и в выходном сечениях (датчики T9, T10). Для работы с датчиками используется ЭВМ (6) с установленной программой TempKeeper, с помощью которой осуществляется считывание и сохранение показаний температуры. В программе предусмотрена возможность установления временного интервала, через который снимаются показания подключенных датчиков. Датчики опрашиваются последовательно, время опроса датчика составляет  $\delta t_{1-2} \approx 0,8\text{с}$ . Полученную информацию о значениях температуры программа сохраняет в текстовом файле с указанием временных интервалов измерения.

## **Порядок проведения эксперимента**

### **1) Радиатор не включен в контур.**

1. Определить характеристики установки ( $L$  – длина змеевика, м;  $D$  – наружный диаметр трубы, м;  $\delta$  – толщина стенки трубы, м).
2. Включить компьютер, запустить программу TempKeeper.
3. Включить котел и насос.
4. Измерить расход с помощью двух расходомеров, установленных на входе и выходе из контура змеевика ( $Q_{\text{вх}}$  – расход воды на входе,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $Q_{\text{вых}}$  – расход воды на выходе,  $\text{м}^3/\text{с}$ ).
5. Измерять расход воды каждые 5-7 минут для построения зависимости изменения расхода по времени в связи с изменением вязкости воды из-за нагрева.
6. Измерить температуру воздуха в лаборатории во время проведения эксперимента ( $T_{\text{oc}}$  – температура окружающей среды, К).
7. Когда температура воды в контуре достигнет  $70^\circ\text{C}$ , выключить установку.

### **2) Радиатор включен в контур.**

Последовательность действий аналогична пункту 1.

## **Пояснения к обработке результатов**

1. В зависимости от полученных данных (использование радиатора или исследование трубы) провести обработку полученных результатов по двум методикам (1) – (12) и (13) – (29). Расчет потерь с радиатора провести по формулам (30) – (34). Погрешность расчетов выполнить по формуле (35). Проверить сходимость теплового баланса по уравнению (13).
2. Оценить отдельные составляющие теплового баланса (в процентах) для каждого режима измерений:

- внутренняя энергия, аккумулированная в контрольном объёме –

$$\frac{U_{\text{ак}}}{Q_{\text{ст}}} \cdot 100\%;$$

- поток внутренней энергии через контрольную поверхность –  $\left| \frac{U_s}{Q_{cm}} \right| \cdot 100\%$ ;

- тепловая мощность, затрачиваемая на нагрев трубы  $\frac{Q_{мет}}{Q_{cm}} \cdot 100\%$ ;

- тепловая мощность, передаваемая в окружающую среду за счёт естественной конвекции  $\frac{Q_{конв}}{Q_{cm}} \cdot 100\%$ ;

- тепловая мощность, передаваемая в окружающую среду за счёт излучения  $\frac{Q_{изл}}{Q_{cm}} \cdot 100\%$ .

3. Коэффициент теплоотдачи от теплоносителя к стенке трубы змеевика вычислить по следующему алгоритму:

- Определяющая температура  $T_{опр}$  принимается равной температуре среды.

- При температуре  $T_{опр}$  по таблице П.2 определить параметры среды ( $\lambda, \beta, \nu, Pr, Pr_0$ ).

- Определить число Рейнольдса для потока.

- В зависимости от значения критерия Рейнольдса рассчитать критерий Нуссельта. Множитель  $\left( \frac{Pr}{Pr_0} \right)^{0,25}$  принимается равным 1.

- При расчете коэффициент теплоотдачи характерным размером принимается внутренний диаметр трубы.

4. Коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности трубы змеевика в окружающую среду вычислить по следующему алгоритму:

- За определяющую температуру  $T_{опр}$  принимаем температуру окружающей среды.

- Характерный размер принимается равным внешнему диаметру трубы.

- При температуре  $T_{опр}$  по таблице П.1 определяем параметры среды ( $\lambda, \beta, \nu, Pr$ ).

- Вычисляем произведение  $Gr \cdot Pr$ .

- По Таблице 1 определяем значения коэффициентов  $B$  и  $n$ .

- Вычисляется значение критерия Нуссельта и коэффициента теплообмена.

5. Определить относительную погрешность расчета по формуле (35) и сравнить ее с допустимой.

## **2) Радиатор включен в контур.**

При включении радиатора в контур единственным отличием является дополнительное слагаемое в правой части уравнения теплового баланса (13), отвечающего за теплопотери радиатора. Это слагаемое определяется следующим образом:

1. Подобрать параметры эквивалента радиатора: ширину ребра, количество и длину ребер таким образом, чтобы суммарная площадь поверхности ребер равнялась площади поверхности радиатора, указанной в паспорте (таблица П.3).

2. По формуле (31) определить коэффициент  $u$ .

3. По формуле (32) определить коэффициент  $f$ .

4. По формуле (34) определить коэффициент  $I_{эф}$ .

5. По аналогии с расчетом коэффициента теплоотдачи от потока к стенке трубы змеевика рассчитать коэффициент теплоотдачи для радиатора. Коэффициенты  $B$  и  $n$  выбираются для вертикальной стенки.

6. По формуле (33) определить коэффициент  $m$ .

7. По формуле (30) определить потери тепла с одного ребра.

8. Рассчитать общие теплопотери радиатора, домножив теплопотери с одного ребра на количество ребер.

9. Проверить сходимость теплового баланса с учетом слагаемого, отвечающего за потери тепла от радиатора, оценить относительную погрешность.

### ***Контрольные вопросы:***

1. За счет чего происходят потери тепла для любой системы в общем случае?
2. Чем главным образом определяются теплопотери при вынужденной конвекции в трубах и каналах?
3. Напишите формулу для расчета коэффициента теплопередачи при течении теплоносителя в цилиндрической трубе.
4. При каком значении числа Рейнольдса течение в гладких цилиндрических трубах перестает быть ламинарным?
5. С чем связано возникновение свободной конвекции?
6. Как определяется безразмерный критерий Грасгофа и каков его физический смысл?
7. Оцените в процентном соотношении вклад каждого слагаемого в уравнение теплового баланса (1).

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПРОТАИВАНИЯ И ТЕРМОСТАБИЛИЗАЦИИ МЕРЗЛОГО ГРУНТА ПОД РЕЗЕРВУАРОМ С ГОРЯЧИМ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕМ

**Цель работы:** расчетно-экспериментальное исследование процессов протаивания и термостабилизации мерзлого грунта под резервуаром с горячим теплоносителем.

#### **Краткая теория**

Задачу о промерзании (протаивании) пород с образованием границы раздела фаз называют задачей Стефана. Для моделирования состояния грунтов под сооружениями на вечной мерзлоте, охлаждаемыми системами термостабилизации, необходимо решать нелинейную задачу Стефана. Постановка данной задачи записывается следующим образом.

**Численное решение.** При моделировании фазовых превращений «мерзлый грунт – талый грунт», фазовый переход происходит при заданной постоянной температуре фазового перехода  $t_f$ . Пусть фазовый переход происходит на границе раздела фаз  $S$ , причем  $S = S(\tau)$ .

Эта граница разделяет расчетную область  $\Omega$  на две подобласти: область, занятую талым грунтом, где температура превышает температуру фазового перехода:

$$\Omega^+(\tau) = \{(x, y, z) \in \Omega, t(x, y, z, \tau) > t_f\}$$

и область, занятую мерзлым грунтом:

$$\Omega^-(\tau) = \{(x, y, z) \in \Omega, t(x, y, z, \tau) < t_f\}$$

(рисунок 1).

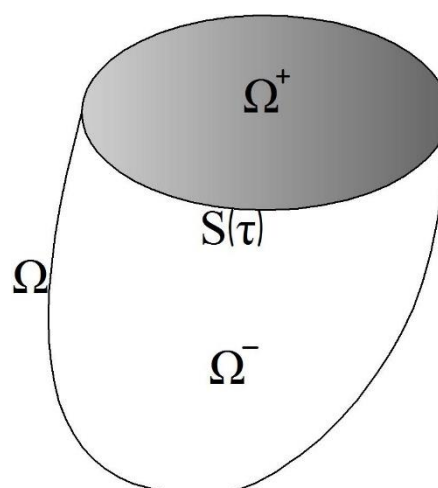


Рис. 1. Расчетная область.

Уравнение теплопроводности в мерзлом грунте имеет вид

$$c^- \rho^- \frac{\partial t^-}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda^- \cdot \nabla t^-) + f^-, \quad (x, y, z, \tau) \in Q^-, \quad (1)$$

где  $c^-$  – удельная теплоемкость мерзлого грунта, Дж/(кг·К);

$\rho^-$  – плотность мерзлого грунта, кг/м<sup>3</sup>;

$\lambda^-$  – коэффициент теплопроводности мерзлого грунта, Вт/(м·К);

$f^-$  – источник тепла в мерзлом грунте, Вт/м<sup>3</sup>;

$Q^-(\tau) = \{(x, y, z, \tau) | (x, y, z) \in Q^-, 0 < \tau < \tau_{max}\}$ .

Учитывая конвективный перенос в талом грунте

$$c^+ \rho^+ \left( \frac{\partial t^+}{\partial \tau} + v \cdot \nabla t^+ \right) = \operatorname{div}(\lambda^+ \cdot \nabla t^+) + f^+, \quad (x, y, z, \tau) \in Q^+, \quad (2)$$

где  $c^+$  – удельная теплоемкость талого грунта, Дж/(кг·К);

$\rho^+$  – плотность талого грунта, кг/м<sup>3</sup>;

$\lambda^+$  – коэффициент теплопроводности талого грунта, Вт/(м·К);

$f^+$  – источник тепла в талом грунте, Вт/м<sup>3</sup>;

$v$  – скорость фильтрации, м<sup>2</sup>/с;

$Q^+(\tau) = \{(x, y, z, \tau) | (x, y, z) \in Q^+, 0 < \tau < \tau_{max}\}$ .

На границе контакта двух сред справедливы предположения о непрерывности температуры

$$t^+ - t^- = 0, \quad (x, y, z) \in S \quad (3)$$

Фазовый переход сопровождается выделением (поглощением) определенного количества тепла. Поэтому тепловой поток на границе фазового перехода разрывен и определяется как

$$\lambda^+ \frac{\partial t^+}{\partial n} - \lambda^- \frac{\partial t^-}{\partial n} = -L \cdot V_n, \quad (x, y, z) \in S, \quad (4)$$

где  $L$  – энтальпия фазового перехода, Дж;

$V_n$  – скорость движения границы фазового перехода по нормали, м/с.

Граница фазового перехода  $S$  определяется на каждый момент времени при постоянной температуре  $t_f$  следующим образом:

$S = S(\tau) = (x, y, z) \in \Omega$ ,  $t(x, y, z, \tau) = t_f$ . Если на границе фазового перехода выполнены условия первого рода, то

$$t(x, y, z, \tau) = t_f, \quad (x, y, z) \in S(\tau) \quad (5)$$

[Спасенникова, 2015]

Условия (3) – (5) есть условия Стефана, а соответствующая задача для уравнений (1), (2) называется задачей Стефана. Рассматриваемая задача характеризуется тем, что исследуются процессы в обеих фазах, поэтому в этом случае говорят о двухфазной задаче Стефана [Крылов, 2014].

Переход от уравнений (1), (2) с условиями (3) – (5) к одному уравнению теплопроводности записывается в виде уравнения

$$c\rho \left( \frac{\partial t}{\partial \tau} + v \cdot \nabla t \right) = \operatorname{div}(\lambda \cdot \nabla t) - \delta_S \cdot L \cdot V_n + f, \quad (x, y, z, \tau) \in Q, \quad (6)$$

Вблизи границы фазового фронта введем локальную ортогональную координатную систему  $(x', y', z')$ , метрические коэффициенты которой равны 1. В этих новых координатах поверхностная  $\delta$  – функция  $\delta_S = \delta(x' - x'_0)$ , где  $x' = x'_0$  определяет границу  $S$ . Аналогично для скорости движения свободной границы  $V_n = \frac{dx'}{d\tau}$ . Условие Стефана (5) соответствует тому, что в новых координатах  $t = t(x', y', z', \tau)$ ,  $t(x'_0, y', z', \tau) = t_f$ . С учетом этого получим

$$\delta_S \cdot V_n = \delta(x' - x'_0) \frac{dx'}{d\tau} = \delta(t - t_f) \frac{dt}{d\tau} \quad (7)$$

Подстановка (7) в (6) дает

$$\left( c\rho + L \cdot \delta(t - t_f) \right) \cdot \left( \frac{\partial t}{\partial \tau} + v \cdot \nabla t \right) = \operatorname{div}(k \cdot \nabla t) + f, \quad (8)$$

$$(x, y, z, \tau) \in Q,$$

Учет теплоты фазового перехода эквивалентен заданию эффективной теплоемкости

$$c_{eff} = c + \rho^{-1} \cdot L \cdot \delta(t - t_f) \quad (9)$$

Квазилинейное уравнение теплопроводности (8) лежит в основе эффективных вычислительных процедур приближенного решения задач типа Стефана. Используемый метод, описанный в работе [Самарский, 2003], называется методом эффективной теплоемкости.

Величина  $L$ , как следует из работы [Лыков, 1967], равна

$$L = r \cdot (w - w_{нв}) \cdot \gamma_{ск}, \quad (10)$$

где  $r$  — удельная теплота плавления льда, Дж/кг;

$w$  — влажность грунта;

$w_{нв}$  — влажность за счет незамерзшей воды;

$\gamma_{ск}$  — плотность скелета грунта, кг/м<sup>3</sup>.

Рассмотрим модельную двухфазную задачу Стефана в прямоугольнике  $\Omega$  (рисунок 2). Свободная граница  $S = S(\tau)$  разбивает область  $\Omega$  на

две подобласти  $\Omega^+(\tau)$  и  $\Omega^-(\tau)$ .

В обеих подобластях выполняется уравнение теплопроводности.

Теплофизические параметры мерзлой (с индексом «—») и талой (с индексом «+») фаз постоянны.

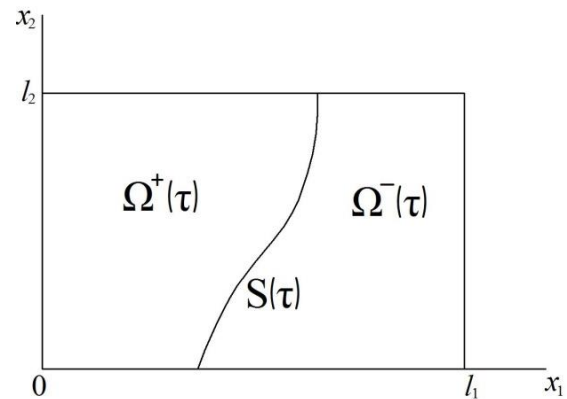


Рис. 2. Расчетная область для решения двухфазной задачи Стефана.

$$c^\pm \frac{\partial t^\pm}{\partial n} - \lambda^\pm \sum_{\sigma=1}^2 \frac{\partial^2 t^\pm}{\partial x_\sigma^2} = 0, \quad x = (x_1, x_2) \in \Omega^\pm(\tau), 0 < \tau < \tau_{max} \quad (11)$$

В начальный момент задается некоторое распределение температуры

$$t^\pm(x, 0) = t_0(x), \quad x \in \Omega^\pm(0) \quad (12)$$

Пусть  $\gamma^\pm = \gamma^\pm(\tau) = \partial\Omega \cap \partial\Omega^\pm(\tau)$

$$t^\pm(x, \tau) = g(x, \tau), \quad x \in \gamma^\pm, \quad 0 < \tau < \tau_{max} \quad (13)$$

Температуру фазового перехода принимаем равной нулю, поэтому свободная граница  $S$  определяется следующим образом:

$$S(\tau) = \{x | x \in \Omega, \quad t(x, \tau) = 0\} \quad (14)$$

На ней выполнены два условия сопряжения, отражающие непрерывность температуры и закон сохранения тепла

$$t^+ - t^- = 0, \quad x \in S(\tau) \quad (15)$$

$$\lambda^+ \frac{\partial t^+}{\partial n} - \lambda^- \frac{\partial t^-}{\partial n} = -L \cdot V_n, \quad x \in S(\tau) \quad (16)$$

Рассматриваемая двухфазная задача Стефана (11) – (16) может быть записана в виде одного общего уравнения теплопроводности во всей области  $\Omega$ . Пусть  $\delta(t)$  – дельта-функция, тогда вместо уравнений (11) и условий сопряжения (14) – (16) можно рассматривать одно уравнение теплопроводности

$$(c(t) + L \cdot \delta(t)) \frac{\partial t}{\partial \tau} - \sum_{\sigma=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_{\sigma}} \left( \lambda(t) \frac{\partial t}{\partial x_{\sigma}} \right) = 0, \quad x \in \Omega, 0 < \tau < \tau_{max} \quad (17)$$

Коэффициенты теплоемкости и теплопроводности разрывны и имеют вид

$$c(t) = \begin{cases} c^+, t > 0, & x \in \Omega^+ \\ c^-, t < 0, & x \in \Omega^- \end{cases}$$

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda^+, t > 0, & x \in \Omega^+ \\ \lambda^-, t < 0, & x \in \Omega^- \end{cases}$$

В соответствии с (12) и (13) уравнение (17) дополняется условиями

$$t(x, 0) = t_0(x), \quad x \in \Omega(0) \quad (18)$$

$$t(x, \tau) = g(x, \tau), \quad x \in \partial\Omega, \quad 0 < \tau < \tau_{max} \quad (19)$$

В уравнении (17) теплоемкость  $c(t)$  и слагаемое  $L \cdot \delta(t)$  входят одинаковым образом. Заменяя дельта-функцию  $\delta(t)$  некоторой функцией  $\delta(t, \Delta)$ , которая отлична от нуля только внутри интервала сглаживания  $[-\Delta; \Delta]$ , введем эффективную сглаженную теплоемкость

$$\tilde{c}(t) = c(t) + L \cdot \delta(t, \Delta) \quad (20)$$

Тогда вместо (17) находится решение уравнения (21)

$$\tilde{c}(t) \frac{\partial t}{\partial \tau} - \sum_{\sigma=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_{\sigma}} \left( \lambda(t) \frac{\partial t}{\partial x_{\sigma}} \right) = 0, \quad x \in \Omega, 0 < \tau < \tau_{max} \quad (21)$$

В вычислительной практике получили распространение аппроксимационные формулы для  $\delta(t, \Delta)$ , которые строятся из условия сохранения баланса тепла на интервале  $[-\Delta; \Delta]$ . Простейшая из них связана заданием функции  $\delta(t, \Delta)$

$$\delta(t, \Delta) = \begin{cases} 0 & \text{при } |t - t_f| > \Delta \\ \frac{1}{2\Delta} & \text{при } |t - t_f| < \Delta \end{cases} \quad (22)$$

На точность разностного решения существенное влияние оказывает величина параметра сглаживания  $\Delta$ , который зависит от используемой сетки и определяется эмпирически в результате методических расчетов.

Разностная схема, соответствующая уравнению (21), записывается в виде

$$\begin{aligned} t(i, j, k, n + 1) = & t(i, j, k, n) + \frac{a(i, j, k) \cdot \tau}{h_x^2} \cdot [t(i + 1, j, k, n) + \\ & + t(i - 1, j, k, n) - 2 \cdot t(i, j, k, n)] + \frac{a(i, j, k) \cdot \tau}{h_y^2} \cdot [t(i, j + 1, k, n) + \\ & + t(i, j - 1, k, n) - 2 \cdot t(i, j, k, n)] + \frac{a(i, j, k) \cdot \tau}{h_z^2} \cdot [t(i, j, k + 1, n) + \\ & + t(i, j, k - 1, n) - 2 \cdot t(i, j, k, n)], \end{aligned} \quad (23)$$

$$\text{где } a(i, j, k) = \begin{cases} a_m & \text{при } t(i, j, k, n) < (t_f - \Delta) \\ \frac{0,5 \cdot (\lambda_m + \lambda_M)}{0,5 \cdot (c_m + c_M) + L/2\Delta} & \text{при } (t_f - \Delta) < t(i, j, k, n) < (t_f + \Delta) \\ a_M & \text{при } t(i, j, k, n) > (t_f + \Delta) \end{cases}$$

Здесь  $a_T, a_M$  – коэффициенты температуропроводности талого и мерзлого грунтов соответственно,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $\lambda_m, \lambda_M$  – коэффициенты теплопроводности талого и мерзлого грунтов соответственно,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ;  $c_m, c_M$  – удельные теплоемкости талого и мерзлого грунтов соответственно,  $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ ;  $\Delta$  – величина, определяющая диапазон температур, при которых идет фазовый переход.

Сетка пространственных и временных координат в расчетной области, а также критерий устойчивости явной разностной схемы задаются следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
 x_i &= i \cdot h_x, & 0 \leq i \leq i_{max} \\
 y_j &= j \cdot h_y, & 0 \leq j \leq j_{max} \\
 z_k &= k \cdot h_z, & 0 \leq k \leq k_{max} \\
 \tau_n &= n \cdot h_\tau, & 0 \leq n \leq n_{max} \\
 h_\tau &\leq \frac{1}{3a} \left( \frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_y^2} + \frac{1}{h_z^2} \right)^{-1},
 \end{aligned} \tag{24}$$

где  $a = \max(a_T, a_M)$ ;  $h_x, h_y, h_z$  – величины шагов по координатам  $x, y, z$  соответственно;  $h_\tau$  – шаг по времени;  $i_{max}, j_{max}, k_{max}$  – максимальные значения  $i, j, k$ , задающие размеры расчетной области;  $n_{max}$  – параметр, задающий момент времени, в который определяется температурное поле.

Расчетная сетка подбирается всегда таким образом, чтобы узлы решетки проходили через трубы охлаждающей системы (трубы охлаждающей системы считаются линейными источниками холода) [Спасенникова, 2015].

Геометрические характеристики рабочей области и граничные условия, используемые при численном решении задачи о протаивании и термостабилизации мерзлого грунта под резервуаром с горячим теплоносителем, представлены на рисунках 3, 4.

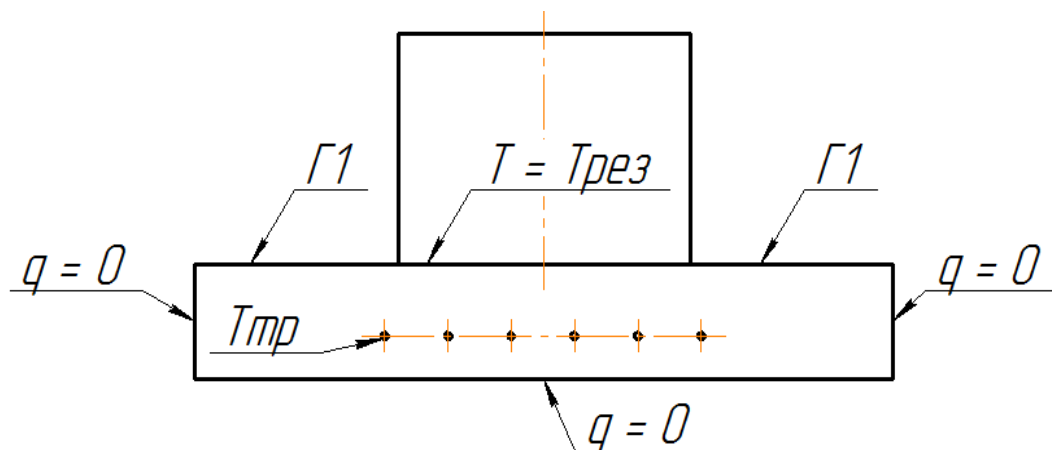
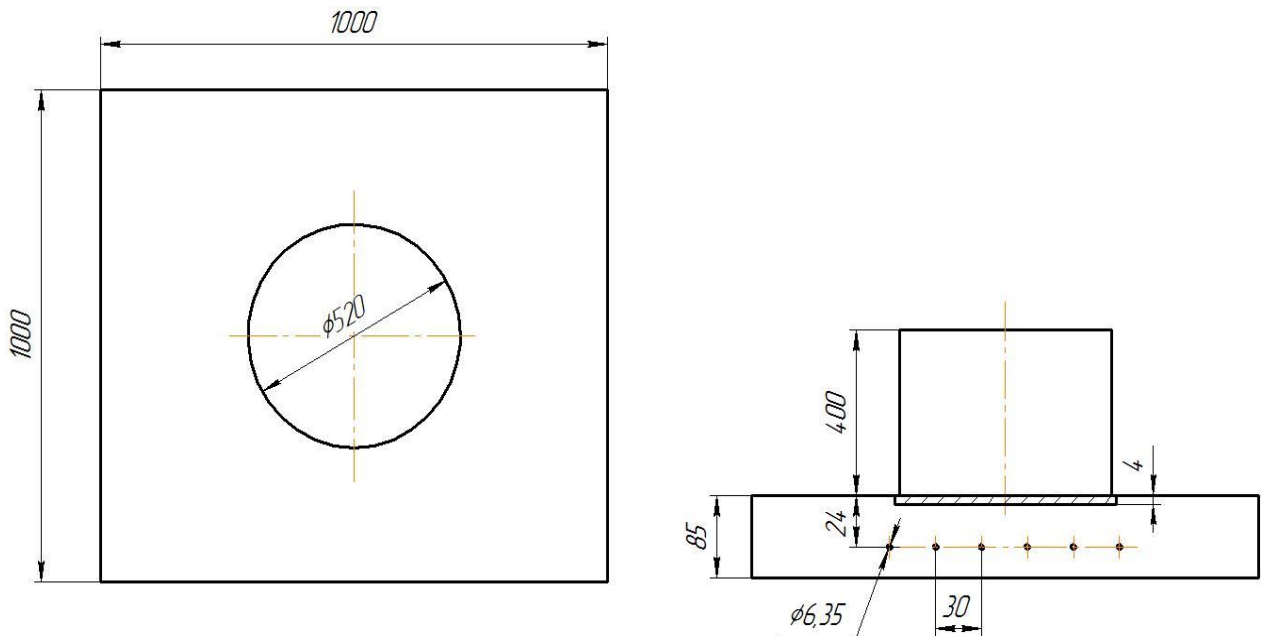


Рис. 3. Граничные условия.



**Рис. 4. Геометрические характеристики расчетной области.**

На границе Г1 задано следующее условие:

$$k \cdot (T_{\text{гр}} - T_{\text{окр.ср}}) = -\lambda \cdot \text{grad}T, \quad (25)$$

где  $k$  – коэффициент теплопередачи от воздуха в грунт, Вт/(м<sup>2</sup>·К);

$T_{\text{гр}}$  – температура грунта, К;

$T_{\text{окр.ср}}$  – температура воздуха внутри климатической камеры, К;

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности грунта, Вт/(м·К).

Коэффициент теплопередачи  $k$  равен

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{\delta_{uz}}{\lambda_{uz}} \quad (26)$$

Здесь  $\delta_{uz}$  – толщина слоя теплоизоляционного материала, мм;

$\lambda_{uz} = 0,034$  Вт/(м·К) – коэффициент теплопроводности фольгоизолон;

$\alpha$  – коэффициент теплоотдачи от воздуха в грунт, определяемый по соотношению

$$\alpha = \frac{B \cdot (Gr \cdot Pr)^n \cdot \lambda_{\text{возд}}}{l}, \quad (27)$$

где  $B, n$  – коэффициенты, зависящие от произведения  $Gr \cdot Pr$ ;

$Pr$  – число Прандтля;

$\lambda_{\text{возд}}$  – коэффициент теплопроводности воздуха, Вт/(м·К);

$l$  – характерный размер задачи. В данном случае длина линии соприкосновения грунта с воздухом в камере, м;

$Gr$  – число Грасгофа, равное

$$Gr = \frac{g \cdot \Delta T \cdot l^3}{T_{\text{возд}} \cdot \nu^2} \quad (28)$$

где  $g$ - ускорение свободного падения,  $\text{м}/\text{с}^2$ ;

$\nu$  – кинематическая вязкость среды,  $\text{м}^2/\text{с}$ .

Если  $10^3 < (Gr \cdot Pr) < 10^7$ , то  $B = 0,5$ ,  $n = 0,25$ .

Если  $(Gr \cdot Pr) \geq 10^7$ , то  $B = 0,135$ ,  $n = 1/3$ .

На границе взаимодействия труб охлаждающей системы и грунта задано граничное условие первого рода  $T = T_{\text{тр}} = 1,1 \cdot T_{\text{хлад}}$ .

Температура хладагента  $T_{\text{хлад}}$  на участке трубы вычисляется по соотношению

$$T_{\text{хлад}} = T_{\text{гр}} + (T_0 - T_{\text{гр}}) \cdot e^{-a \cdot x}, \quad (29)$$

где  $T_0$  – начальная температура хладагента, К;

$x$  – участок длины, м;

$a = \frac{k \cdot \pi \cdot d}{G \cdot c_p}$  – параметр Шухова,  $\text{м}^{-1}$ ;

$d$  – внутренний диаметр трубы, м;

$G$  – расход хладагента,  $\text{кг}/\text{с}$ ;

$c_p$  – удельная теплоемкость хладагента,  $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ ;

$k$  – коэффициент теплопередачи,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  [Шастунова, 2015].

Коэффициент теплопередачи определяется по соотношению

$$k = \alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d}, \quad (30)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности хладагента,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ;

$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{cm}} \right)^{0,25}$  – число Нуссельта;

$Re = \frac{4 \cdot G}{\pi \cdot d \cdot \mu}$  – число Рейнольдса;

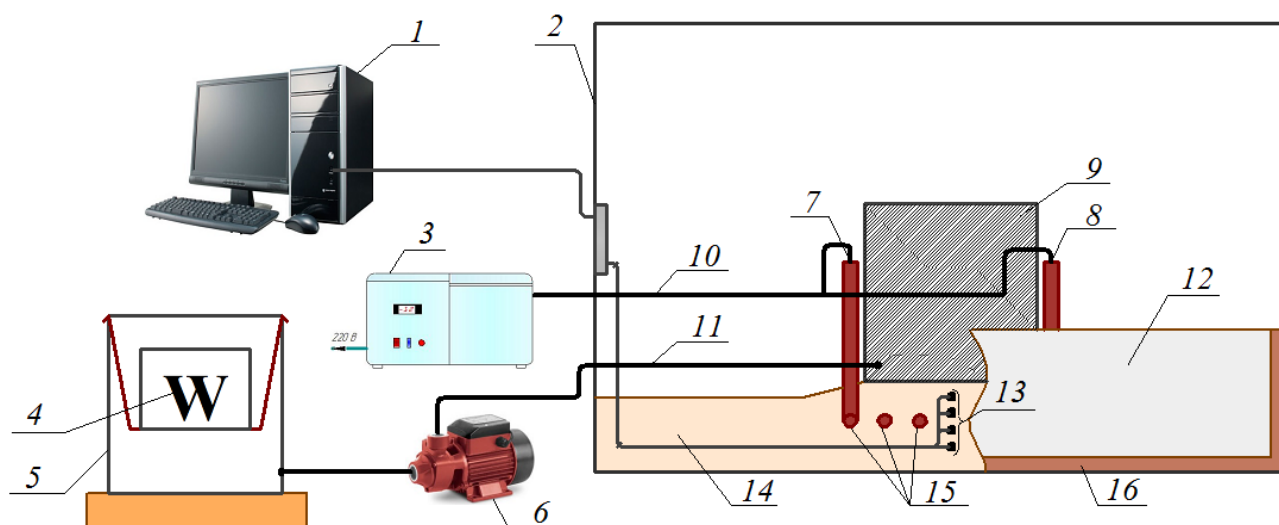
$Pr = \frac{\mu \cdot c_p}{\lambda}$  – число Прандтля при средней температуре хладагента;

$Pr_{ст}$  – число Прандтля при температуре стенки;

$\mu$  – динамическая вязкость хладагента, Па·с.

### **Описание установки**

Экспериментальная установка состоит из следующих элементов: климатической камеры (2), деревянного лотка (16) с теплоизоляцией (12), модели резервуара вертикального стального (9), насоса (6), системы нагрева (4, 5), системы охлаждающих труб (7, 8, 15), криостата (3) и автоматизированной системы измерения температуры в грунте и резервуаре (1, 13).



**Рис. 5. Схема экспериментальной установки: 1 – персональный компьютер; 2 – климатическая камера; 3 – криостат; 4 – нагревательный элемент; 5 – емкость для нагрева нефти; 6 – насос; 7 – вход в систему охлаждающих труб; 8 – выход из системы охлаждающих труб; 9 – модель резервуара вертикального стального; 10 – шланг для перекачки хладагента; 11 – шланг для перекачки теплоносителя; 12 – теплоизоляция рабочей области; 13 – датчики температуры; 14 – грунт; 15 – система охлаждающих труб; 16 – деревянный лоток.**

Деревянный лоток, ограничивающий рабочую область грунта, имеет размеры 1190 × 1290 × 350 мм. Лоток изолирован листами пенополистирола толщиной 100 мм, что позволяет при численном моделировании считать равным нулю тепловой поток через стенки морозильной камеры.

Резервуар представляет собой вертикальный цилиндрический сосуд диаметром 520 мм и высотой 400 мм. Под резервуаром расположен

слой теплоизоляции, выполненный из листа фольгоизолон толщиной 4 мм. Также фольгоизолоном покрыт верхний слой грунта, что имитирует снежный покров.

Для перекачки горячего теплоносителя применяется реверсивный насос ROVER Pompe BE-M 20. Производительность насоса 1700 л/час.

Система термостабилизации грунта представлена криостатом и системой охлаждающих труб, выполненных в виде змеевика. Диаметр охлаждающих трубок 6,35 мм, шаг между осями труб равен 30 мм, общее число витков – 11. Змеевик помещен под резервуаром на глубине 24 мм. В качестве хладагента применяется тосол, циркулирующий по трубам со скоростью 0,1 м/с.

Используемый в эксперименте грунт представлен среднезернистым песком, теплофизические свойства которого приведены в таблице 1.

Влажность грунта непосредственно перед выполнением эксперимента определяется методом высушивания до постоянной массы согласно ГОСТ 5180-84.

**Таблица 1. Теплофизические свойства грунта.**

|                                   |               |      |
|-----------------------------------|---------------|------|
| Плотность, кг/м <sup>3</sup>      |               | 2083 |
| Теплопроводность, Вт/(м·К)        | мерзлый грунт | 3,13 |
|                                   | талый грунт   | 2,38 |
| Удельная теплоемкость, кДж/(кг·К) | мерзлый грунт | 0,95 |
|                                   | талый грунт   | 1,06 |

Автоматизированная система измерения температуры включает в себя цифровые датчики температуры DS18B20, персональный компьютер, COM адаптер однопроводной сети 1-Wire, стабилизированный источник питания.

В экспериментальной установке применяются 43 датчика: 35 датчиков установлены в исследуемом грунте по слоям, один из которых совпадает с плоскостью расположения змеевика (рисунок 6); 6 датчиков установлены на стенке резервуара на разной высоте; по 1 датчику установлены на стенке климатической камеры и в резервуаре для

нагрева горячего теплоносителя. Координаты датчиков приведены в таблице 2.

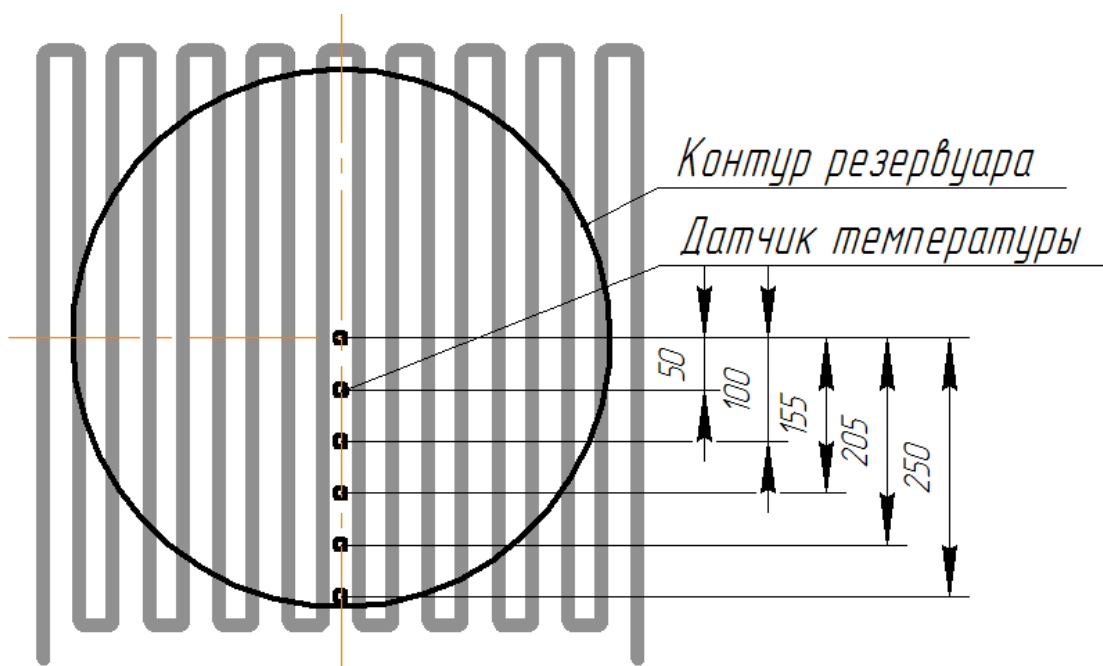


Рис. 6. Схема расположения датчиков температуры в плоскости расположения змеевика

Таблица 2. Координаты датчиков температуры.

| Маркировка датчика | r, мм | z, мм |
|--------------------|-------|-------|
| DS28_003           | 100   | -84   |
| DS28_007           | 75    | -14   |
| DS28_009           | 80    | -44   |
| DS28_010           | 0     | -44   |
| DS28_011           | 235   | -14   |
| DS28_016           | 160   | -44   |
| DS28_017           | 280   | -84   |
| DS28_019           | 0     | -14   |
| DS28_020           | 50    | -24   |
| DS28_022           | 200   | -44   |
| DS28_024           | 120   | -44   |
| DS28_025           | 280   | -44   |
| DS28_026           | 140   | -84   |
| DS28_027           | 250   | -24   |
| DS28_028           | 30    | -14   |
| DS28_029           | 220   | -84   |
| DS28_031           | 40    | -44   |
| DS28_032           | 180   | -84   |
| DS28_033           | 60    | -84   |
| DS28_038           | 250   | -4    |

## Продолжение таблицы 2

|          |                                            |     |
|----------|--------------------------------------------|-----|
| DS28_042 | 190                                        | -4  |
| DS28_043 | 100                                        | -24 |
| DS28_044 | 205                                        | -24 |
| DS28_045 | 140                                        | -4  |
| DS28_046 | 0                                          | -24 |
| DS28_047 | 155                                        | -24 |
| DS28_048 | 125                                        | -14 |
| DS28_050 | 0                                          | -4  |
| DS28_051 | 345                                        | -14 |
| DS28_056 | 240                                        | -44 |
| DS28_061 | 290                                        | -14 |
| DS28_062 | 180                                        | -14 |
| DS28_063 | 50                                         | -4  |
| DS28_064 | 95                                         | -4  |
| DS28_066 | 310                                        | -4  |
| DS28_012 | Воздух в камере                            |     |
| DS28_034 | Газовое пространство                       |     |
| DS28_036 | Вход в резервуар                           |     |
| DS28_049 | Датчик в резервуаре на высоте $h = 100$ мм |     |
| DS28_053 | Датчик в резервуаре на высоте $h = 210$ мм |     |
| DS28_054 | Датчик в резервуаре на высоте $h = 335$ мм |     |
| DS28_055 | Датчик в резервуаре на высоте $h = 10$ мм  |     |
| DS28_057 | Резервуар для нагрева                      |     |

### **Порядок проведения эксперимента**

1. Определите влажность исследуемого грунта методом высушивания до постоянной массы. Для этого взвесьте образец грунта, упакованный плотно в фольге или герметичной упаковке. Поместите образец грунта в сушильный шкаф при температуре  $105\text{ }^{\circ}\text{C}$  на 3 часа. Взвесьте образец грунта и поместите в шкаф на 10 – 15 минут. Затем повторно взвесьте образец грунта. Высушивание проводят до получения разности масс грунта при двух последующих взвешиваниях не более 0,02 г. [ГОСТ 5180-84].

2. Заполнить емкость для нагрева теплоносителя 50 л воды.

3. Установить нагревательные элементы, подключить их к сети.

4. На климатической камере установить требуемую температуру воздуха в рабочей зоне. Для этого нажать и удерживать две кнопки на

панели управления камерой в течение 5 секунд. Установить требуемую температуру с помощью кнопок  $\blacktriangle$  и  $\blacktriangledown$ .

5. Запустить на компьютере программу *Temp Keeper*. Начать запись данных температурных датчиков, нажав на кнопку  $\rightarrow$ .

6. Включить криостат в сеть. Привести тумблер 1 (рисунок 7) в нижнее положение. Запустить мотор-компрессор, переведя тумблер 11 в нижнее положение.

На микроконтроллере 2 установить температуру охлаждения тосола минус 25 °C. Для этого нажмите и удерживайте в течение 5 секунд кнопку «set» на микроконтроллере, затем снова нажмите кнопку «set» и установите температуру с помощью кнопок  $\blacktriangle$  и  $\blacktriangledown$ , нажмите кнопку «fnc». Установить дифференциал 3 °C: нажмите и удерживайте в течение 15 секунд кнопку «set», выберите опцию «Sp» с помощью кнопки «set», затем выберите опцию «dif» и установите дифференциал с помощью кнопок  $\blacktriangle$  и  $\blacktriangledown$ , нажмите кнопку «fnc». Для контроля за температурой тосола нажмите кнопку «set», выберите опцию «Pb2» с помощью кнопки «set».

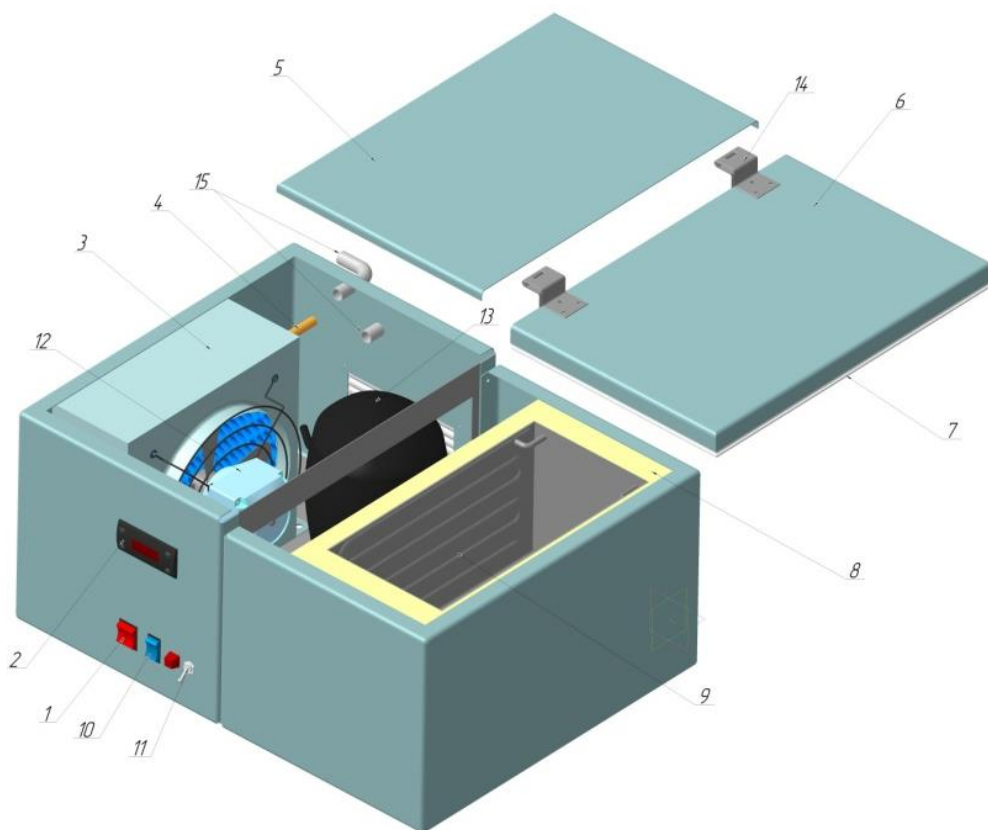


Рис. 7. Общий вид криостата.

7. Периодически помешивая теплоноситель, контролировать его температуру по показаниям датчика DS28\_057. При достижении температуры теплоносителя 35 °С, открыть кран на резервуаре для нагрева. Запустить циркуляцию насосом, нажав регулятор потока в направлении слева направо.

**Внимание!** Во избежание выхода из строя нагревательных элементов, следите за тем, чтобы их рабочая область была скрыта водой. При недостаточном уровне воды в резервуаре, отключите нагревательный элемент от сети.

8. После заправки в резервуар 25 – 30 л теплоносителя, установить регулятор потока насоса в нейтральное положение. Закрыть кран на резервуаре для нагрева.

9. В ходе эксперимента контролировать температуру горячего теплоносителя внутри исследуемого резервуара по показаниям датчиков DS28\_036, DS28\_055. При понижении температуры теплоносителя ниже 31 °С, открыть кран резервуара для нагрева и установить регулятор потока насоса в направлении справа налево.

10. Выкачать из исследуемого резервуара около 10 л теплоносителя, установить регулятор потока насоса в нейтральное положение. Закрыть кран на резервуаре для нагрева.

11. В ходе эксперимента повторять шаги 7 – 10, обеспечивая температуру теплоносителя внутри исследуемого резервуара в интервале 30..35 °С.

12. При достижении температуры грунта в плоскости залегания змеевика (датчики DS28\_020, DS28\_043, DS28\_044, DS28\_046, DS28\_047) 0 °С, включить циркуляцию хладагента. Привести тумблер 10 в нижнее положение. Подключить к сети электрогенератор. Привести тумблер в нижнее положение, установить регулятор напряжения на 10 – 12 В.

13. Продолжать эксперимент до установления теплового равновесия (около 1,5 – 2 часов).

14. По окончании эксперимента завершить запись данных температурных датчиков, нажав кнопку ■.

15. Отключить от сети нагревательные элементы.

16. Установить регулятор напряжения на 0 В, привести тумблер в верхнее положение. Отключить электрогенератор от сети.

17. Привести тумблеры 1, 10, 11 криостата в верхнее положение. Отключить криостат от сети.

18. Привести тумблер климатической камеры в верхнее положение.

19. Отключить насос от сети.

### **Обработка результатов**

1. Экспортировать данные в *Excel*, записать координаты датчиков.

2. Построить температурные поля грунта при протаивании (3 графика в различные моменты времени), непосредственно перед запуском процесса замораживания грунта и при замораживании грунта (3 графика в различные моменты времени). Для построения температурных полей воспользуйтесь программой *Sigma Plot*.

Создайте новый файл, внесите координаты и показания температурных датчиков. Выберите тип графика *Contour Plot*, подтип *Filled Contour*. Формат данных *XYZ Triplet*, обозначьте колонки данных, соответствующих координатам (координате  $r$  эксперимента соответствует координата  $x$  в программе, координате  $z$  – координата  $y$ , значению температуры – координата  $z$ ).

Примечание: в настройках графика установите подписи изолиний. Выберите вкладку *Plots*, затем *Labels*. В пункте *Contour labels* выберите *Major contour labels*. Регулировать частоту подписей температуры можно на шкале *Label frequency*.

3. Постройте график движения нулевой изотермы во время эксперимента.

4. Постройте график изменения температуры грунта вдоль радиуса резервуара на глубинах 4 мм и 14 мм в произвольный момент времени процесса протаивания грунта.

5. Постройте график изменения температуры нефти в ходе эксперимента по показаниям датчика DS28\_036.

### ***Контрольные вопросы***

1. Опишите задачу Стефана. Назовите условия Стефана.

2. Какие допущения были приняты при решении задачи о протаивании и термостабилизации грунта под резервуаром?

3. Перечислите и опишите существующие способы термостабилизации мерзлого грунта под сооружениями в криолитозоне. Какой из способов термостабилизации грунта имитируется в эксперименте?

4. Объясните вид кривой изменения температуры грунта вдоль радиуса резервуара при протаивании грунта.

5. Назовите возможные причины расхождения экспериментальных и расчетных значений температуры грунта.

## ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 5180-84. Грунты. Методы лабораторного определения физических характеристик. Государственный комитет СССР по делам строительства. – М.: Стандартиформ, 1985. – 19 с.
2. Справка программного обеспечения лабораторного комплекса «Теплотехника и термодинамика», – Д: Днепропетровское специальное конструкторское бюро, 2004.
3. Арнольд Л.В., Михайловский Г.А., Селиверстов В.М. Техническая термодинамика и теплопередача, – М: Высшая школа, 1979. – 446 с.
4. Болгарский А.В. и др. Сборник задач по термодинамике и теплопередаче, – М: Высшая школа, 1972. – 304 с.
5. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача, – М: Энергия, 1965. – 424 с.
6. Кислицын А.А. Основы теплофизики: лекции и семинары, – Т: Издательство ТюмГУ, 2002. – 152 с.
7. Краснощеков Е.А., Сукомел А.С. Задачник по теплопередаче, – М: Энергия, 1980. – 288 с.
8. Красных В.Ю., Королев В.Н. Тепломассообмен. Основные формулы, задачи и способы их решения, – Екатеринбург: Издательство УрФУ, 2012. – 64 с.
9. Крылов Д.А. Математическое моделирование температурных полей с учетом фазовых переходов в криолитозоне / Д.А. Крылов // Электронное научно-техническое издание «Наука и образование». – 2012. – № 4. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/354740.html>.
10. Луканин В.Н. и др. Теплотехника, – М: Высшая школа, 1999. – 671 с.
11. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
12. Михеев М.А., Михеева И.М. Краткий курс теплопередачи, – М: Госэнергоиздат, 1960. – 206 с.

13. Самарский А.А. Вычислительная теплопередача / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.

14. Спасенникова К.А. Компьютерное моделирование тепломассопереноса в грунтах под сооружениями, построенными на вечной мерзлоте с использованием сезонных охлаждающих устройств: дисс. ... канд. техн. наук: 25.00.08 / Спасенникова Клавдия Анатольевна. – Тюмень, 2015. – 154 с.

15. Шастунова У.Ю. Расчет системы охлаждения мерзлого грунта под резервуаром с мазутом / У.Ю. Шастунова, Ю.Ф. Янбикова // Достижения и проблемы современной науки: сборник статей международной научно-практической конференции. – 2015. – С. 48-54.

16. Шорин С.Н. Теплопередача, – Л: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, 1952. – 340 с.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица П.1

Физические свойства сухого воздуха ( $P = 760$  мм рт. ст.)

| $t, ^\circ\text{C}$ | $\rho,$<br>кг/м <sup>3</sup> | $C_p,$<br>кДж/(кг · К) | $\lambda \cdot 10^{-2},$<br>Вт/(м · К) | $a$<br>$\cdot 10^{-5},$<br>м <sup>2</sup> /с | $\nu$<br>$\cdot 10^{-6},$<br>м <sup>2</sup> /с | $Pr$  |
|---------------------|------------------------------|------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------------|------------------------------------------------|-------|
| -50                 | 1,584                        | 1,013                  | 2,04                                   | 12,7                                         | 9,23                                           | 0,728 |
| -40                 | 1,515                        | 1,013                  | 2,12                                   | 13,8                                         | 10,04                                          | 0,728 |
| -30                 | 1,453                        | 1,013                  | 2,20                                   | 14,9                                         | 10,80                                          | 0,723 |
| -20                 | 1,395                        | 1,009                  | 2,28                                   | 16,2                                         | 12,79                                          | 0,716 |
| -10                 | 1,342                        | 1,009                  | 2,35                                   | 17,4                                         | 12,43                                          | 0,712 |
| 0                   | 1,293                        | 1,005                  | 2,44                                   | 18,8                                         | 13,28                                          | 0,707 |
| 10                  | 1,247                        | 1,005                  | 2,51                                   | 20,0                                         | 14,16                                          | 0,705 |
| 20                  | 1,205                        | 1,005                  | 2,59                                   | 21,4                                         | 15,06                                          | 0,703 |
| 30                  | 1,165                        | 1,005                  | 2,67                                   | 22,9                                         | 16,00                                          | 0,701 |
| 40                  | 1,128                        | 1,005                  | 2,76                                   | 24,3                                         | 16,96                                          | 0,699 |
| 50                  | 1,093                        | 1,005                  | 2,83                                   | 25,7                                         | 17,95                                          | 0,698 |
| 60                  | 1,060                        | 1,005                  | 2,90                                   | 36,2                                         | 18,97                                          | 0,696 |
| 70                  | 1,029                        | 1,009                  | 2,96                                   | 38,6                                         | 20,02                                          | 0,694 |
| 80                  | 1,000                        | 1,009                  | 3,05                                   | 30,2                                         | 21,09                                          | 0,692 |
| 90                  | 0,972                        | 1,009                  | 3,13                                   | 31,9                                         | 22,10                                          | 0,690 |
| 100                 | 0,946                        | 1,009                  | 3,21                                   | 33,6                                         | 23,13                                          | 0,688 |
| 120                 | 0,898                        | 1,009                  | 3,34                                   | 36,8                                         | 25,45                                          | 0,686 |
| 140                 | 0,854                        | 1,013                  | 3,49                                   | 40,3                                         | 27,80                                          | 0,684 |
| 160                 | 0,815                        | 1,017                  | 3,64                                   | 43,9                                         | 30,09                                          | 0,682 |
| 180                 | 0,779                        | 1,022                  | 3,78                                   | 47,5                                         | 32,49                                          | 0,681 |
| 200                 | 0,746                        | 1,026                  | 3,93                                   | 51,4                                         | 34,85                                          | 0,680 |
| 250                 | 0,674                        | 1,038                  | 4,27                                   | 61,0                                         | 40,61                                          | 0,677 |
| 300                 | 0,615                        | 1,047                  | 4,60                                   | 71,6                                         | 48,33                                          | 0,674 |
| 350                 | 0,566                        | 1,059                  | 4,91                                   | 81,9                                         | 55,46                                          | 0,676 |
| 400                 | 0,524                        | 1,068                  | 5,21                                   | 93,1                                         | 63,09                                          | 0,678 |
| 500                 | 0,450                        | 1,093                  | 5,74                                   | 115,3                                        | 79,38                                          | 0,687 |
| 600                 | 0,404                        | 1,114                  | 6,22                                   | 138,3                                        | 96,89                                          | 0,699 |
| 700                 | 0,362                        | 1,135                  | 6,71                                   | 163,4                                        | 115,4                                          | 0,706 |
| 800                 | 0,329                        | 1,150                  | 7,18                                   | 188,8                                        | 134,8                                          | 0,713 |
| 900                 | 0,301                        | 1,172                  | 7,63                                   | 216,2                                        | 155,1                                          | 0,717 |
| 1000                | 0,277                        | 1,185                  | 8,07                                   | 245,9                                        | 177,1                                          | 0,719 |
| 1100                | 0,257                        | 1,197                  | 8,50                                   | 276,2                                        | 199,3                                          | 0,722 |
| 1200                | 0,239                        | 1,210                  | 9,15                                   | 316,5                                        | 233,7                                          | 0,724 |

## Физические параметры воды на линии насыщения

| $t, ^\circ\text{C}$ | $\rho,$<br>кг/м <sup>3</sup> | $C_p,$<br>кДж/(кг · К) | $\lambda \cdot 10^{-2},$<br>Вт/(м · К) | $\alpha$<br>$\cdot 10^{-7},$<br>м <sup>2</sup> /с | $\nu$<br>$\cdot 10^{-6},$<br>м <sup>2</sup> /с | $\beta$<br>$\cdot 10^{-4},$<br>1/К | $Pr$  |
|---------------------|------------------------------|------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------|-------|
| 0                   | 999,90                       | 4,212                  | 55,1                                   | 1,308                                             | 1,789                                          | 0,63                               | 13,67 |
| 10                  | 999,70                       | 4,131                  | 57,4                                   | 1,372                                             | 1,306                                          | 0,70                               | 9,52  |
| 20                  | 998,20                       | 4,183                  | 59,9                                   | 1,433                                             | 1,006                                          | 1,82                               | 7,02  |
| 30                  | 995,70                       | 4,174                  | 61,8                                   | 1,486                                             | 0,805                                          | 3,21                               | 5,42  |
| 40                  | 992,20                       | 4,174                  | 63,4                                   | 1,531                                             | 0,659                                          | 3,87                               | 4,61  |
| 50                  | 988,10                       | 4,174                  | 64,8                                   | 1,570                                             | 0,556                                          | 4,49                               | 3,14  |
| 60                  | 983,20                       | 4,179                  | 65,9                                   | 1,606                                             | 0,478                                          | 5,11                               | 2,98  |
| 70                  | 977,80                       | 4,187                  | 66,8                                   | 1,631                                             | 0,415                                          | 5,70                               | 2,51  |
| 80                  | 971,80                       | 4,195                  | 67,5                                   | 1,656                                             | 0,365                                          | 6,32                               | 2,20  |
| 90                  | 965,30                       | 4,208                  | 68,0                                   | 1,675                                             | 0,326                                          | 6,95                               | 1,90  |
| 100                 | 958,40                       | 4,220                  | 68,3                                   | 1,689                                             | 0,295                                          | 7,52                               | 1,75  |
| 110                 | 951,00                       | 4,233                  | 68,5                                   | 1,703                                             | 0,272                                          | 8,08                               | 1,60  |
| 120                 | 943,10                       | 4,250                  | 68,6                                   | 1,711                                             | 0,252                                          | 8,64                               | 1,41  |
| 130                 | 934,80                       | 4,267                  | 69,8                                   | 1,720                                             | 0,233                                          | 9,19                               | 1,36  |
| 140                 | 926,10                       | 4,288                  | 68,5                                   | 1,725                                             | 0,217                                          | 9,72                               | 1,26  |
| 150                 | 917,00                       | 4,313                  | 68,4                                   | 1,728                                             | 0,203                                          | 10,30                              | 1,17  |
| 160                 | 907,40                       | 4,346                  | 68,3                                   | 1,731                                             | 0,191                                          | 10,70                              | 1,10  |
| 170                 | 897,30                       | 4,380                  | 67,9                                   | 1,728                                             | 0,181                                          | 11,30                              | 1,09  |
| 180                 | 886,90                       | 4,417                  | 67,5                                   | 1,722                                             | 0,173                                          | 11,90                              | 1,04  |
| 190                 | 807,70                       | 5,459                  | 67,0                                   | 1,714                                             | 0,165                                          | 12,60                              | 0,90  |
| 200                 | 863,00                       | 4,505                  | 66,3                                   | 1,706                                             | 0,158                                          | 13,30                              | 0,94  |
| 210                 | 852,80                       | 4,556                  | 65,5                                   | 1,686                                             | 0,153                                          | 14,10                              | 0,91  |
| 220                 | 840,30                       | 4,614                  | 64,5                                   | 1,664                                             | 0,148                                          | 14,80                              | 0,89  |
| 230                 | 827,30                       | 4,681                  | 63,7                                   | 1,645                                             | 0,145                                          | 15,90                              | 0,88  |
| 240                 | 813,60                       | 4,756                  | 62,8                                   | 1,622                                             | 0,141                                          | 16,80                              | 0,87  |
| 250                 | 799,00                       | 4,844                  | 61,8                                   | 1,595                                             | 0,137                                          | 18,10                              | 0,86  |
| 260                 | 784,00                       | 4,949                  | 60,5                                   | 1,558                                             | 0,135                                          | 19,60                              | 0,87  |
| 270                 | 767,90                       | 5,070                  | 59,0                                   | 1,514                                             | 0,133                                          | 21,60                              | 0,88  |
| 280                 | 750,70                       | 5,230                  | 57,5                                   | 1,464                                             | 0,131                                          | 23,70                              | 0,90  |
| 290                 | 732,30                       | 5,485                  | 55,8                                   | 1,389                                             | 0,129                                          | 26,20                              | 0,93  |
| 300                 | 712,50                       | 5,736                  | 54,0                                   | 1,320                                             | 0,128                                          | 29,20                              | 0,97  |
| 310                 | 691,10                       | 6,071                  | 52,3                                   | 1,257                                             | 0,128                                          | 32,90                              | 1,03  |
| 320                 | 667,10                       | 6,574                  | 50,6                                   | 1,153                                             | 0,128                                          | 38,20                              | 1,11  |
| 330                 | 640,20                       | 7,244                  | 48,4                                   | 1,044                                             | 0,127                                          | 43,30                              | 1,22  |
| 340                 | 610,10                       | 8,165                  | 45,7                                   | 0,917                                             | 0,127                                          | 53,40                              | 1,30  |
| 350                 | 574,40                       | 9,500                  | 43,0                                   | 0,789                                             | 0,789                                          | 66,80                              | 1,60  |

Технические характеристики алюминиевого радиатора Sira Swing H.500,  
4 секции

Материал: Алюминий

Количество секций: 4 шт

Конструкция: секционный

Межосевое расстояние: 500 мм

Габариты: 545x80x80 мм

Содержание воды в одной секции: 260 мл

Вес каждой секции: 0,92 кг

## СОДЕРЖАНИЕ

|                               |    |
|-------------------------------|----|
| ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 .....  | 3  |
| ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 ..... | 25 |
| ЛИТЕРАТУРА .....              | 42 |
| ПРИЛОЖЕНИЯ.....               | 44 |

Ульяна Юрьевна ШАСТУНОВА  
Борис Владимирович ГРИГОРЬЕВ  
Людмила Александровна ПУЛЬДАС  
Александр Владимирович ШАТАЛОВ  
Ярослава Александровна КУЗЬМЕНКОВА  
Дмитрий Юрьевич ЛЕГОСТАЕВ  
Юлия Фанилевна ЯНБИКОВА

ТЕПЛОФИЗИКА. ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС И ТЕПЛОТЕХНИКА

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УСЛОВИЯХ

Методические указания по выполнению лабораторных работ для студентов  
направлений «Техническая физика», «Физика»  
очной формы обучения

Подписано в печать \_\_\_\_\_ г. Тираж \_\_\_\_\_ экз  
Объем \_\_\_\_\_ усл. печ. л. Формат 60x84/16. Заказ № \_\_\_\_\_.  
Издательство Тюменского государственного университета  
625003, г. Тюмень, ул. Семакова, 10