МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ:
и. о. заместителя директора Института
математики и компьютерных наук
_________________ М.Н. Перевалова
1 июня 2020 г

ПРИКЛАДНЫЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Методические указания к выполнению лабораторных работ
для обучающихся по направлению подготовки 09.03.03
Прикладная информатика
Профиль: Разработка информационных систем бизнеса
форма обучения очная

Пояснительная записка

Целью изучения дисциплины «Прикладные методы обработки данных» является теоретическая и практическая подготовка студентов по основам анализа данных, представленных выборочной совокупностью.

Задачи изучения дисциплины: формирование у студентов общего представления о современном понимании анализа данных, формах представления данных и подходах к их анализу; формирование представления о результатах наблюдений (измерений) как о случайных величинах; изучение основ теории вероятностей; знакомство с базовыми понятиями математической статистики; освоение методов получения статистических оценок параметров распределений (точечных и интервальных) по данным выборки; знакомство с основами корреляционного анализа; формирование общего представления о процедуре проверки статистических гипотез и получение навыков формулирования и решения задач, сводящихся к проверке различных статистических гипотез (о равенстве дисперсий, о равенстве средних, о виде предполагаемого распределения и др.); получение навыков выполнения расчетов, необходимых для статистического анализа данных, с применением инструментария библиотек NumPy, SciPy и Pandas, визуализации данных с помощью MatplotLib.

В результате изучения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции (в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика):

- ОПК-1 – способность применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
- ПК-1 – концептуальное, функциональное и логическое проектирование систем среднего и крупного масштаба и сложности.

Лабораторный практикум

Лабораторная работа
Основы программирования на Python 3

Задание 1

Организовать ввод с клавиатуры своего имени и вывод персонального приветствия (с подстановкой введенного имени). Например: "Привет, Мария!".

Задание 2

Пользователь вводит положительное целое число (номер года). Вывести сообщение, является ли данный год високосным.

Указание: год считается високосным, если введенное число делится на 4, но не делится на 100, а также, если введенное число делится на 400. Например: 1900 год – не високосный; 2000 год – високосный.

Задание 3

Калькулятор.

Пользователь вводит два числа и название (или обозначение) операции. Вывести результат выполнения операции либо сообщение о невозможности ее выполнения (как в случае деления на ноль). Выполняемые операции: сложение, вычитание, умножение, деление, целочисленное деление, нахождение остатка от деления, возведение в степень.

Задание 4 (дополнительное)

Пользователь вводит три числа. Вывести сначала наименьшее из них, затем наибольшее, и только потом – промежуточное.

Задание 5 (дополнительное)

Пользователь вводит значение выручки в рублях (округленное до целого числа рублей) – целое число в промежутке от 0 до 1000. Вывести сумму прописью с добавлением слова «рубль» с правильным окончанием. Например: три рубл**я**, пять рубл**ей** и т. д.

Упрощенный вариант задания: оставить сумму числом, определить только правильное окончание.

Задание 6

Найти среднее значение всех чисел, кратных заданному числу (вводится пользователем), попавших в заданный пользователем отрезок. Если в отрезок не попало ни одного такого числа, вывести сообщение об этом.

Реализовать алгоритм двумя способами: с помощью циклов `while` и `for`.

Задание 7 (дополнительное)

Пользователь вводит четыре числа: a, b, c и d. Вывести фрагмент таблицы умножения: произведение всех целых чисел из отрезка $[a,b]$ на целые числа из отрезка $[c,d]$. Вывод реализовать в виде таблицы.

Например, для $a = 2, b = 4, c = 3$ и $d = 5$:

	3	**4**	**5**
2	6	8	10
3	9	12	15
4	12	16	20

Задание 8

Вычислить приближенно (путем суммирования числового ряда) значение e^{-1} с точностью до 10^{-5}. Сравнить со значением функции `exp(-1)`.

Указания:

- разложение функции e^x в ряд Тейлора имеет вид:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!};$$

- в случае сходящегося знакочередующегося ряда суммирование необходимо выполнять до тех пор, пока очередное слагаемое по абсолютной величине не станет меньше 10^{-5} (это слагаемое суммировать уже не нужно);
- математические функции (факториал, экспонента, и т. д.) реализованы в модуле `math`. Перед их использованием необходимо выполнить команду `import math`.

Задание 9

Пользователь вводит список чисел (одной строкой через пробел), а также число x (в следующей строке). Программа должна вывести номера <u>всех</u> позиций, в которых число x находится во введенном списке, или "отсутствует", если число x отсутствует в списке.

Задание 10 (дополнительное)

Пользователь вводит прямоугольную матрицу в виде последовательности строк. Признак окончания ввода - ввод строки "end". Сформировать вектор, компоненты которого – максимальные по модулю элементы строк введенной матрицы.

Задание 11

Пользователь вводит квадратную матрицу A в виде последовательности строк. Признак окончания ввода - ввод строки "end". Программа должна контролировать, чтобы была введена именно квадратная матрица (количество элементов во всех строках равно и равно числу введенных строк).

Вычислить p-нормы матрицы A при $p = 1$ и $p = 2$.

Формулы для вычисления различных норм матриц можно найти, например, в Википедии.

Задание 12

Для введенной пользователем строки сформировать «сжатую» запись: при повторении одного символа подряд несколько раз (без учета регистра) записывать этот символ (один раз), а затем – число его повторений. Например: для строки "aAAaBccd" «сжатая» запись имеет вид "a4bc2d" или "A4BC2D" (допускаются оба варианта).

Задание 13

Написать программу, выполняющую «раскодирование» (т. е. запись в исходном виде) введенной пользователем «сжатой» строки. Регистр не важен.

Задание 14 (дополнительное)

Написать программу, удаляющую «лишние» пробелы в строке, введенной пользователем. «Лишними» следует считать пробел, являющийся первым либо последним символом строки, а также несколько подряд идущих пробелов между словами (следует заменить на один пробел).

Задание 15

Реализовать функцию, которая принимает координаты двух заданных n-мерных векторов и возвращает евклидово расстояние между ними.

Для справки: евклидово расстояние определяется формулой

$$\rho_2(\overline{x}, \overline{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2}.$$

Задание 16 (дополнительное)

Реализовать функцию, которая принимает на вход список целых чисел, удаляет из него все отрицательные значения, а каждое неотрицательное число заменяет остатком от деления этого числа на 3. Функция не должна ничего возвращать, требуется только изменение переданного списка.

Задание 17 (дополнительное)

Реализовать функцию

$$f(t) = \sin\frac{t}{2} \cdot e^{-\frac{t}{4}} + 2e^{-\frac{t}{2}}$$

таким образом, чтобы она могла обрабатывать и числовой аргумент, и вектор (применяя соответствующее преобразование к компонентам вектора), возвращая число для числового аргумента и вектор для аргумента-вектора.

Для справки: математические функции не могут применяться к аргументам-спискам, но могут применяться к массивам NumPy.

Задание 18 (дополнительное)

Пользователь вводит текст в виде строки. Слова в строке могут повторяться любое число раз. Реализовать создание множества слов, встретившихся в данном тексте.

Задание 19 (дополнительное)

Пользователь вводит текст в виде строки. Слова в строке могут повторяться любое число раз. Реализовать построение словаря, который содержит все слова, имеющиеся в тексте, с указанием количества вхождений каждого слова.

Задание 20 (дополнительное)

Реализовать функцию обновления словаря, которая принимает на вход словарь d и два числа: k и v. Если ключ k уже есть в словаре d, то нужно добавить значение v в список, который хранится по этому ключу. Если ключа k нет в словаре, то нужно добавить значение в список по ключу $(-1) \cdot k$. Если и ключа $(-1) \cdot k$ нет, то нужно добавить ключ $(-1) \cdot k$ в словарь и сопоставить ему список из переданного элемента v.

Задание 21 (дополнительное)

Написать программу, которая считывает из файла строку, соответствующую тексту, сжатому с помощью кодирования повторов (см. задания 12, 13), и производит обратную операцию, получая исходный текст. Полученный после преобразования текст необходимо записать в новый файл.

Лабораторная работа
Классическое определение вероятности

Задачи на разбор

1. Восемь книг случайным образом расставлены на полке. Найдите вероятность того, что тома имеющегося среди них трехтомника будут стоять рядом.
2. В цехе работают шесть мужчин и четыре женщины. По табельным номерам случайным образом отобраны семь человек. Найдите вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся три женщины.
3. Для группы в 12 человек организована лотерея. Разыгрываются три различных подарка. Какова вероятность того, что подарки достанутся трем конкретным людям (один человек не может получить 2 подарка)?
4. Семь пронумерованных шаров случайным образом рассыпают по 4 лункам (в одну лунку может поместиться любое число шаров). Сколько существует различных способов распределения шаров? Какова вероятность того, что в результате данного опыта первая лунка окажется пустой?
5. В библиотеке имеются книги по математике, физике и т.д., всего по 16 разделам науки. Поступили очередной заказ из 4 книг на литературу. Считая, что любой состав заказанной литературы равновозможен, найдите вероятность того, что: а) заказаны книги из различных разделов, б) заказы книги из одного и того же раздела.
6. Десять человек размещаются в гостинице в два трехместных и один четырехместный номер. Сколько существует способов их размещения? Какова вероятность того, что два определенных человека попадут в четырехместный номер?
7. С какой вероятностью пятизначное число, записанное с помощью цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, не повторяя их, окажется кратным 5?
8. Восемь человек случайным образом рассаживаются за круглым столом. Какова вероятность того, что два определенных человека будут сидеть рядом?
9. Колода, состоящая из 36 карт, делится наугад на две равные части. Найдите вероятность того, что в каждой части окажется по два туза.

Задачи для самостоятельного решения

10. На первом этаже 9-этажного дома в лифт зашли 5 человек. Известно, что каждый их них с равной вероятностью может выйти на любом из этажей, начиная со второго. Найдите вероятность того, что все они выйдут: а) на пятом этаже, б) на одном и том же этаже, в) на разных этажах.

11. В урне 10 шаров. Вероятность того, что два наудачу извлеченных шара окажутся белыми, равна 2/15. Сколько в урне белых шаров?

12. Наудачу выбирается трехзначное число, в десятичной записи которого нет нуля. Какова вероятность того, что в записи выбранного числа ровно 2 одинаковые цифры?

13. С какой вероятностью пятизначное число, составленное из цифр 1, 2, 3, 4, 5 будет четным (при условии, что каждая цифра входит в число только один раз)?

14. С какой вероятностью пятизначное число, состоящее из цифр 2 и 7, будет кратным 3?

15. С какой вероятностью трехзначное число, составленное из цифр 2, 3, 5, 6, 8, будет нечетным?

16. Сколько чисел, больших 500, можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5, если цифры в записи числа не могут повторяться? С какой вероятностью составленное число будет а) оканчиваться цифрой 2; б) четным?

17. Брошены две игральные кости. Что вероятнее – получить в сумме 7 или 8 очков?

18. Игральная кость брошена три раза. Какова вероятность того, что во всех случаях: а) выпадет разное число очков; б) выпадет четное число очков?

19. В урне 10 шаров: 2 белых, 3 черных и 5 синих. Наудачу извлекаются 3 шара. Какова вероятность того, что они разных цветов?

20. В урне 8 черных шаров и 6 белых. Наудачу извлекаются три шара. Найдите вероятность того, что: а) все три шара белые, б) два шара белые, а один черный, в) хотя бы один из них черный.

21. В лотерее разыгрывается 100 билетов. Выигрыши выпали на 20 билетов. Некто приобрел 5 билетов. Найдите вероятности следующих событий: а) выигрыш выпадет на все пять билетов, б) выигрыш выпадет на два билета, в) выигрыш выпадет хотя бы на один билет.

22. На пяти одинаковых карточках написаны буквы: на двух карточках – Л, на остальных трех – И. Эти карточки разложены в ряд. Какова вероятность того, что при этом получится слово ЛИЛИИ?

23. Из 40 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент знает 30. Найдите вероятность того, что среди трех случайным образом выбранных вопросов студент знает: а) все три вопроса, б) два вопроса, в) один вопрос, г) ни одного из вопросов.

24. Из мешка с жетонами, на которых написаны буквы А, В, К, М, О, С, вынимают 6 жетонов и располагают их в порядке извлечения. Какова вероятность того, что получится слово МОСКВА, если после каждого извлечения жетоны: а) не возвращаются обратно; б) возвращаются обратно?

25. Для проведения соревнований 16 волейбольных команд разбиты на 2 подгруппы по 8 команд в каждой. Найдите вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся в: а) разных подгруппах, б) одной подгруппе.

26. В урне 8 черных шаров и 6 белых. Наудачу извлекаются три шара. Найдите вероятность того, что: а) все три шара белые, б) два шара белые, а один черный, в) хотя бы один из них черный.

27. В лотерее разыгрывается 100 билетов. Выигрыши выпали на 20 билетов. Некто приобрел 5 билетов. Найдите вероятности следующих событий: а) выигрыш выпадет на все пять билетов, б) выигрыш выпадет на два билета, в) выигрыш выпадет хотя бы на один билет.

28. Из разрезной азбуки выкладывается слово математика. Затем все буквы этого слова тщательно перемешиваются и снова выкладываются в случайном порядке. Какова вероятность того, что снова получится слово математика?

29. В мероприятии участвуют 8 девушек и 4 юноши. Случайным образом их разбивают на две равные по численности команды. С какой вероятностью в каждой команде будет хотя бы один юноша?

30. На одинаковых карточках написаны в троичной системе счисления все целые числа от 1 до 15. Наудачу извлекается карточка. Какова вероятность того, что выбранное число в своей записи содержит: а) не менее 2 единиц; б) хотя бы одну двойку; в) один ноль?

Индивидуальные задания

Вариант	**Задание**
Вариант 1	В кондитерской имеется 7 видов пирожных. Покупатель выбил чек на 4 пирожных. Считая, что любой заказанный набор пирожных равновероятен, вычислите вероятность того, что покупатель заказал: а) пирожные одного вида; б) пирожные разных видов.
Вариант 2	20 команд, среди которых 4 призера предыдущего первенства, по жеребьевке распределяются на 4 занумерованные подгруппы по 5 команд. Найдите вероятность того, что в каждую подгруппу попадет один из призеров.
Вариант 3	12 студентов, среди которых Иванов и Петров, случайным образом занимают очередь за учебниками в библиотеку. Какова вероятность, что между Ивановым и Петровым в образовавшейся очереди окажутся ровно 5 человек?
Вариант 4	В группе из 25 студентов 8 человек закрыли сессию, 9 имеют по одному долгу и оставшиеся – более одного долга. К доске вызваны три студента. Какова вероятность того, что только один из них имеет более одного долга?
Вариант 5	На семи карточках написаны цифры 2, 2, 3, 3, 5, 5, 9. Карточки наудачу разложены в ряд. Какова вероятность того, что получившееся число является четным?
Вариант 6	Группа из 10 студентов готовит доклад на защиту проекта. Вытаскиванием жребия выбирают, кто будет докладчиком, кто сделает презентацию, и кто подготовит раздаточный материал. Какова вероятность того, что докладчиком станет студент Иванов
Вариант 7	Два приятеля, независимо друг от друга, садятся в электричку, состоящую из 8 вагонов. Какова вероятность того, что они окажутся: а) в одном вагоне; б) в разных вагонах?
Вариант 8	С какой вероятностью число, случайным образом составленное из цифр 1, 3, 5, 7, будет меньше 1000, если: а) цифры могут повторяться; б) цифры не могут повторяться?
Вариант 9	Из цифр 3, 4, 5, 6, 7, 8 составляются всевозможные четырехзначные числа. Какова вероятность того, что случайным образом выбранное из этой

Вариант	Задание
	совокупности число будет нечетным, если: а) цифры в числе не повторяются; б) цифры могут повторяться?
Вариант 10	Из 30 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент подготовил 20. Какова вероятность того, что он ответит только на 2 вопроса из 5 включенных в вытянутый им билет?
Вариант 11	Девять человек случайным образом рассаживаются на девятиместную скамейку. Какова вероятность того, что три определенных человека окажутся сидящими рядом?
Вариант 12	12 черных и 12 белых шаров случайным образом поровну раскладывают по двум урнам. Найти вероятность того, что в каждой урне окажется равное число черных и белых шаров.
Вариант 13	На карточках написаны буквы А, А, И, И, С, С, Т, Т, Т. Карточки перемешиваются и выкладываются в случайном порядке. Какова вероятность того, что получится слово СТАТИСТИКА?
Вариант 14	Случайным образом в телефонном справочнике выбирается номер телефона. Найти вероятность того, что 5 последних цифр номера: а) различны; б) одинаковы.

Лабораторная работа
Геометрическая вероятность

Задачи на разбор

1. Расстояние от пункта A до пункта B автобус проходит за 2 минуты, а пешеход – за 15 минут. Интервал движения автобусов 25 минут. Вы подходите в случайный момент времени к пункту A и отправляетесь в B пешком. Найдите вероятность того, что в пути вас догонит очередной автобус.
2. На плоскости нарисованы две концентрические окружности, радиусы которых 3 и 5 см. Найдите вероятность того, что точка, брошенная наудачу в больший круг, попадет в кольцо, образованное этими окружностями.
3. В квадрат с вершинами в точках $(0;0)$, $(0;1)$, $(1;1)$, $(1;0)$ наудачу брошена точка $(x;y)$. Найдите вероятность того, что координаты этой точки удовлетворяют неравенству $y < 2x$.
4. Найдите вероятность того, что сумма двух наудачу взятых чисел из отрезка $[-1;1]$ больше нуля, а их произведение отрицательно.
5. Стержень длины a случайным образом разломан на 3 части. Найдите вероятность того, что длина каждой его части окажется больше $\frac{a}{4}$.
6. На бесконечную шахматную доску со стороной квадрата a наудачу бросают монету радиуса r ($r < \frac{a}{2}$). Найдите вероятности следующих событий: 1) монета попадет целиком внутрь одного квадрата; 2) монета пересечет не более одной стороны квадрата.
7. Из отрезка $[0;2]$ наудачу выбраны два числа x и y. Найти вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенствам $x^2 \leq 4y \leq 4x$.

Задачи для самостоятельного решения

8. В квадрат со стороной 1 наудачу брошена точка A. Найдите вероятности следующих событий: 1) расстояние от точки A до фиксированной стороны квадрата не превосходит x; 2) расстояние от точки A до ближайшей стороны квадрата не превосходит x.

9. В интервале времени $[0;T]$ в случайный момент времени u появляется сигнал длительности Δ. Приемник включается в случайный момент времени $v \in [0;T]$ на время t. Найдите вероятности обнаружения сигнала приемником.

10. (задача Бюффона). Плоскость разграфлена параллельными прямыми, расстояние между которыми равно $2a$. На эту плоскость наудачу брошена игла длиной $2l$ $(l < a)$. Найдите вероятность того, что игла пересечет какую-нибудь прямую.

Лабораторная работа
Теоремы сложения и умножения вероятностей

Задачи на разбор

1. Студент должен сдать в сессию экзамены по физике, математическому анализу и иностранному языку. Вероятность того, что студент сдаст экзамен по физике, равна 0,75, по математическому анализу – 0,5, по иностранному языку – 0,9. Найти вероятность того, что студент: а) сдаст все экзамены; б) не сдаст ни одного экзамена; в) сдаст только два экзамена; г) сдаст хотя бы один экзамен.

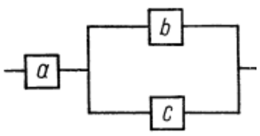
2. Студент знает ответы на 24 вопроса из 30. Экзаменатор последовательно задает студенту три вопроса. Найти вероятность того, что студент: а) ответит только на первый вопрос; б) ответит ровно на один вопрос; в) ответит на все вопросы; г) не ответит ни на один вопрос, д) ответит хотя бы на один вопрос.

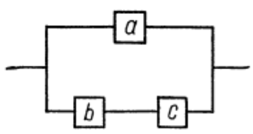
3. Студент пришел на экзамен, зная 20 из 25 билетов. Какова вероятность того, что он сдаст экзамен, если после отказа отвечать на билет ему предоставляется возможность вытянуть еще один?

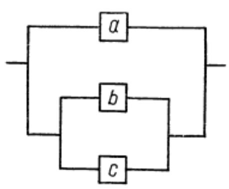
4. Брошены три игральные кости. Найдите вероятность следующих событий: а) на каждой из выпавших граней появится пять очков; б) на каждой из выпавших граней появится одинаковое число очков.

5. В двух урнах находятся шары, отличающиеся только цветом, причем в первой урне 5 белых шаров, 11 черных и 8 красных, а во второй соответственно 10, 8 и 6. Из каждой урны наугад извлекают по одному шару. Какова вероятность, что оба шара одного цвета?

6. Электрическая цепь составлена по схеме, изображенной на рисунке. Элементы цепи работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя за время t элемента цепи a равна 0,1, элемента b – 0,2, элемента c – 0,3. Найдите вероятность разрыва этой цепи за указанный промежуток времени.

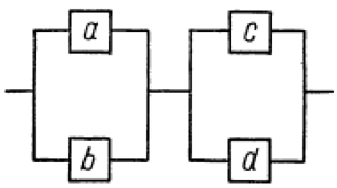






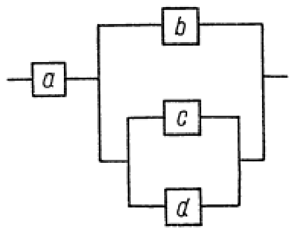
7. Четыре человека А, Б, В, Г становятся в очередь в случайном порядке. Найдите: а) условную вероятность того, что А первый, если Б последний; б) условную вероятность того, что А первый, если А не последний; в) условную вероятность того, что А первый, если Б не последний.

Задачи для самостоятельного решения



8. Электрическая цепь составлена по схеме, изображенной на рисунке. Элементы цепи работают независимо друг от друга. Вероятность бесперебойной работы за время t элемента цепи a равна 0,6, элемента b – 0,7, элемента c – 0,8 и элемента d– 0,9. Найдите вероятность бесперебойной работы этой цепи за указанный промежуток времени.

9. Электрическая цепь составлена по схеме, изображенной на рисунке. Элементы цепи работают независимо друг от друга. Вероятность бесперебойной работы за время t элемента цепи a равна 0,5, элементов b c и d – соответственно 0,7, 0,8 и 0,9. Найдите вероятность бесперебойной работы этой цепи за указанный промежуток времени.



10. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равна 0,8. Найдите вероятность того, что из трех проверенных изделий только два изделия высшего сорта.

11. Среди 100 лотерейных билетов есть 5 выигрышных. Найдите вероятность того, что 2 наудачу выбранных билета окажутся выигрышными.

12. Вероятность того, что при измерении некоторой физической величины будет допущена ошибка, превышающая заданную точность, равна 0,2. Произведены 3 независимых измерения. Найдите вероятность того, что не более чем в одном измерении допущенная ошибка превысит заданную точность.

13. Из колоды в 36 карт одну за другой вытаскивают три карты. Какова вероятность, что среди вынутых карт: а) три туза, б) ровно один туз, в) хотя бы один туз, г) карты вынуты в следующем порядке – дама, король, туз?

14. Первый студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй только 15. Каждому из них задают по одному вопросу. Найдите вероятность того, что правильно ответят: а) оба студента, б) только первый студент, в) только один из студентов, г) хотя бы один из студентов.

15. В первой урне 11 красных и 4 синих шара, во второй – 7 красных и 8 синих шаров. Из каждой урны извлекли по одному шару. Найдите вероятность того, что: а) шары одного цвета, 6) шары разных цветов, в) оба шара синие, г) хотя бы один шар красный.

16. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна p, для второго – 0,7. Известно, что вероятность ровно одного попадания при одном выстреле обоих стрелков равна 0,38. Найдите p.

17. Два самолета сбрасывают бомбы до первого попадания в цель. Найдите вероятность того, что цель будет поражена, если для первого самолета вероятность попадания составляет 0,6, для второго – 0,4, и снарядов у каждого из них хватит только на две попытки.

18. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найдите вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить четыре бомбы, вероятности попадания которых соответственно равны: 0,3; 0,4; 0,6; 0,7.

19. Сколько раз нужно бросить пару игральных костей, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,5, можно было надеяться, что хотя бы один раз появится 12 очков?

20. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех независимых выстрелах равна 0,9984. а) Найдите вероятность попадания в цель при одном выстреле. б) Найдите вероятность того, что при трех выстрелах произойдет ровно два попадания в мишень.

21. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,6. Вероятность того, что при одном выстреле обоих стрелков произойдет хотя бы одно попадание, равна 0,9. Найдите вероятность попадания в цель при одном выстреле для второго стрелка.

22. В мешке содержаться 10 одинаковых кубиков с номерами от 1 до 10. Наудачу извлекают по одному 3 кубика. Найдите вероятность того, что последовательно появятся кубики с номерами 1, 2, 3, если кубики извлекаются: а) без возвращения; б) с возвращением (извлеченный кубик возвращается в мешок).

23. В урне 2 белых и 4 черных шара. Два игрока достают из этой урны поочередно по одному шару, не возвращая каждый раз извлеченный шар. Игра продолжается до появления белого шара. Определите вероятность того, что первым достанет белый шар игрок, начинающий игру.

24. В жюри из 3 человек двое его членов независимо друг от друга принимают правильное решение с вероятностью p, а третий для принятия решения бросает монету. Окончательное решение жюри выносит большинством голосов. С другой стороны, некий судья принимает правильное решение с вероятностью p. Кто с большей вероятностью принимает правильное решение: жюри или судья?

Индивидуальные задания

Вариант	Задание
Вариант 1	Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый вопрос, равна 0,9, на второй – 0,8, на третий – 0,6. Найти вероятность того, что студент: а) ответит только на второй и третий вопрос; б) ответит ровно на один вопрос; в) ответит на все вопросы; г) не ответит ни на один вопрос; д) ответит хотя бы на один вопрос.
Вариант 2	В отделе работает 10 человек, четверо из которых являются специалистами первой категории. По табельным номерам наудачу отобраны три человека. Найти вероятность того, что среди выбранных сотрудников: а) имеют первую категорию только первый и второй сотрудник; б) только двое имеют первую категорию; в) все имеют первую категорию; г) никто не имеет первой категории; д) хотя бы один имеет первую категорию.
Вариант 3	Три орудия делают по одному выстрелу по мишени. Вероятности их попадания равны, соответственно, 0,85, 0,8, 0,7. Найти вероятность того, что: а) поразят мишень только первое и третье орудия; б) все орудия поразят мишень; в) ровно два орудия поразят мишень; г) ни одно орудие не поразит мишень; д) хотя бы одно орудие поразит мишень.
Вариант 4	В урне 6 белых и 9 черных шаров. Последовательно один за другим из урны вынимают 3 шара. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров: а) все шары черные; б) все шары одного цвета; в) первый и второй шары белые, а третий черный; г) ровно два черных шара; д) хотя бы один белый шар.
Вариант 5	В соревнованиях участвуют 3 представителя спортивной школы. Вероятность того, что первый спортсмен выполнит норматив мастера спорта, равна 0,4. Для второго и третьего спортсменов эта вероятность равна, соответственно, 0,8 и 0,7. Найти вероятность того, что норматив выполнят: а) только третий спортсмен; б) ровно два спортсмена; в) все три спортсмена; г) ни один спортсмен; д) хотя бы один спортсмен.

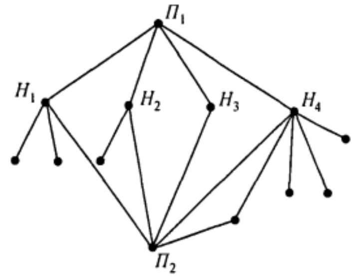
Вариант	Задание
Вариант 6	В ящике 16 кубиков, среди которых 6 окрашенных. Наудачу из ящика извлекают три кубика. Найти вероятность того, что среди извлечённых кубиков окрашенными будут: а) только первые два кубика; б) ровно два кубика; в) все кубики; г) ни один из кубиков; д) хотя бы один кубик.
Вариант 7	Для сигнализации об аварии установлены три независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора, 0,9 для второго сигнализатора и 0,85 для третьего сигнализатора. Найти вероятность того, что при аварии: а) сработает только первый сигнализатор; б) сработает только один сигнализатор; в) сработают все сигнализаторы; г) не сработает ни один сигнализатор; д) сработает хотя бы один сигнализатор.
Вариант 8	Из колоды в 36 карт одну за другой вытаскивают три карты. Найти вероятность того, что: а) только вторая вынутая карта – пиковой масти; б) среди вынутых карт две пиковой масти; в) все три карты пиковой масти; г) среди вынутых карт нет ни одной пиковой масти; д) хотя бы одна из карт – пиковой масти.
Вариант 9	В книжном магазине имеются отделы учебной, художественной и детской литературы. Вероятность того, что покупатель посетит отдел учебной литературы, равна 0,9, художественной – 0,75, детской – 0,8. В магазин зашел человек. Найти вероятность того, что он посетит: а) только отделы детской и художественной литературы; б) только два отдела; в) все три отдела, г) ни один из отделов; д) хотя бы один отдел.
Вариант 10	В департаменте работают 8 юристов и 4 экономиста. Случайным образом для участия в торжественном мероприятии выбирают 3 человек. Найти вероятность того, что: а) только первый выбранный человек будет экономистом; б) ровно два выбранных человека будут экономистами; в) выбраны будут только экономисты; г) выбраны будут только юристы; д) будет выбран хотя бы один экономист.
Вариант 11	Вероятность того, что во время эпидемии гриппа заболеет ребенок дошкольного возраста, равна 0,4, младший школьник – 0,3, старшеклассник – 0,15. В семье трое детей: один дошкольного возраста, один младший школьник и один старшеклассник. Найти вероятность того, что: а) заболеют только двое самых младших детей; б) заболеют только двое детей; в) заболеют все дети; г) никто из детей не заболеет; д) хотя бы один из детей заболеет.
Вариант 12	В ящике лежит 15 деталей, из них 6 бракованных. Из ящика последовательно вынимают 3 детали. Найти вероятность того, что среди вынутых деталей: а) только вторая деталь будет бракованной; б) ровно две детали будут бракованными; в) все детали окажутся бракованными; г) не будет ни одной бракованной детали; д) окажется хотя бы одна бракованная деталь.
Вариант 13	Вероятность закрыть сессию с первой попытки для первого студента равна 0,8, для второго – 0,9, для третьего – 0,6. Найти вероятность того, а) сессию закроют только второй и третий студенты; б) сессию закроет только один

Вариант	Задание
	студент; в) сессию закроют все студенты; г) сессию не закроет ни один из студентов; д) сессию закроет хотя бы один студент.
Вариант 14	Среди 100 билетов лотереи 10 выигрышных. Какова вероятность того, что, купив три билета, гражданин: а) выиграет только по первому и второму билету; б) выиграет ровно по двум билетам; в) выиграет по всем билетам; г) не выиграет ни по одному билету; д) выиграет хотя бы по одному билету?
Вариант 15	Фирма имеет три независимо работающих подразделения. Вероятности того, что по итогам года получит прибыль первое, второе и третье подразделения, равны, соответственно, 0,7; 0,8 и 0,85. Найти вероятность того, что по итогам года: а) прибыль получат только первое и третье подразделения; б) ровно два подразделения получат прибыль; в) все подразделения получат прибыль; г) ни одно подразделение не получит прибыль; д) хотя бы одно подразделение получит прибыль.

Лабораторная работа
Формула полной вероятности. Формула Байеса

Задачи на разбор

1. На рисунке изображена схема дорог. Туристы выходят из пункта П1, выбирая каждый раз на развилке дальнейший путь наудачу. Какова вероятность того, что они попадут в пункт П2?



2. При переливании крови надо учитывать группу крови донора и больного. Человеку, имеющему четвертую группу крови, можно перелить кровь любой группы; человеку со второй или третьей группой крови можно перелить кровь либо той же группы, либо первой; человеку с первой группой крови можно перелить только кровь первой группы. Среди населения 33,7% имеют первую, 37,5% – вторую, 20,9% – третью и 7,9% – четвертую группу крови. Найдите вероятность того, что случайно взятому больному можно перелить кровь случайно взятого донора.

3. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием K, 30% – с заболеванием L, 20% – с заболеванием M. Вероятность полного излечения болезни K равна 0,7; для болезней L и M эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием K.

4. Число грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе, как 5:4. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это грузовая машина.

5. Имеются три одинаковые по виду урны. В первой урне – 20 белых и 30 черных шаров, во второй – 20 белых и 20 черных шаров, в третьей – 15 черных и 25 белых шаров. Из выбранной наудачу урны вынули шар. а) Найти вероятность того, что шар окажется черным. б) Вынутый наудачу шар оказался черным. Найти вероятность того, что шар вынут из второй урны.

Задачи для самостоятельного решения

6. Студент знает только 10 из 25 экзаменационных билетов. В каком случае шансы студента получить известный ему билет выше: когда он подходит тянуть билет первым или вторым по счету?
7. Из студентов, которые пришли на экзамен, трое подготовились отлично, четверо – хорошо, двое – удовлетворительно, а один совсем не готовился. В билетах 20 вопросов. Отлично подготовившиеся студенты могут ответить на все 20 вопросов, хорошо подготовившиеся – на 16 вопросов, удовлетворительно подготовившиеся – на 10 и не подготовившиеся – на 5 вопросов. Каждый студент получает 3 вопроса из 20. Приглашенный первым студент ответил на все три вопроса. Найти вероятность того, что он отлично подготовился к экзамену.
8. Известно, что 1% женщин в возрасте старше 40 лет имеют рак груди. Для диагностики рака груди в плановых медицинских осмотрах используют маммографию: 80% женщин с раком груди имеют положительный результат маммографии. Но маммография также дает и «ложноположительные» результаты: 9,6% здоровых женщин также получают положительный результат. Женщина-пациент из этой возрастной группы получила положительный результат на регулярном обследовании. Какова вероятность того, что у нее действительно есть рак груди?
9. Клеточная активность мозга регистрируется микроэлектродом. С вероятностью 0,6 предполагается, что в опыте наблюдается первая из двух соседних структур мозга. Известно, что в первой структуре 60% всех клеток, а в соседней 50% продуцируют некоторый тип активности. Микроэлектрод зарегистрировал в фиксированный момент данный тип активности. Как в связи с этим наблюдением изменится мнение о нахождении микроэлектрода в первой структуре мозга?
10. Два станка штампуют одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого станка вдвое меньше производительности второго. Первый станок производит в среднем 84% деталей отличного качества, а второй – 60%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Что вероятнее: эта деталь произведена первым станком или вторым станком?
11. Два зенитных орудия ведут огонь по одному и тому же самолету. Вероятность попадания выстрелом из первого орудия равна 0,2, из второго – 0,6. Первым залпом в самолет попали только из одного орудия. Найти вероятность того, что промахнулось первое орудие.
12. Из десяти студентов, пришедших сдавать экзамен и взявших билеты, двое знают 20 билетов из 30, один выучил только 15 билетов, а остальные знают все 30 билетов. По прошествии отведенного времени на подготовку экзаменатор наудачу вызывает отвечать одного из студентов. Какова вероятность того, что вызванный дал экзамен, если знание билета гарантирует сдачу экзамена с вероятностью 0,85, а при незнании билета сдать экзамен можно лишь с вероятностью 0,1.
13. В первой урне находится 1 белый и 9 черных шаров, а во второй – 1 черный и 5 белых шаров. Из каждой урны удалили случайным образом по одному шару, а оставшиеся шары ссыпали в третью (свободную) урну. Найдите вероятность того, что шар, вынутый из третьей урны, окажется белым.
14. Шесть шаров, среди которых 3 белых и 3 черных, распределены по двум урнам. Наудачу выбирается урна, а из нее – один шар. Как нужно распределить шары по урнам, чтобы вынутый шар оказался белым с максимальной вероятностью?

15. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу выбрали один шар. Найти вероятность того, что выбран белый шар.

16. Имеются три партии деталей по 20 деталей в каждой. Число стандартных деталей в партиях соответственно равно 20, 15 и 10. Из наудачу выбранной партии наудачу извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Деталь возвращают в партию и вторично наудачу извлекают деталь, которая также оказывается стандартной. Найти вероятность того, что детали извлечены из третьей партии.

17. Два из трёх независимо работающих элементов вычислительного устройства отказали. Найти вероятность того, что отказали первый и второй элементы, если вероятности отказа первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,2, 0,3 и 0,4.

18. Имеют три канала связи, сообщения по которым распределяются случайным образом (с равной вероятностью). Вероятность искажения сообщения при его передаче по первому каналу равна 0,1, по второму – 0,4, по третьему – 0,2. Был выбран канал и по нему передано четыре сообщения; ни одно из них не было искажено. Найти вероятность того, что пятое сообщение, переданное по тому же каналу, не будет искажено.

19. По каналу связи передается цифровой текст, содержащий только три цифры 1, 2, 3, которые могут появляться в тексте с равной вероятностью. Каждая передаваемая цифра в силу наличия шумов принимается правильно с вероятностью p и с вероятностью $\frac{1}{2}(1-p)$ принимается за какую-либо другую цифру. Цифры искажаются независимо друг от друга. Найти вероятность того, что было передано 111, если принято 123.

Индивидуальные задания

Вариант	**Задание**
Вариант 1	Среди 200 механизмов 70 – имеют высокую степень износа, 40 – среднюю, остальные являются новыми. В работе 25% изношенных механизмов, 10% механизмов средней степени износа и 5% новых механизмов в течение дня происходит сбой. а) Найти вероятность того, что наудачу выбранный механизм будет исправно работать в течение дня. б) Механизм отработал без сбоев целый день. Какова вероятность того, что он имеет высокую степень износа?
Вариант 2	Оборудование поставляют в лабораторию три поставщика в соотношении 4:3:2. Вероятности того, что оборудование в течение года потребует ремонта, равны 0,2 для первого поставщика, 0,3 для второго и 0,4 для третьего. а) Определить вероятность того, что в течение года лаборатории не придется отдавать технику на ремонт. б) Приобретенная лабораторией оборудование не потребовала ремонта в течение года. Какова вероятность того, что она была поставлен вторым поставщиком?
Вариант 3	Летчик катапультируется в местности, 60% которой занимают леса. Вероятность благополучного приземления в лесу равна 0,3, а в безлесной местности – 0,9. а) Какова вероятность благополучного приземления летчика? б) Летчик приземлился благополучно. Какова вероятность того, что он приземлился в лесу?
Вариант 4	В 35% случаев, когда фирма выпускает в продажу новый товар, конкурент выпускает в продажу аналогичный продукт. Вероятность того, что товар

Вариант	Задание
	будет пользоваться спросом на рынке, если конкурент не выпустит в продажу аналогичный продукт, равно 0,75, а при наличии аналогичного продукта – 0,4. а) Найти вероятность того, что выпущенный фирмой товар будет пользоваться спросом. б) Товар имел успех на рынке. Какова вероятность того, что конкурент выпустил в продажу аналогичный продукт?
Вариант 5	Трое сотрудников выполняют однотипные расчеты. Первый выполнил за день 30 расчетов, второй – 25, третий – 15. Вероятность допустить ошибку при выполнении расчета для первого сотрудника составляет 0,04, для второго – 0,02, для третьего – 0,03. Из общей выработки за смену наудачу взят и проверен один расчет. а) Найти вероятность того, что эта этот расчет будет ошибочным. б) Наудачу взятый расчет оказался ошибочным. Найти вероятность того, что он был выполнен третьим сотрудником.
Вариант 6	Студент выучил к гос.экзамену 15 вопросов из 25 по предмету А, 25 вопросов из 30 по предмету В и 10 из 20 по предмету С. 35% билетов к гос.экзамену содержат вопрос по предмету А, 30% - по предмету В и 35% - по предмету С. а) Найти вероятность того, что студент сдаст гос.экзамен. б) Студент сдал экзамен. Найти вероятность того, что он отвечал на вопрос по предмету А.
Вариант 7	В данный район изделия поставляются двумя фирмами в соотношении 5:8. Среди продукции первой фирмы изделия хорошего качества составляют 90%, второй – 85%. а) Найти вероятность того, что взятое наугад изделие имеет хорошее качество. б) Взятое наугад изделие оказалось хорошего качества. Найти вероятность того, что оно поставлено первой фирмой.
Вариант 8	На наблюдательной станции установлены 4 радиолокатора различных конструкций. Вероятность обнаружения цели первым локатором равна 0,8, вторым – 0,9, третьим – 0,95, четвертым – 0,75. Наблюдатель наугад включает один из локаторов. а) Найти вероятность того, что цель будет обнаружена. б) Цель была обнаружена. Найти вероятность того, что наблюдатель включил третий локатор.
Вариант 9	Курс доллара повышается в течение месяца с вероятностью 0,9 и понижается с вероятностью 0,1. При повышении курса доллара фирма рассчитывает получить прибыль с вероятностью 0,85, при понижении – 0,5. а) Найти вероятность того, что в наступающем месяце фирма получит прибыль. б) Фирма по итогам месяца получила прибыль. Какова вероятность того, что курс доллара при этом понижался?
Вариант 10	Три автомата изготавливают одинаковые детали. Их производительность соотносится как 2:4:3, а стандартные детали среди их продукции составляют в среднем, соответственно, 95%, 90% и 85%. а) Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь окажется нестандартной. б) Наудачу взятая деталь оказалась нестандартной. Найти вероятность того, что она произведена третьим автоматом.
Вариант 11	Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8, 7 – с вероятностью 0,7, 4 – с вероятностью 0,6 и остальные – с вероятностью 0,5. Наудачу

Вариант	Задание
	выбранный стрелок произвел выстрел. а) Найти вероятность того, что он не попадет в мишень. б) Стрелок не попал в мишень. Какова вероятность того, что он принадлежит в первой группе?
Вариант 12	Имеются три одинаковых по виду ящика. В первом ящике находится 35 обычных и 25 окрашенных деталей, во втором – 10 обычных и 30 окрашенных деталей, в третьем – 45 обычных и 10 окрашенных деталей. Из выбранного случайным образом ящика извлекают деталь. а) Найти вероятность того, что деталь будет окрашенной. б) Извлеченная наудачу деталь оказалась окрашенной. Найти вероятность того, что деталь была извлечена из третьего ящика.
Вариант 13	В ящике имеются детали трех типов: 40 деталей первого типа, 50 – второго и 60 – третьего, причем окрашенные детали среди них составляют, соответственно, 20%, 40% и 60%. а) Найти вероятность того, что наудачу извлеченная из ящика деталь окажется окрашенной. б) Наудачу извлеченная из ящика деталь оказалась окрашенной. Найти вероятность того, что это деталь второго типа.
Вариант 14	Для данного аэропорта в 80% случаев метеоусловия считаются хорошими. При хороших метеоусловиях вероятность благополучной посадки самолета равна 0,9999, при плохих – 0,9991. Экипажу самолета, идущего на посадку, по техническим причинам не известны метеоусловия в районе аэропорта. а) Найти вероятность благополучного приземления самолета. б) Самолет приземлился благополучно. Найти вероятность того, что погодные условия были плохими.
Вариант 15	На спартакиаду прибыло 20 лыжников, 15 гимнастов и 5 шахматистов. Вероятность выполнить квалификационную норму такова: для лыжников – 0,8; для гимнастов – 0,6; для шахматистов – 0,9. Наугад выбран один спортсмен. а) Какова вероятность, что он выполнит норму? б) Он выполнил квалификационную норму. Какова вероятность того, что этот спортсмен был лыжником?

Лабораторная работа
Формула Бернулли. Наиболее вероятное число успехов

Задачи на разбор

1. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,1. Какова вероятность того, что сообщение из 6 знаков: а) содержит одно искажение; б) содержит менее двух искажений; в) содержит не более четырех искажений; г) содержит хотя бы одно искажение?
2. Найти наиболее вероятное число выпадений шестерки при: а) 46 бросаниях игрального кубика; б) 59 бросаниях игрального кубика.

Индивидуальные задания

Задание 1 (формула Бернулли)

Вариант	Задача
Вариант 1	Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна $\frac{3}{4}$ и не зависит от порядкового номера выстрела. Найти вероятность того, что при 7 выстрелах произойдет: 1) 5 попаданий в мишень; 2) более 5 попаданий в мишень; 3) не более 4; 4) бы одно попадание в мишень.
Вариант 2	Монета подброшена 10 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет: 1) 4 раза; 2) менее 4 раз; 3) не менее 3 раз; 4) хотя бы один раз.
Вариант 3	Вероятность успешной сдачи экзамена по вождению автомобиля с первой попытки равна 0,4. В течение недели экзамен будут сдавать 8 человек. Какова вероятность того, что экзамен сдадут: 1) 4 человека; б) не менее 6 человек; 3) менее 7 человек; 4) хотя бы один человек?
Вариант 4	Найти вероятность того, что при девяти бросаниях игральной кости четное число очков выпадет: 1) 2 раза; 2) не более 3 раз; 3) более 2 раз; 4) хотя бы один раз.
Вариант 5	Каждый седьмой проданный телевизор возвращается обратно в магазин. За прошедший месяц было продано 10 телевизоров. Найти вероятность того, что возвращены будут:1) 2 телевизора; 2) более 8 телевизоров; 3) не менее 3 телевизоров; 4) хотя бы один телевизор.
Вариант 6	Бросание кубика считается удачным, если выпадает число очков, большее 4. Какова вероятность того, что из семи бросаний кубика удачными окажутся: 1) 5 бросаний; 2) менее половины бросаний; 3) не более 5 бросаний; 4) хотя бы одно бросание?
Вариант 7	На автотранспортном предприятии каждый месяц нуждаются в ремонте в среднем 30% имеющихся автобусов. Найти вероятность того, что из 8 автобусов, обслуживающих данный маршрут, в течение месяца потребуют ремонта: 1) 2 автобуса; 2) не менее 6 автобусов; 3) более 3 автобусов, 3) хотя бы один автобус.
Вариант 8	Доля изделий высшего сорта на данном предприятии составляет 20%. Найти вероятность того, что из девяти случайно отобранных изделий окажется: 1) 2 изделия высшего сорта; 2) не более 3 изделий высшего сорта; 3) менее 7 изделий высшего сорта; 4) хотя бы одно изделие высшего сорта.
Вариант 9	В квартире семь электролампочек. Для каждой лампочки вероятность того, что она окажется неисправной в течение года, равна 5/6. Какова вероятность того, что в течение года придется заменить: 1) 3 лампочки; 2) более половины лампочек, 3) не более 5 лампочек; 4) хотя бы одну лампочку?
Вариант 10	Нарушения техники пожарной безопасности фиксируются, в среднем, в 40% организаций. Случайным образом для проверки выбирается 8 организаций. Найти вероятность того, что нарушения будут зафиксированы: 1) в 3 организациях; 2) менее чем в 3 организациях, 3) в не менее чем 2 организациях, 4) хотя бы в одной организации.
Вариант 11	Проверка качества выпускаемых деталей показала, что в среднем брак составляет 10%. Найти вероятность того, что в партии из 9 деталей

Вариант	Задача
	окажется: 1) 3 бракованных детали; 2) не менее 8 бракованных деталей, 3) менее 7 бракованных деталей; 4) хотя бы одна бракованная деталь.
Вариант 12	Применяемый метод лечения приводит к выздоровлению в 80% случаев. Найти вероятность того, что из десяти больных поправятся: 1) 4 человека; 2) не более четырех человек; 3) более половины человек; 4) хотя бы один человек.
Вариант 13	Среди студентов института 70% получают стипендию. Найти вероятность того, что среди 7 случайно отобранных по списку студентов не получают стипендию: 1) 2 человека; 2) более 5 человек; 3) не менее 2 человек 4) хотя бы один человек.
Вариант 14	Подбрасывается 10 монет. Найти вероятность того, что выпадет: 1) четыре герба; 2) менее двух гербов 3) не менее трех гербов, 4) хотя бы один герб.
Вариант 15	На предприятии 90% сотрудников имеют высшее образование. Найти вероятность того, что из 9 случайно отобранных по списку сотрудников высшее образование имеют: 1) 5 человек; 2) не менее 7 человек; 3) более 3 человек; 4) хотя бы один человек

Задание 2 (формула Бернулли)

1) На Python (в одном файле):
   1) напишите функцию `bernoulli` с аргументами `n`, `p` и `k`, вычисляющую вероятность по формуле Бернулли.
   2) напишите функцию `menee` с аргументами `n`, `p` и `m` для вычисления вероятности того, что в n независимых испытаниях «успех» случится менее m раз
   3) напишите функцию `ne_bolee` с аргументами `n`, `p` и `m` для вычисления вероятности того, что в n независимых испытаниях «успех» случится не более m раз
   4) напишите функцию `bolee` с аргументами `n`, `p` и `m` для вычисления вероятности того, что в n независимых испытаниях «успех» случится более m раз
   5) напишите функцию `ne_menee` с аргументами `n`, `p` и `m` для вычисления вероятности того, что в n независимых испытаниях «успех» случится не менее m раз
2) Используя написанные функции, найдите вероятности из задачи в Задании 1. Сравните результаты с полученными вами ранее ответами.

Задание 3 (наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли)

1. На обслуживание автобусных маршрутов небольшого города ежедневно выходит 34 автобуса. Вероятность того, что в течение дня автобус нарушит график движения, равна 0,4. Найти наиболее вероятное число автобусов, не нарушивших график движения в течение дня.

2. Сколько раз придется бросать игральный кубик, чтобы наиболее вероятное число выпадения пяти очков было бы равно 32?

3. С помощью автоматического станка изготовлено 90 деталей. Найти вероятность того, что изготовленная деталь – первого сорта, если в этой партии наиболее вероятное число деталей первого сорта равно 82.

Лабораторная работа
Локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа. Производящая функция вероятностей

Задачи на разбор

1. В среднем 85% граждан, взявших потребительский кредит, выполняют первый платеж вовремя. В течение месяца банк выдал потребительские кредиты 500 гражданам. Найти вероятность того, что первый платеж своевременно выполнят: 1) 450 заемщиков; 2) 400 заемщиков; 3) 425 заемщиков; 4) 470 заемщиков; 5) от 425 до 450 заемщиков; 6) от 410 до 430 заемщиков; 7) не более 430 заемщиков; 8) более 425 заемщиков.
2. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за некоторый промежуток времени) первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,6; 0,7 и 0,8. Найти вероятность того, что за этот промежуток времени безотказно будут работать: а) три элемента, б) два элемента, в) один элемент, г) ни один из элементов.

Индивидуальные задания

Задание 1 (локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа)

Вариант	Задача
Вариант 1	При эпидемии гриппа 40% населения заражены вирусом (болеют). В лаборатории 40 сотрудников. Какова вероятность того, что заболевших среди них будет: а) 10 человек; б) 20 человек; в) от 10 до 17 человек; г) более 10?
Вариант 2	На факультете 20% студентов – из сельской местности. Какова вероятность того, что на курсе из 84 человек городских жителей будет: а) 55 человек; б) 70 человек; в) от 50 до 70 человек; г) не более 55 человек?
Вариант 3	В партии из 768 арбузов каждый арбуз оказывается спелым с вероятностью 0,75. Найти вероятность того, что спелых арбузов будет: а) 564 штуки; б) 590 штук; в) от 564 до 600 штук; г) менее 590 штук.
Вариант 4	Кандидата на пост главы муниципального образования поддерживают 80% опрошенных граждан. В выборах принимают участие 450 человек. Какова вероятность того, что за него проголосуют: а) 345 человек; б) 385 человек; в) от 350 до 385 человек; г) не менее 345 человек?
Вариант 5	При социологическом опросе 1 человек из 10 дает неискренние ответы. Опрошено 400 человек. Какова вероятность того, что неискренних ответов будет: а) 36; б) 50; в) от 30 до 50; г) более 36?
Вариант 6	Вероятность приема каждого из 100 передаваемых сигналов равна 0,7. Найти вероятность того, что будет принято: а) 50 сигналов;б) 75 сигналов; в) от 61 до 75 сигналов; г) не более 75 сигналов.
Вариант 7	Отдел технического контроля проверяет детали на стандартность. Вероятность того, что деталь стандартная, равна 0,9. Проверено 900 деталей. Найти вероятность того, что среди них стандартными будут: а) 700 деталей; б) 830 деталей; в) от 700 до 800 деталей; г) менее 800 деталей.
Вариант 8	Вероятность того, что дилер продаст ценную бумагу, равна 0,7. Он предлагает для продажи 100 ценных бумаг. Какова вероятность того, что

Вариант	Задача
	дилер сможет продать: а) 60 ценных бумаг; б) 75 ценных бумаг; в) от 65 до 80 ценных бумаг; г) не менее 65 ценных бумаг?
Вариант 9	Игральную кость подбрасывают 400 раз. Какова вероятность того, что число очков, кратное 3, выпадет: а) 70 раз; б) 150 раз; в) от 120 до 150 раз; г) более 150 раз?
Вариант 10	Известно, что из 100 семей 70 имеют личный транспорт. Найти вероятность того, что из 500 семей имеют личный транспорт:а) 330 семей; б) 400 семей; в) от 330 до 360 семей; г) не более 400 семей.
Вариант 11	Отличником является каждый пятый студент университета. Найти вероятность того, что на курсе из 65 человек: а) 12 отличников; б) 19 отличников; в) от 12 до 22 отличников; г) менее 19 отличников.
Вариант 12	В организации 300 автомобилей. Вероятность того, что в течение определенного промежутка времени автомобиль потребует ремонта, равна 0,3. Найти вероятность того, что в течение этого промежутка времени ремонта потребуют: а) 65 автомобилей; б) 105 автомобилей; в) от 65 до 120 автомобилей; г) не менее 105 автомобилей.
Вариант 13	Покупателям торгового центра предлагается принять участие в лотерее. Выигрышным являются 30% билетов. Найти вероятность того, что из 264 участников лотереи выиграют приз: а) 30 человек; б) 84 человека; в) от 70 до 84 человек; г) более 70 человек.
Вариант 14	Поступающие на базу яблоки сортируются на I и II категории. В среднем ко второй категории сортировщики относят 75% яблок. Какова вероятность того, что из 600 поступивших на сортировку яблок ко второй категории будут отнесены: а) 425 яблок; б) 470 яблок; в) от 410 до 470 яблок; г) не более 425 яблок?
Вариант 15	В организации установлено 160 компьютеров. Вероятность того, что в течение дня компьютер потребует внимания специалиста, равна 0,35. Найти вероятность того, что внимания в течение дня потребуют: а) 45 компьютеров; б) 98 компьютеров; в) от 45 до 75 компьютеров; г) менее 75 компьютеров.

Задание 2 (локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа)

1) На Python (в одном файле):
   1) напишите функцию `l_laplace` с аргументами `n`, `p` и `k`, вычисляющую вероятность по локальной теореме Лапласа.
   2) напишите функцию `i_laplace` с аргументами `n`, `p`, `k_1` и `k_2`, вычисляющую вероятность по интегральной теореме Лапласа.

   О том, как получить на Python значения функции Гаусса и Лапласа написано в файле `Функция Гаусса и функция Лапласа.ipynb` (открыть через Jupyter Notebook).
2) Используя написанные функции, найдите вероятности из задачи в Задании 1. Сравните результаты с полученными вами ранее ответами.

Задание 3 (производящая функция вероятностей)

Для работы с производящей функцией использовать `Python`. Пример решения задачи приведен в файле `Производящая функция.ipynb` (открыть через Jupyter Notebook).

1. Между двумя городами в течение суток осуществляется четыре авиарейса: утренний, дневной, вечерний и ночной. В среднем задерживаются 15% утренних, 20% вечерних, 10% дневных и ночных рейсов. Найти вероятность того, что в течение следующих суток задержаны будут: а) четыре авиарейса, б) три авиарейса, в) два авиарейса, г) один авиарейс, д) ни одного авиарейса.
2. Сообщение последовательно передается по четырем независимым каналам связи. Вероятность искажения сообщения при его передаче по первому каналу составляет 0,02, по второму – 0,01, по третьему – 0,015, по четвертому – 0,03. Найти вероятность того, что переданное сообщение не будет искажено.

Лабораторная работа
Дискретная случайная величина

Задачи на разбор

1. Три стрелка делают по одному выстрелу по учебной цели с разного расстояния. Вероятности их попадания равны, соответственно, 0,3; 0,6; 0,9. Случайная величина X – число промахов. Необходимо: 1) составить ряд распределения; 2) построить многоугольник распределения; 3) записать функцию распределения; 4) построить график функции распределения; 5) вычислить $P(1 \leq X < 3)$, 6) найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение, 7) вычислить $M(3-4X)$ и $D(3-4X)$.
2. В урне 10 белых и 2 черных шара. Наудачу извлекаются 5 шаров. Составить закон распределения случайной величины X – числа черных шаров среди извлеченных. Необходимо: 1) составить ряд распределения; 2) построить многоугольник распределения; 3) записать функцию распределения; 4) построить график функции распределения; 5) вычислить $P(X < 2)$, 6) найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение, 7) вычислить $M(2X-5)$ и $D(2X-5)$.

Индивидуальные задания

Дана случайная величина X. Необходимо:

1) составить ряд распределения

   При вычислении вероятностей $P(X = x_i)$ случайной величине X принять значение x_i вам нужно будет использовать один из следующих вариантов: классическое определение вероятности и формулы комбинаторики; теоремы сложения и умножения вероятностей; формула Бернулли; производящая функция.

   Вычисления нужно записать или приложить файл с расчетами на Python.
2) построить многоугольник распределения
3) записать функцию распределения
4) построить график функции распределения
5) найти математическое ожидание
6) найти дисперсию
7) найти среднее квадратическое отклонение

Вариант	Задача
Вариант 1	Бросают три игральных кубика. Случайная величина X – число выпавших «шестерок». Дополнительно найти $P(1 \leq X < 3)$, $M(3-2X)$ и $D(3-2X)$

Вариант	Задача
Вариант 2	Команда университета участвует в олимпиадах по программированию, математике и физике. Вероятность того, что команда займет первое место по математике, равна 0,2; по программированию – 0,3, по физике – 0,1. Случайная величина X – число первых мест, занятых командой. Дополнительно найти $P(1 < X \leq 3)$, $M(2X - 7)$ и $D(2X - 7)$.
Вариант 3	Двое шахматистов, равных по уровню игры, провели три партии. Случайная величина X – число партий, выигранных первым шахматистом. Дополнительно найти $P(0 \leq X < 2)$, $M(3 - 4X)$ и $D(3 - 4X)$.
Вариант 4	Вероятность сбоя при работе АТС составляет 0,2. Случайная величина X – число сбоев, если в данный момент поступило три вызова. Дополнительно найти $P(0 < X \leq 2)$, $M(9X - 2)$ и $D(9X - 2)$.
Вариант 5	Трое покупателей независимо делают по одной покупке. Вероятность того, что покупку сделает первый покупатель, равна 0,5, второй – 0,7, третий – 0,6. Случайная величина X – число покупок, сделанных покупателями. Дополнительно найти $P(X > 1)$, $M(7 - 2X)$ и $D(7 - 2X)$.
Вариант 6	Имеются три различных ключа, из которых только один подходит к замку. Случайная величина X – число опробованных ключей. Дополнительно найти $P(X \leq 2)$, $M(8X - 3)$ и $D(8X - 3)$.
Вариант 7	Трое студентов решают по задаче. Вероятность допустить ошибку при решении составляет 0,2 для первого студента, 0,5 для второго и 0,3 для третьего. Случайная величина X – число правильно решенных задач. Дополнительно найти $P(X \geq 2)$, $M(8 - 5X)$ и $D(8 - 5X)$.
Вариант 8	В урне находятся 15 красных, 9 голубых и 6 зеленых шаров. Наудачу вынимают 3 шара. Случайная величина Х – число красных шаров среди вынутых. Дополнительно найти $P(1 \leq X < 3)$, $M(9X - 5)$ и $D(9X - 5)$.
Вариант 9	В течение часа должны прибыть три поезда. Вероятность первому поезду задержаться в пути составляет 0,3, второму – 0,4, третьему – 0,1. Случайная величина X – число вовремя прибывших поездов. Дополнительно найти $P(1 < X \leq 3)$, $M(9 - 4X)$ и $D(9 - 4X)$.
Вариант 10	Среди 10 лотерейных билетов есть три выигрышных. Было куплено три билета. Случайная величина X – число выигрышных билетов среди купленных. Дополнительно найти $P(0 \leq X < 2)$, $M(7X - 4)$ и $D(7X - 4)$.
Вариант 11	Партия содержит 20 деталей, из которых пять - бракованные. Были куплены три детали. Случайная величина X – число бракованных деталей среди купленных. Дополнительно найти $P(0 < X \leq 2)$, $M(7 - 8X)$ и $D(7 - 8X)$.
Вариант 12	За один час в роддоме родилось трое детей. Случайная величина X – число девочек среди новорожденных, если вероятность рождения девочки составляет 0,6. Дополнительно найти $P(X > 1)$, $M(3X - 5)$ и $D(3X - 5)$.

Вариант	Задача
Вариант 13	В коробке 24 кубика, их них 16 синих и 8 красных. Наугад вынимают три кубика. Случайная величина X – число красных кубиков среди вынутых. Дополнительно найти $P(X \le 2)$.
Вариант 14	Помещение освещается тремя лампочками. Вероятность перегореть для первой лампочки составляет 0,3, для второй – 0,6, для третьей – 0,4. Случайная величина X – число перегоревших лампочек. Дополнительно найти $P(X \le 2)$, $M(4-5X)$ и $D(4-5X)$.
Вариант 15	Проверка качества выпускаемых деталей показала, что в среднем брак составляет 10%. Случайная величина Х – число бракованных изделий среди трех наудачу выбранных для проверки изделий. Дополнительно найти $P(1 \le X < 3)$, $M(2X-5)$ и $D(2X-5)$.

Лабораторная работа
Непрерывные случайные величины

Задачи на разбор

1. Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} 0 \ \text{ при } x \le 0, \\ \dfrac{3}{2}\sin 3x \ \text{ при } 0 < x \le \dfrac{\pi}{3}, \\ 0 \ \text{ при } \ x > \dfrac{\pi}{3}. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $\left(\frac{\pi}{6};\ \frac{\pi}{4}\right)$.

2. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 \ \text{ при } x \le 0, \\ \dfrac{1}{2}(x^3 - 3x^2 + 3x) \ \text{ при } 0 < x \le 2, \\ 1 \ \text{ при } \ x > 2. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее промежутку: а) $(0;\ 1)$; б) $\left(-1;\ \frac{1}{2}\right]$; в) $[0;\ 3]$.

3. Является ли плотностью распределения вероятностей некоторой случайной величины функция

$$f(x) = \begin{cases} 0 \ \text{ при } x \le 0, \\ x(1-x) \ \text{ при } 0 < x \le 1, \\ 0 \ \text{ при } \ x > 1. \end{cases}$$

4. Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} 0 \ \text{ при } x \le 0, \\ C\sin 2x \ \text{ при } 0 < x \le \dfrac{\pi}{2}, \\ 0 \ \text{ при } \ x > \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти постоянный параметр C.

5. Задана плотность распределения вероятностей случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} 0 \ \text{ при } x \le 0, \\ C(x^2 + 2x) \ \text{ при } 0 < x \le 1, \\ 0 \ \text{ при } \ x > 1. \end{cases}$$

Найти: а) постоянный параметр C; б) функцию распределения $F(x)$, в) математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.

6. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0 \ \text{ при } x\le -2, \\ \dfrac{1}{5}(x+2) \ \text{ при } -2<x\le 3, \\ 1 \ \text{ при } \ x>3. \end{cases}$$

Найти $\sigma(10-2X)$.

Задачи для самостоятельного решения

7. Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины X:

$$f(x)=\begin{cases} 0 \ \text{ при } x\le 0, \\ \dfrac{x}{2} \ \text{ при } 0<x\le 2, \\ 0 \ \text{ при } \ x>2. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(1;\ 2)$.

8. Является ли плотностью распределения вероятностей некоторой случайной величины функция

$$f(x)=\begin{cases} 0 \ \text{ при } x\le -\dfrac{\pi}{2} \text{ или } x>\dfrac{\pi}{2}, \\ \cos x \ \text{ при } -\dfrac{\pi}{2}<x\le \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

9. Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины X:

$$f(x)=\begin{cases} 0 \ \text{ при } x\le 0 \text{ или } x>1, \\ C(x^2+x+1) \ \text{ при } 0<x\le 1. \end{cases}$$

Найти постоянный параметр C.

10. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0 \ \text{ при } x\le 0, \\ x^3 \ \text{ при } 0<x\le 1, \\ 1 \ \text{ при } \ x>1. \end{cases}$$

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X.

11. Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины X:

$$f(x)=\begin{cases} 0 \ \text{ при } x\le 2 \text{ или } x>4, \\ \dfrac{1}{2} \ \text{ при } 2<x\le 4. \end{cases}$$

Найти $M(7-2X)$ и $D(6X+5)$.

Индивидуальные задания

Вариант	Задание
Вариант 1	Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения: $F(x)=\begin{cases} 0 \ \text{ при } x\le 2, \\ \dfrac{x^2}{12}-\dfrac{1}{3} \ \text{ при } 2<x\le 4, \\ 1 \ \text{ при } \ x>4. \end{cases}$ Найти: 1) плотность распределения $f(x)$; 2) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(3;\ 4)$; 3) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X.

Вариант	Задание
	Построить график $f(x)$ и $F(x)$.
Вариант 2	Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятностей: $$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 1,\\ C\cdot\sqrt{x} \text{ при } 1<x\le 4,\\ 0 \text{ при } x>4.\end{cases}$$ Найти: 1) постоянный параметр C; 2) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(0;\ 3)$; 3) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$.
Вариант 3	Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятностей: $$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le -2,\\ \frac{3}{35}x^2 \text{ при } -2<x\le 3,\\ 0 \text{ при } x>3.\end{cases}$$ Найти: 1) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(-4;\ 2)$; 2) функцию распределения $F(x)$, 3) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$ и $F(x)$.
Вариант 4	Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения: $$F(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le -1,\\ x^7+1 \text{ при } -1<x\le 0,\\ 1 \text{ при } x>0.\end{cases}$$ Найти: 1) плотность распределения $f(x)$; 2) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $\left(-\frac{1}{2};\ 0\right)$; 3) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$ и $F(x)$.
Вариант 5	Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятностей: $$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 1,\\ C\cdot\sqrt[3]{x} \text{ при } 1<x\le 8,\\ 0 \text{ при } x>8.\end{cases}$$ Найти: 1) постоянный параметр C; 2) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(0;\ 5)$; 3) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$.
Вариант 6	Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятностей: $$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 1,\\ \frac{1}{4\sqrt{x}} \text{ при } 1<x\le 9,\\ 0 \text{ при } x>9.\end{cases}$$ Найти: 1) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(0;\ 4)$; 2) функцию распределения $F(x)$, 3) математическое

Вариант	Задание
	ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$ и $F(x)$.
Вариант 7	Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения: $F(x)=\begin{cases} 0 \ \text{при}\ x\le -1, \\ \dfrac{x^5}{2}+\dfrac{1}{2} \ \text{при}\ -1<x\le 1, \\ 1 \ \text{при}\ x>1. \end{cases}$ Найти: 1) плотность распределения $f(x)$; 2) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $\left(\frac{1}{2};\ 1\right)$; 3) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$ и $F(x)$.
Вариант 8	Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятностей: $f(x)=\begin{cases} 0 \ \text{при}\ x\le -2, \\ C\cdot x^4 \ \text{при}\ -2<x\le 2, \\ 0 \ \text{при}\ x>2. \end{cases}$ Найти: 1) постоянный параметр C; 2) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(-3;\ 1)$; 3) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$.
Вариант 9	Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятностей: $f(x)=\begin{cases} 0 \ \text{при}\ x\le 1, \\ \dfrac{8}{3x^3} \ \text{при}\ 1<x\le 2, \\ 0 \ \text{при}\ x>2. \end{cases}$ Найти: 1) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $\left(\frac{3}{2};\ 3\right)$; 2) функцию распределения $F(x)$, 3) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$ и $F(x)$.
Вариант 10	Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения: $F(x)=\begin{cases} 0 \ \text{при}\ x\le 2, \\ (x-2)^2 \ \text{при}\ 2<x\le 3, \\ 1 \ \text{при}\ x>3. \end{cases}$ Найти: 1) плотность распределения $f(x)$; 2) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(2;\ 2{,}5)$; 3) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$ и $F(x)$.
Вариант 11	Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятностей:

Вариант	Задание
	$$f(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 0,\\ C\cdot\sqrt[4]{x} \text{ при } 0<x\le 1,\\ 0 \text{ при } x>1.\end{cases}$$ Найти: 1) постоянный параметр C; 2) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $\left(\frac{1}{16};16\right)$; 3) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$.
Вариант 12	Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятностей: $$f(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 1,\\ \frac{1}{3}\left(x-\frac{1}{2}\right) \text{ при } 1<x\le 3,\\ 0 \text{ при } x>3.\end{cases}$$ Найти: 1) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(2;4)$; 2) функцию распределения $F(x)$, 3) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$ и $F(x)$.
Вариант 13	Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения: $$F(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 1,\\ \frac{x^2-x}{2} \text{ при } 1<x\le 2,\\ 1 \text{ при } x>2.\end{cases}$$ Найти: 1) плотность распределения $f(x)$; 2) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(1{,}5;\ 3)$; 3) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$ и $F(x)$.
Вариант 14	Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятностей: $$f(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 1,\\ C\cdot x^3-1 \text{ при } 1<x\le 2,\\ 0 \text{ при } x>2.\end{cases}$$ Найти: 1) постоянный параметр C; 2) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$; 3) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$.
Вариант 15	Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятностей: $$f(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le -1,\\ 2{,}5x^4 \text{ при } -1<x\le 1,\\ 0 \text{ при } x>1.\end{cases}$$ Найти: 1) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $\left(-2;\frac{1}{2}\right)$; 2) функцию распределения $F(x)$, 3) математическое

Вариант	Задание
	ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график $f(x)$ и $F(x)$.

Лабораторная работа
Непрерывные законы распределения

Задачи на разбор

Равномерное распределение

1. Случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[-2; 2]$. Найти плотность вероятностей и функцию распределения случайной величины X. Построить графики плотности вероятностей и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Найти третий квартиль случайной величины X.
2. Случайная величина X – время ожидания поезда на станции метро имеет равномерный закон распределения. Известно, что интервал движения поездов составляет 3,5 минуты. Найти вероятность того, что вышедший на перрон пассажир будет ожидать поезд: а) от 2 до 4 минут; б) от 4 до 5 минут.
3. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения составляет 10 минут. Найти: а) среднее время ожидания автобуса на остановке; б) вероятность того, что подошедший к остановке пассажир будет ожидать очередной автобус менее 4 минут.
4. Найти закон распределения равномерно распределенной случайной величины X, если известно, что $M(X) = 15, D(X) = \frac{25}{3}$. Найти медиану случайной величины X.

Показательное распределение

5. Случайная величина X, распределенная по показательному закону, задана плотностью вероятностей $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 2e^{-2x} & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$. Найти параметр λ показательного распределения. Найти функцию распределения случайной величины X. Построить графики плотности вероятностей и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале $(1; 1{,}5)$. Определить 10%-ную квантиль случайной величины X.
6. Случайная величина X, распределенная по показательному закону, задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 1 - e^{-0{,}4x} & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$. Найти параметр λ показательного распределения. Найти плотность вероятностей случайной величины X. Построить графики плотности вероятностей и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале $(2{,}5; 5)$. Определить квантиль порядка 0,99 случайной величины X.
7. Длительность времени безотказной работы электронного устройства подчинена показательному закону распределения со средним проектным временем службы 10 лет.

Найти вероятность того, что наудачу взятое устройство будет работать а) от 5 до 10 лет; б) менее 5 лет.

Нормальное распределение

8. Найти плотность вероятностей нормально распределенной случайной величины X, если известно, что: а) $m = 1, \sigma = 0{,}8$; б) $M(X) = 0, D(X) = 0{,}25$. Построить нормальные кривые (на одном рисунке).

9. Нормально распределенная случайная величина X задана плотностью вероятностей $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+1)^2}{32}}$. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X.

10. Текущая цена акции представляет собой нормально распределенную случайную величину X с математическим ожиданием (средней ценой) 100 у.е. и средним квадратическим отклонением 16 у.е. Найти вероятность того, что цена акции будет: а) находиться в пределах от 90 до 120 у.е.; б) меньше 95 у.е.; в) больше 110 у.е.

11. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических ошибок. Случайные ошибки взвешивания подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 20$ г. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 10 г.

Лабораторная работа
Законы распределения случайных величин на Python

1. Изучите файл `Важнейшие законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин.ipynb` (открыть через Jupyter Notebook).
2. На Python (в одном файле)
    1) Сгенерировать нормально распределенную случайную величину, построить графики ее функции распределения и плотности вероятности. Проверить, работает ли правило «трех сигм».
    2) Изучить влияние значений параметров на характер равномерного распределения. Для этого на одном графике построить не менее трех функций распределения с разными значениями параметров. То же самое проделать для плотности вероятностей.

       Подберите значения параметров так, чтобы построенные графики наглядно показывали их влияние на характер равномерного распределения.
    3) Аналогично изучить влияние значений параметров на характер показательного распределения.
    4) Сгенерировать случайную величину с биномиальным распределением (значение параметров распределения выберите сами), построить график ее функции распределения и «многоугольник» вероятностей.
    5) Изучить влияние значений параметров на характер распределения Пуассона. Для этого на одном графике построить не менее трех функций распределения с разными значениями параметров. То же самое проделать для «многоугольника» вероятностей.

   Значение параметров распределения выбираете сами (разумеется, иные, чем в ноутбуке).

Индивидуальные задания

Вариант 1

1. Случайная величина X задана плотностью вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{1{,}5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{4{,}5}}.$$

1) Определить вид распределения.
2) Записать функцию распределения случайной величины X.
3) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).
4) Найти $M(11 - 6X)$ и $D(4X + 3)$.
5) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(-1; 2{,}5)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Вероятность того, что покупатель сделает покупку на сумму свыше 10000 рублей, равна 0,35. За день было совершенно 15 покупок. Случайная величина X – число покупателей, сделавших покупку на сумму свыше 10000 рублей.

1) Определить вид распределения.
2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).
3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение
4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 5, б) 20 (Python).

Вариант 2

1. Случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[2; b]$. Ее математическое ожидание равно 3.

1) Найти b.
2) Записать функцию распределения и плотность вероятностей случайной величины X.
3) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).
4) Найти $\sigma(X)$ и $D(6X - 5)$.
5) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(3{,}5; 5)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).
6) Найти квантиль порядка 0,8 (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Вероятность выигрыша крупной суммы по лотерейному билету равна 0,0025. 800 человек купили по одному лотерейному билету. Случайная величина X – число человек, выигравших крупные суммы.

1) Какой закон распределения нужно использовать для приближенного вычисления вероятностей $P(X = x_i)$?
2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).
3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение
4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 2, б) 50 (Python).

Вариант 3

1. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 1 - e^{-0,8x} & \text{при } x \geq 0 \end{cases}.$$

1) Определить вид распределения.
2) Записать плотность вероятностей случайной величины X.
3) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).
4) Найти $M(6X + 3)$ и $D(2 - 2X)$.
5) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(2,5; 5)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).
6) Найти 35%-ный квантиль (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,4 и не зависит от порядкового номера выстрела. Случайная величина X – число попаданий в мишень при 20 выстрелах.

1) Определить вид распределения.
2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).
3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение
4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 15, б) 25 (Python).

Вариант 4

1. Случайная величина X имеет нормальный закон распределения, причем ее математическое ожидание равно 3, а дисперсия – 0,09.

1) Определить параметры распределения.
2) Записать функцию распределения и плотность вероятностей случайной величины X.
3) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).
4) Найти $\sigma(X)$ и $D(2 - 9X)$.
5) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(1,5; 4)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Вероятность получения высшего балла за ЕГЭ по математике равна 0,002. В городе ЕГЭ по математике сдают 1500 старшеклассников. Случайная величина X – число учеников, получивших высший балл.

1) Какой закон распределения нужно использовать для приближенного вычисления вероятностей $P(X = x_i)$?
2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).
3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение
4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 4, б) 30 (Python).

Вариант 5

1. Случайная величина X задана плотностью вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1, \\ 0,25 & \text{при } 1 \leq x \leq 5, \\ 0 & \text{при } x > 5. \end{cases}.$$

1) Определить вид распределения.
2) Записать функцию распределения случайной величины X.
3) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).
4) Найти $M(4X+5)$ и $D(7-3X)$
5) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(-1; 2{,}5)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).
6) Найти первый квартиль (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Нарушения техники пожарной безопасности фиксируются, в среднем, в 40% организаций. Случайным образом для проверки выбирается 12 организаций. Случайная величина X – количество организаций, в которых зафиксированы нарушения техники пожарной безопасности.

1) Определить вид распределения.
2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).
3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение
4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 4, б) 14 (Python).

Вариант 6

1. Математическое ожидание случайной величины X, распределенной по показательному закону, равно 3.

1) Записать функцию распределения и плотность вероятностей случайной величины X.
2) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).
3) Найти $\sigma(X)$, $M(1-3X)$ и $D(6+4X)$.
4) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(5; 7{,}5)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).
5) Найти квантиль порядка 0,6 (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Вероятность неправильного заполнения налоговой декларации консультантом по налогообложению равна 0,005. Случайная величина X – число неправильно заполненных из 800 заполняемых консультантом в течение квартала деклараций.

1) Какой закон распределения нужно использовать для приближенного вычисления вероятностей $P(X = x_i)$?
2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).
3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение
4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 5, б) 80 (Python).

Вариант 7

1. Случайная величина X задана плотностью вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{32}}.$$

1) Определить вид распределения.

2) Записать функцию распределения случайной величины X.
3) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).
4) Найти $M(8X-1)$ и $D(0{,}5X)$.
5) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(-11;11)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. В среднем 2,5% мониторов персональных компьютеров выходят из строя до истечения гарантийного срока. Случайная величина X – число сломавшихся до истечения гарантийного срока из 160 купленных мониторов.

1) Какой закон распределения нужно использовать для приближенного вычисления вероятностей $P(X=x_i)$?
2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).
3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение
4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 3, б) 30 (Python).

Вариант 8

1. Случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[a;4]$. Ее дисперсия равна 3.

1) Найти a.
2) Записать функцию распределения и плотность вероятностей случайной величины X.
3) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).
4) Найти $M(3X+2)$ и $\sigma(9-5X)$.
5) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(0{,}5;5{,}5)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).
6) Найти 45%-ную квантиль (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Среди студентов математического факультета 70% получают стипендию. Случайная величина X – количество не получающих стипендию студентов в группе из 18 человек.

1) Определить вид распределения.
2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).
3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение
4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 13, б) 23 (Python).

Вариант 9

1. Случайная величина X задана плотностью вероятностей

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0\\ 4e^{-4x} & \text{при } x\geq 0\end{cases}.$$

1) Определить вид распределения.
2) Записать плотность вероятностей случайной величины X.
3) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).
4) Найти $M(16+2X)$ и $D(5-8X)$.

5) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(0{,}25; 0{,}5)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

6) Найти медиану (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Некачественные изделия составляют 2% всей продукции цеха. Случайная величина X – число некачественных изделий из 200 наудачу взятых изделий.

1) Какой закон распределения нужно использовать для приближенного вычисления вероятностей $P(X = x_i)$?

2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).

3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 3, б) 33 (Python).

Вариант 10

1. Случайная величина X имеет нормальный закон распределения, причем ее математическое ожидание равно -1, а дисперсия – 4.

1) Определить параметры распределения.

2) Записать функцию распределения и плотность вероятностей случайной величины X.

3) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).

4) Найти $\sigma(X)$ и $\sigma(1 - 6X)$.

5) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(-3; 1{,}5)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Проверка качества выпускаемых деталей показала, что в среднем брак составляет 15%. Случайная величина X – число бракованных деталей из 16 случайно отобранных для проверки деталей.

1) Определить вид распределения.

2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).

3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 2, б) 22 (Python).

Вариант 11

1. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 \ \text{ при } x \le -5, \\ \frac{x+5}{8} \ \text{ при } -5 < x \le 3, \\ 1 \ \text{ при } \ x > 3. \end{cases}.$$

1) Определить вид распределения.

2) Записать плотность вероятностей случайной величины X.

3) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).

4) Найти $M(2X + 4)$ и $\sigma(10 - 3X)$.

5) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(1; 5)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

6) Найти квантиль порядка 0,7 (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Дальтоники составляют 1% населения. Случайная величина X – число дальтоников в выборке из 100 человек.

1) Какой закон распределения нужно использовать для приближенного вычисления вероятностей $P(X = x_i)$?
2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).
3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение
4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 0, б) 10 (Python).

Вариант 12

1. Дисперсия случайной величины X, распределенной по показательному закону, равна 0,04.

1) Записать функцию распределения и плотность вероятностей случайной величины X.
2) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).
3) Найти $M(20X - 2)$ и $\sigma(X)$.
4) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(0{,}6; 0{,}8)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).
5) Найти 15%-ный квантиль (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Всхожесть семян составляет 80%. Случайная величина X – число семян, давших всходы, из 15 посеянных семян.

1) Определить вид распределения.
2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).
3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение
4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 10, б) 20 (Python).

Вариант 13

1. Случайная величина X задана плотностью вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{0{,}5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{0{,}5}}.$$

1) Определить вид распределения.
2) Записать функцию распределения случайной величины X.
3) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).
4) Найти $M(0{,}5X)$ и $\sigma(1 - 12X)$.
5) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(1{,}2; 4)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Подбрасывается 14 монет. Случайная величина X – число выпавших «гербов».

1) Определить вид распределения.
2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).

3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 6, б) 16 (Python).

Вариант 14

1. Случайная величина X имеет равномерный закон распределения, причем ее математическое ожидание равно 3, а дисперсия – $\frac{49}{3}$.

1) Записать функцию распределения и плотность вероятностей случайной величины X.

2) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).

3) Найти $M(2+7X)$ и $\sigma(1-3X)$.

4) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(-5;5)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

5) Найти третий квартиль (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Вероятность нарушения герметичности баллона с газом равна 0,001. Случайная величина X – число разгерметизированных баллонов из партий в 2000 баллонов.

1) Какой закон распределения нужно использовать для приближенного вычисления вероятностей $P(X=x_i)$?

2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).

3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 3, б) 30 (Python).

Вариант 15

1. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x<0 \\ 1-e^{-5x} & \text{при } x\geq 0 \end{cases}.$$

1) Определить вид распределения.

2) Записать плотность вероятностей случайной величины X.

3) Построить графики функции распределения и плотности вероятностей (эскиз в тетради, точный график в Python).

4) Найти $M(10X-12)$ и $D(4-5X)$.

5) Найти вероятность попадания значений случайной величины в интервал $(0{,}5;1{,}5)$ (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

6) Найти квантиль порядка 0,9 (выражение составить в тетради, значение посчитать в Python).

2. Бросок игральной кости считается успешным, если выпадает менее 3 очков. Случайная величина X – число успешных бросков при 17 бросаниях игральной кости.

1) Определить вид распределения.

2) Построить многоугольник распределения и график функции распределения (Python).

3) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

4) Найти вероятность случайной величине принять значение, равное а) 5, б) 25 (Python).

Лабораторная работа

Неравенство Чебышева и закон больших чисел. Центральная предельная теорема

Задание 1 (неравенство Чебышева и закон больших чисел)

1. Вероятность наступления события A в каждом из 1000 независимых испытаний равна 0,8. Найдите вероятность того, что число наступлений события A в этих 1000 испытаний отклонится от своего математического ожидания по абсолютной величине не менее чем на 50.

2. Вероятность сбоя при передаче сообщения по каналу связи равна 0,4. Оцените вероятность того, что при передаче 600 сообщений верно были переданы от 340 до 380 сообщений. Оценку произведите, используя: а) неравенство Чебышева; б) интегральную теорему Лапласа.

Задание 2 (центральная предельная теорема)

Проверьте работу центральной предельной теоремы. Для этого на Python (в одном файле):

1) Выберите распределение и его параметры. Сгенерируйте выборку из 1000 значений случайной величины с этим распределением. Постройте гистограмму распределения значений выборки и график плотности распределения вашей случайной величины на одной координатной плоскости.

   Для построения гистограммы используйте метод `hist` из библиотеки `matplotlib.pyplot`

   ```
   hist(x, bins= n, range=(a,b), density=True, label='строка')
   ```

   где

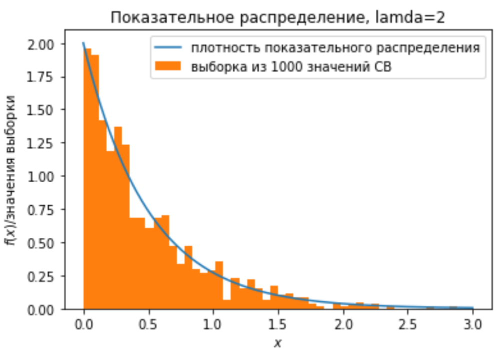
   `x` – массив значений случайной величины,

   `bins` – количество столбов гистограммы,

   `a` и `b` – границы диапазона построения гистограммы,

   `строка` – текст для легенды.

   Примерный результат первого шага



2) Для четырех и более значениях n (например, 5, 10, 50, 100 – подберите значения так, чтобы иллюстрация работы ЦПТ была как можно более наглядной) сгенерируйте массивы из 1000 значений случайной величины

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k$$

   где X_k – случайные величины с вашим распределением.

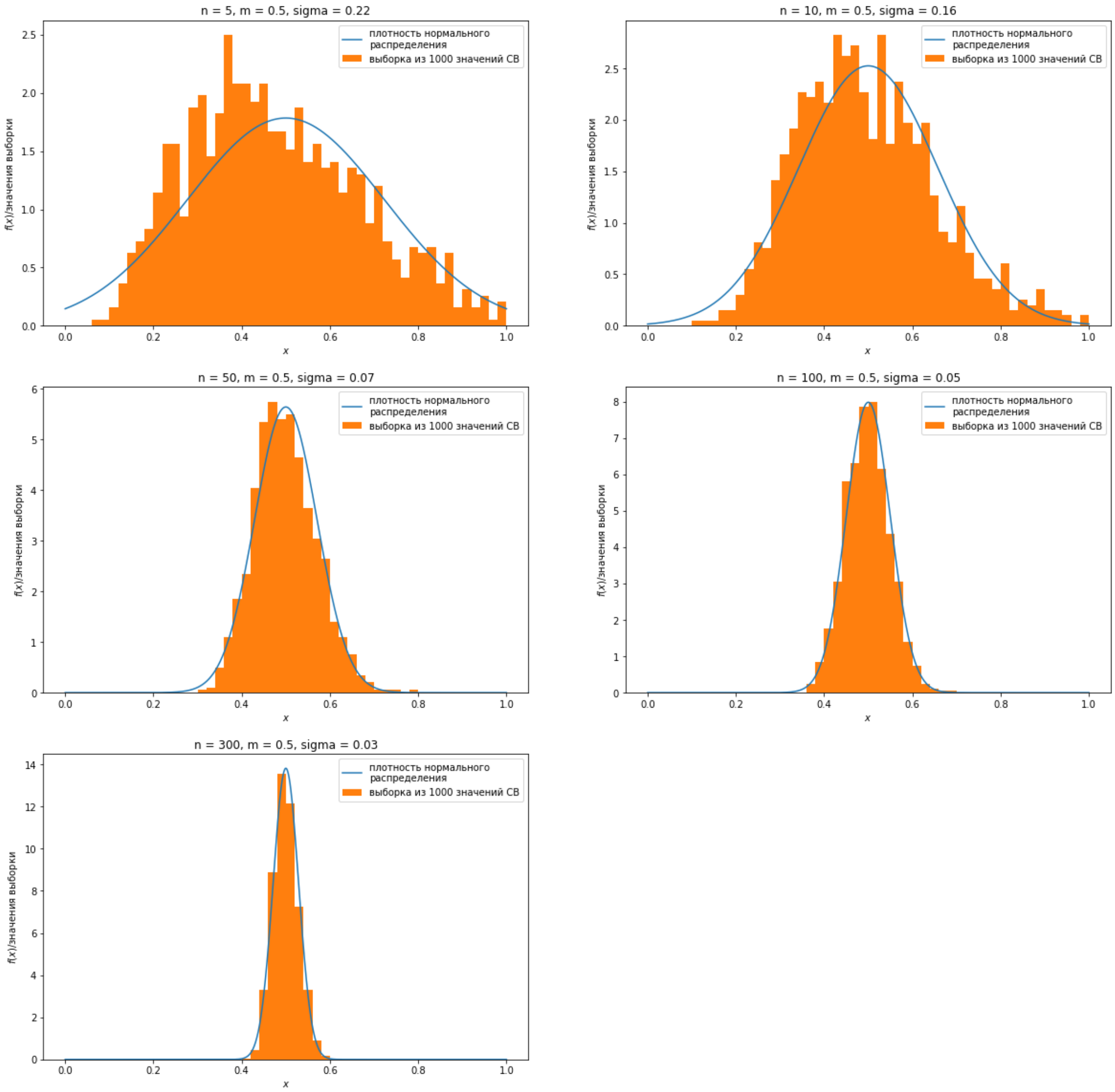
   Для генерации массивов лучше написать функцию с аргументом n.

3) Используя информацию о математическом ожидании и дисперсии вашего распределения (она есть в лекции или её можно без труда найти в Википедии), для каждого значения n

рассчитайте значения параметров нормальных распределений, которыми, согласно центральной предельной теореме, приближается распределение случайной величины $\overline{X}$.

4) Для каждого значения n постройте гистограмму распределения значений $\overline{X}$ и функции плотности нормального распределения с соответствующими параметрами.

Примерный результат четвертого шага



5) Основываясь на полученных результатах, сделайте вывод:

а) Сработала ли центральная предельная теорема в вашем случае?

б) Как влияет значение n на точность приближения распределения $\overline{X}$ и нормального распределения?

Лабораторная работа
Зависимость и независимость случайных величин

Задачи на разбор

1. Имеется урна с 3 белыми и 3 черными шарами. Производится последовательное извлечение шаров (без возвращения) до первого появления белого шара; X – число извлеченных шаров. Далее извлечение шаров продолжается до первого появления черного шара; Y – число шаров, извлеченных во второй серии. Требуется составить закон распределения двумерной случайной величины $(X;Y)$.

2. Закон распределения системы случайных величин $(X;Y)$ задан таблицей распределения вероятностей:

$X \backslash Y$	-1	0	1
0	0,01	0,04	0,05
1	0,06	0,24	0,1
2	0,05	0,15	0,1
3	0,04	0,07	0,09

Найдите: а) законы распределения случайных величин X и Y; б) закон распределения случайной величины Y при условии, что $X = 0$; в) вероятность события $(X < 2, Y < 1)$. Что полученные законы распределения говорят о зависимости случайных величин X и Y?

3. Закон распределения системы случайных величин $(X;Y)$ задан таблицей распределения вероятностей:

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	6
0	0,202	0,174	0,113	0,062	0,049	0,023	0,004
1	0	0,099	0,064	0,04	0,031	0,02	0,006
2	0	0	0,031	0,025	0,018	0,013	0,008
3	0	0	0	0,001	0,002	0,004	0,011

Найдите коэффициент корреляции случайных величин X и Y и корреляционную матрицу. Что полученные результаты говорят о коррелированности и зависимости случайных величин X и Y?

Лабораторная работа
Первичная обработка выборки. Точечные оценки

Задачи на разбор

1. В результате исследования получена выборка:

9	6	8	7	9	9	7	5	8	10	8	10	10	5	8
6	7	8	9	8	7	6	10	8	8	10	8	6	9	8

Требуется:

1) составить статистическое распределение выборки в виде таблицы частот и таблицы относительных частот;
2) построить полигон частот и полигон относительных частот;
3) найти эмпирическую функцию распределения (считая, что изучаемый количественный признак является дискретной случайной величиной) и построить ее график;
4) вычислить выборочное среднее;
5) найти моду, медиану и медианное абсолютное отклонение;
6) вычислить исправленную выборочную дисперсию и исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение;
7) вычислить выборочный квантиль порядка 0,3 и выборочный 75%-процентиль.

2. В результате исследования получена выборка:

24	10	26	21	27	21	26	21	36	37	22	39	40	12	14
22	13	43	44	17	29	25	23	41	11	37	16	15	25	17
23	15	40	27	44	27	22	22	27	18	28	21	29	16	25

19	26	28	27	23	16	38	24	24	41	42	21	10	28	19

Требуется:

1) составить статистическое распределение выборки в виде интервальной таблицы частот и интервальной таблицы относительных частот;
2) построить гистограмму частот и гистограмму относительных частот;
3) найти эмпирическую функцию распределения (считая, что изучаемый количественный признак является непрерывной случайной величиной) и построить ее график;
4) вычислить выборочное среднее;
5) вычислить группированную моду и группированную медиану;
6) вычислить выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение.

Индивидуальные задания

Задание 1

В результате исследования получена выборка. Требуется:

3) составить статистическое распределение выборки в виде таблицы частот и таблицы относительных частот;
4) построить полигон частот и полигон относительных частот;
5) найти эмпирическую функцию распределения (считая, что изучаемый количественный признак является дискретной случайной величиной) и построить ее график;
6) вычислить выборочное среднее;
7) найти моду, медиану и медианное абсолютное отклонение;
8) вычислить исправленную выборочную дисперсию и исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение;
9) вычислить выборочный квантиль порядка n и выборочный p-ый процентиль

Вариант	Выборка
Вариант 1	31 31 32 30 30 29 30 29 29 30 30 31 32 29 31 30 30 31 30 33 33 29 31 30 30 31 29 30 30 30 $n = 0{,}1;\ p = 75\%$
Вариант 2	31 28 28 29 28 30 30 29 32 31 30 30 29 31 29 29 30 32 32 30 31 29 31 30 32 30 28 31 29 27 30 31 30 32 29 30 32 29 28 30 $n = 0{,}2;\ p = 65\%$
Вариант 3	23 24 27 24 26 27 27 24 25 26 25 25 26 23 24 25 26 23 26 25 24 25 25 25 26 23 23 25 25 23 26 25 23 24 23 27 24 25 25 24 $n = 0{,}3;\ p = 85\%$
Вариант 4	26 25 25 24 24 24 28 23 25 26 25 25 26 25 23 23 25 25 25 23 25 26 24 25 25 26 25 23 25 26 25 24 24 24 26 $n = 0{,}4;\ p = 95\%$
Вариант 5	21 21 19 19 22 20 21 20 20 21 20 20 17 19 21 22 22 20 20 21 19 20 21 20 20 19 20 21 19 18 19 19 20 21 19

Вариант	**Выборка**
	$n = 0{,}6;\ p = 25\%$
Вариант 6	19 20 20 22 20 19 20 20 19 19 19 20 20 23 20 17 21 21 19 20 17 21 19 21 19 21 22 22 22 19 22 20 20 21 21 20 18 21 22 18 $n = 0{,}7;\ p = 35\%$
Вариант 7	26 24 27 25 25 24 25 27 23 26 25 24 23 25 26 25 25 25 24 24 24 26 28 27 23 25 26 26 26 26 $n = 0{,}8;\ p = 45\%$
Вариант 8	19 20 22 22 19 22 20 17 22 18 20 21 23 19 20 19 20 20 19 22 20 19 21 21 19 20 18 19 21 19 $n = 0{,}9;\ p = 55\%$
Вариант 9	15 14 15 14 15 17 14 15 16 14 14 14 16 15 13 16 13 15 16 15 14 16 16 15 15 14 14 13 15 16 16 16 14 16 16 13 13 14 13 15 $n = 0{,}15;\ p = 60\%$
Вариант 10	16 13 16 16 13 15 15 12 16 15 15 16 16 13 15 15 13 14 14 15 13 17 16 14 12 14 17 15 14 15 12 15 14 17 16 $n = 0{,}25;\ p = 70\%$
Вариант 11	9 10 12 10 8 10 10 9 10 11 11 9 9 10 9 10 10 8 10 9 10 11 10 9 11 10 9 11 11 10 12 7 11 9 9 10 8 12 8 11 $n = 0{,}35;\ p = 80\%$
Вариант 12	18 13 17 15 15 15 15 16 11 15 14 15 15 17 15 16 13 16 17 18 16 16 13 15 13 14 16 17 15 15 $n = 0{,}45;\ p = 90\%$
Вариант 13	9 11 10 10 8 11 10 9 11 11 8 11 8 9 9 11 8 11 11 12 8 9 10 7 10 11 10 10 10 6 12 9 $n = 0{,}55;\ p = 99\%$
Вариант 14	9 9 9 9 8 7 8 10 11 10 10 8 10 12 9 10 10 10 11 10 10 10 11 11 11 12 10 9 10 11 10 13 10 12 12 $n = 0{,}65;\ p = 20\%$
Вариант 15	4 5 7 3 7 5 4 3 4 6 6 5 5 5 5 5 4 6 5 5 5 5 3 5 5 5 3 5 5 5 4 3 2 7 8 5 7 6 3 6 $n = 0{,}75;\ p = 30\%$
Вариант 16	4 5 4 4 5 6 6 7 5 5 6 5 5 6

Вариант	Выборка
	4 7 2 3 6 4 7 3 4 6 5 5 5 6 4 7 5 5 5 6 5 $n = 0{,}85;\ p = 40\%$
Вариант 17	9 7 10 6 6 6 8 6 9 5 6 8 6 7 5 6 9 8 9 7 6 10 5 7 5 7 6 7 10 5 $n = 0{,}95;\ p = 15\%$
Вариант 18	8 4 9 3 7 3 3 4 6 7 8 5 6 6 6 7 6 7 5 4 6 5 6 6 6 7 5 5 6 5 8 4 5 $n = 0{,}99;\ p = 10\%$

Задание 2

В результате исследования получена выборка. Требуется:

1) составить статистическое распределение выборки в виде интервальной таблицы частот и интервальной таблицы относительных частот;
2) построить гистограмму частот и гистограмму относительных частот;
3) найти эмпирическую функцию распределения (считая, что изучаемый количественный признак является непрерывной случайной величиной) и построить ее график;
4) вычислить выборочное среднее;
5) вычислить группированную моду и группированную медиану;
6) вычислить выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение.

Вариант 1

19,8	19,1	19,3	18,8	20,2	20,8	20,7	19,7	19,6	19,2	20,9	20,9	20,2
19,6	20,4	20,4	20,2	20,4	18,9	19,7	19,8	20,6	20,7	19,7	20,3	19,8
20,4	20,3	20,6	20,5	20,4	20,5	20,3	20,5	20,2	20,5	20,7	21,0	20,4
20,8	20,5	20,4	20,6	21,0	20,4	20,4	20,3	19,7	19,9	20,1		

Вариант 2

0,3	0,4	0,8	1,2	1,4	1,9	0,7	1,3	1	0,5	0,9	1,2	1
1,3	0,6	1	1	1,1	0,5	1,2	1	1,4	1,6	0,5	1,1	1,1
1,8	0,3	0,6	1,1	0,8	1,2	0,9	1,4	1,3	1,6	2,7	1,5	0,8
0,7	0,9	1,5	1,3	1,1	1,2	1,8	1,1	1	1,2	0,9	1,5	1,3
1,1	1,2	1,3										

Вариант 3

0,9	0,79	0,84	0,86	0,88	0,9	0,89	0,85	0,91	0,98	0,91	0,80	0,87
0,89	0,88	0,78	0,81	0,85	0,88	0,94	0,86	0,80	0,86	0,91	0,78	0,86
0,91	0,95	0,97	0,88	0,79	0,82	0,84	0,9	0,81	0,87	0,91	0,9	0,82
0,85	0,9	0,82	0,85	0,9	0,96	0,98	0,89	0,87	0,99	0,85		

Вариант 4

14,5	14,6	15,1	15,5	16,3	16,8	17,9	16,3	14,5	14,9	13,6	15,4	16,9
15,4	14,3	15,5	11,3	15,5	17,1	16,8	12,2	15,2	15,7	11,6	16,9	15,7
17,7	16,6	16,2	15,5	12,8	14,2	15,5	16,1	14,3	16,5	14,5	17,9	17,8
16,9	11,7	13,2	14,9	19,8	16,6	17,9	14,9	15,2	17,3	16,9		

Вариант 5

24,5	26,8	23,6	25,5	22,2	26,9	25,3	24,1	28,5	25,3	24,1	28,5	25,3
24,6	27,9	25,4	21,3	25,2	27,7	23,6	25,2	26,8	25,9	25,1	26,3	25,4
21,3	25,2	25,5	25,7	26,6	28,2	25,4	23,2	26,6	25,7	24,3	26,8	25,8
27,1	26,2	25,9	21,6	25,3	25,1	24,8	26,3	24,9	24,3	26,8		

Вариант 6

4,7	7,2	6,2	6,7	7,2	5,7	7,7	8,2	6,2	5,2	7,2	5,7	6,2
5,7	8,2	5,7	6,7	6,2	5,7	6,2	6,7	5,2	7,7	6,2	7,2	7,7
6,7	7,2	8,2	6,2	5,7	6,2	7,7	6,7	7,2	5,7	6,7	8,2	7,7
8,2	4,7	8,7	4,2	8,7	6,2	6,7	6,2	7,2	4,9	5,5		

Вариант 7

4,25	4,38	4,48	4,53	4,54	4,41	4,52	4,39	4,16	4,27	4,59	4,48	4,56
4,13	4,51	4,31	4,27	4,87	4,32	4,49	4,74	4,17	4,66	4,92	4,48	4,68
4,45	4,12	4,69	4,28	4,74	4,55	4,28	4,54	4,51	4,77	4,71	4,78	4,13
4,51	4,42	4,36	4,45	4,32	4,17	4,79	4,13	4,52	4,73	4,95		

Вариант 8

3,69	3,56	3,52	3,68	3,49	3,58	3,59	3,54	3,35	3,69	3,87	3,67	3,79
3,75	3,43	3,50	3,57	3,53	3,49	3,68	3,36	3,63	3,51	3,99	3,90	3,53
3,50	3,55	3,40	3,73	3,72	3,53	3,42	3,72	3,68	3,46	3,46	3,36	3,37
3,53	3,48	3,70	3,48	3,68	3,46	3,61	3,57	3,47	3,74	3,47		

Вариант 9

19,2	18,1	18,4	18,2	18,6	18,9	19,0	18,4	18,5	19,3	18,3	18,7	18,8
19,1	18,9	19,3	18,4	19,2	18,2	18,7	19,5	18,7	19,1	18,7	19,1	19,6
18,6	18,8	19,3	18,8	19,0	19,5	18,9	19,0	19,8	19,7	19,4	19,3	19,1
19,8	18,9	19,7	18,5	19,0	19,9	19,2	19,1	18,6	19,5	19,6		

Вариант 10

36,8	32	39,4	36,3	35,4	37,3	34,7	39	28,3	41,3	36,1	37,3	32,2
38,5	34,2	37,2	30,6	37,3	35,2	36,9	34,3	35,2	30,8	36	39,3	32,7
34,6	36,8	39,1	29,5	30,4	35,2	36,5	38,2	40,2	36,8	39,3	32,7	37,1
29,3	28,4	40,2	34,8	37,2	32,6	41	40,4	28,3	34,8	39,2		

Вариант 11

8,3	7,2	6,2	6,7	7,3	5,7	7,7	8,2	6,1	7,2	5,3	5,7	6,7
6,3	5,4	8,2	7,5	6,2	5,9	6,2	6,7	5,2	7,4	6,5	5,1	6,5
7,1	6,7	7,3	6,2	7,2	6,6	6,5	5,7	6	6,7	7,9	6,2	6,7
4,7	8,7	7	6,9	4,7	8,7	4,2	6,8	4,9	6,7	5,2		

Вариант 12

1,22	1,13	1,16	1,12	1,01	1,06	1,05	1,1	1,11	1,13	1,2	1,03	1,04
1,08	1,1	1,15	1,11	1,02	1,04	1,07	1,22	1,14	1,05	1,07	1,1	1,1
1,13	1,14	1,15	1,06	1,22	1,19	1,13	1,12	1,16	1,19	1,17	1,19	1,1
1,15	1,16	1,13	1,1	1,14	1,19	1,21	1,17	1,18	1,23	1,1		

Вариант 13

40,2	40,9	40,3	40,3	40	40,6	39,7	39,6	40,5	39,9	40,3	40,3	40,7
40,9	41,1	40,5	39,6	40	40,2	40,5	39,8	40,1	40,3	40,2	40	40,6
40,4	40,2	40,1	40,7	39,9	40,5	39,4	40,6	40,3	40,6	40,5	40,1	40,1

40,1	40,6	39,9	41	39,9	40,5	39,8	40,1	40,1	40,3	40,9		
Вариант 14												
61,2	61,6	61	61	60,7	60,6	60,4	60,3	61,2	60,6	61	60,9	60,9
61,6	60,2	61,2	60,3	60,7	60,9	61,2	60,5	60,8	61	60,9	60,8	60,8
61,1	60,9	60,8	61,4	60,6	61,2	60,1	61,3	61	61,3	61,2	60,9	61,2
60,3	61,3	60,6	61,7	60,6	61,2	60,5	60,8	60,8	61	61,6		
Вариант 15												
38,5	37	42,5	30	35	33	29	42	30,5	43	59	57	47
41,5	34	31	45	47,5	51	37	41	43,5	48	60	22	37,5
23	33,5	38	40,5	44,5	56	40	46	50	45	38	45	52
61	40	51,5	39	55	39,5	46,5	56	39	46	40		

Задание 3

1. Изучите файл `Работа с выборкой.ipynb` (открыть через Jupyter Notebook).
2. На Python (в одном файле)
   1) Создать две выборки из генеральной совокупности, образованной значениями дискретно распределенной случайной величины (дискретное распределение и его параметры выбрать самостоятельно[1]): одну выборку малого объема ($n \leq 30$) и одну выборку большого объема ($n \gg 30$)[2].

   Для каждой выборки (графики для первой и второй выборки располагать рядом, на одной «подложке»):

   2) Построить полигон частот.
   3) Построить полигон относительных частот и теоретический многоугольник распределения на одном графике.
   4) Написать функцию для вычисления значений эмпирической функции распределения. На одном графике построить эмпирическую и теоретическую функцию распределения.
3. На Python (в том же файле)
   1) Создать две выборки из генеральной совокупности, образованной значениями непрерывно распределенной случайной величины (непрерывное распределение и его параметры выбрать самостоятельно[3]): одну выборку малого объема ($n \leq 30$) и одну выборку большого объема ($n \gg 30$).

   Для каждой выборки (графики для первой и второй выборки располагать рядом, на одной «подложке»):

   2) Построить гистограмму частот.
   3) Построить гистограмму относительных частот и теоретическую плотность распределения на одном графике.
   4) На одном графике построить эмпирическую и теоретическую функцию распределения.

Задание 4

1. Изучите файл `Точечные статистические оценки.ipynb` (открыть через Jupyter Notebook).
2. На Python (в то же файле), для созданных в Задании 3 выборок

---

[1] Кроме распределения Бернулли и биномиального распределения

[2] Лучше взять значение $n \geq 100$

[3] Кроме нормального закона распределения

1) вычислить выборочное среднее, моду и медиану;
2) принимая во внимание размер выборки, вычислить выборочную дисперсию или исправленную выборочную дисперсию;
3) принимая во внимание размер выборки, вычислить выборочное среднее квадратическое отклонение или исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение.
4) вычислить выборочный квантиль порядка n и выборочный p-ый процентиль (n и p указаны в Задании 1).

Лабораторная работа
Интервальные оценки

Задачи на разбор

1. Выборка из большой партии электроламп содержит 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампы выборки оказалась равной 1000 часов. Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для средней продолжительности горения лампы всей партии, если известно, что среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы равно 40 часам. Предполагается, что продолжительность горения ламп распределена нормально.

2. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,975 точность оценки математического ожидания генеральной совокупности по выборочной средней равна 0,3, если известно среднее квадратическое отклонение 1,2 нормально распределенной генеральной совокупности.

3. По данным девяти независимых равноточных измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений 30,1 и исправленное среднее квадратическое отклонение 6. Оценить истинное значение измеряемой величины с помощью доверительного интервала с надежностью 0,99. Предполагается, что результаты измерений распределены нормально.

4. Из генеральной совокупности извлечена выборка

x_i	-2	1	2	3	4	5
n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

5. По данным выборки объема 9 найден доверительный интервал для оценки математического ожидания нормально распределенного признака генеральной совокупности: $25{,}38 < m < 34{,}82$. Найти надежность полученной интервальной оценки, если известно, что «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение равно 6.

6. Произведено 12 измерений одним прибором (без систематической ошибки) некоторой физической величины, причем исправленное среднее квадратическое отклонение случайных ошибок измерений оказалось равным 0,6. Найти точность прибора с надежностью 0,99. Предполагается, что результаты измерений распределены нормально.

7. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,95 точность оценки среднего квадратического отклонения нормально распределенной генеральной совокупности равна 0,528, если известно, что «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение равно 1,2.

8. По данным выборки объема 12 был найден доверительный интервал для оценки среднего квадратического отклонения нормально распределенного признака генеральной совокупности: $0{,}06 < \sigma < 1{,}14$. Найти надежность полученной интервальной оценки.

Индивидуальные задания

Задание 1 (интервальная оценка для математического ожидания $\boldsymbol{m}$ нормально распределенного признака $\boldsymbol{X}$)

<table>
<tr><th>Вариант</th><th>Задача</th></tr>
<tr><td>Вариант 1</td><td>По данным выборки объема 45 найден доверительный интервал для оценки математического ожидания нормально распределенного признака генеральной совокупности: $31{,}39 < m < 38{,}61$. Найти надежность полученной интервальной оценки, если известно, что «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение равно 12.</td></tr>
<tr><td>Вариант 2</td><td>Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,999 точность оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней равна 2,1, если известно, что среднее квадратическое отклонение равно 10.</td></tr>
<tr><td>Вариант 3</td><td>По данным 25 равноточных независимых измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений 16,8 и «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение 6. Оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью 0,95.</td></tr>
<tr><td>Вариант 4</td><td>Выборка из большой партии содержит 144 изделия. Средняя продолжительность исправной работы изделий в выборке оказалась равной 480 дням. Найти с надежностью 0,99 доверительный интервал для исправной работы изделий всей партии, если известно, что среднее квадратическое отклонение исправной работы изделий равна 50 дням. Предполагается, что продолжительность исправной работы изделий распределена нормально.</td></tr>
<tr><td>Вариант 5</td><td>Из генеральной совокупности извлечена выборка:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>-1,5</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td><td>2</td></tr>
</table>
Оценить с надежностью 0,999 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности с помощью доверительного интервала.</td></tr>
<tr><td>Вариант 6</td><td>По данным выборки объема 20 найден доверительный интервал для оценки математического ожидания нормально распределенного признака генеральной совокупности: $37{,}33 < m < 52{,}67$. Найти надежность полученной интервальной оценки, если известно, что «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение равно 12.</td></tr>
<tr><td>Вариант 7</td><td>Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,925 точность оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней равна 0,03, если известно, что среднее квадратическое отклонение равно 0,5.</td></tr>
<tr><td>Вариант 8</td><td>По данным 20 равноточных независимых измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений 1,5 и</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Вариант</th><th>Задача</th></tr>
<tr><td></td><td>«исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение 0,4. Оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью 0,99.</td></tr>
<tr><td>Вариант 9</td><td>Из генеральной совокупности извлечена выборка:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>-3</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>5</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr>
</table>
Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности с помощью доверительного интервала.</td></tr>
<tr><td>Вариант 10</td><td>В результате измерения роста 225 студентов, обучающихся в университете, оказалось, что их средний рост равен 174 см. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,975 среднего роста студентов всего университета, если известно, что выборочное среднее квадратическое отклонение роста студентов равно 6,5 см.</td></tr>
<tr><td>Вариант 11</td><td>По данным выборки объема 25 найден доверительный интервал для оценки математического ожидания нормально распределенного признака генеральной совокупности: $1{,}65 < m < 2{,}55$. Найти надежность полученной интервальной оценки, если известно, что «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение равно 0,6.</td></tr>
<tr><td>Вариант 12</td><td>Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,945 точность оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней равна 8, если известно, что среднее квадратическое отклонение равно 45.</td></tr>
<tr><td>Вариант 13</td><td>По данным 20 равноточных независимых измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений 125 и «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение 16. Оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью 0,999.</td></tr>
<tr><td>Вариант 14</td><td>Выборка из большой партии содержит 256 деталей. Средний вес деталей в выборке оказался равным 15 граммам. Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для веса деталей всей партии, если известно, что среднее квадратическое отклонение вес деталей равно 3,2 граммам. Предполагается, что вес деталей распределен нормально.</td></tr>
<tr><td>Вариант 15</td><td>Из генеральной совокупности извлечена выборка:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>-5</td><td>-4</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>5</td><td>5</td><td>3</td><td>3</td></tr>
</table>
Оценить с надежностью 0,99 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности с помощью доверительного интервала.</td></tr>
</table>

Задание 2 (интервальная оценка для среднего квадратического отклонения $\boldsymbol{\sigma}$ нормально распределенного признака $\boldsymbol{X}$)

Вариант	Задача
Вариант 1	Выборка из большой партии содержит 15 изделий. По данным выборки «исправленное» среднее квадратическое отклонение времени исправной

<table>
<tr><th>Вариант</th><th>Задача</th></tr>
<tr><td></td><td>работы изделий оказалось равным 46 дням. Найти с надежностью 0,999 доверительный интервал для среднего квадратического отклонения исправной работы изделий партии, если известно, что продолжительность исправной работы изделий распределена нормально.</td></tr>
<tr><td>Вариант 2</td><td>По данным выборки объема 100 был найден доверительный интервал для оценки среднего квадратического отклонения нормально распределенного признака генеральной совокупности: $12{,}832 < \sigma < 19{,}168$. Найти надежность полученной интервальной оценки.</td></tr>
<tr><td>Вариант 3</td><td>Из генеральной совокупности извлечена выборка:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>-1</td><td>-0,5</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>2</td><td>4</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td></tr>
</table>
Оценить с надежностью 0,95 среднее квадратическое отклонение нормально распределенного признака генеральной совокупности с помощью доверительного интервала.</td></tr>
<tr><td>Вариант 4</td><td>Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,999 точность оценки среднего квадратического отклонения нормально распределенной генеральной совокупности равна 12, если известно, что «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение равно 7,5.</td></tr>
<tr><td>Вариант 5</td><td>Произведено 18 измерений одним прибором (без систематической ошибки) некоторой физической величины, причем «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение оказалось равным 12,4. Найти точность прибора с надежностью 0,99. Предполагается, что результаты измерений распределены нормально.</td></tr>
<tr><td>Вариант 6</td><td>Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки среднего квадратического отклонения нормально распределенного признака генеральной совокупности будет иметь вид: $21{,}24 < \sigma < 26{,}76$.</td></tr>
<tr><td>Вариант 7</td><td>Отдел технического контроля проверяет втулки на соответствие стандартам. Из большой партии было выбрано и обследовано 35 втулок. В результате было найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение диаметров втулок – 1,2 мм. Найти с надежностью 0,999 доверительный интервал для среднего квадратического отклонения диаметров втулок во всей партии. Предполагается, что диаметры втулок распределены нормально.</td></tr>
<tr><td>Вариант 8</td><td>Найти надежность, при которой точность оценки среднего квадратического отклонения нормально распределенной генеральной совокупности для выборки объема 9 будет равна 6, если известно, что «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение равно 5.</td></tr>
<tr><td>Вариант 9</td><td>По данным выборки объема 50 был найден доверительный интервал для оценки среднего квадратического отклонения нормально распределенного признака генеральной совокупности: $11{,}455 < \sigma < 17{,}545$. Найти надежность полученной интервальной оценки.</td></tr>
<tr><td>Вариант 10</td><td>Из генеральной совокупности извлечена выборка:</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Вариант</th><th>Задача</th></tr>
<tr><td></td><td>
<table>
<tr><td>x_i</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1,5</td><td>-1</td><td>0</td><td>0,5</td><td>1</td><td>3</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>
Оценить с надежностью 0,999 среднее квадратическое отклонение нормально распределенного признака генеральной совокупности с помощью доверительного интервала.</td></tr>
<tr><td>Вариант 11</td><td>На аналитических весах взвешены 8 проб химического вещества (без систематической ошибки), причем «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение оказалось равным 0,9 мг. Найти точность весов с надежностью 0,999. Предполагается, что результаты измерений распределены нормально.</td></tr>
<tr><td>Вариант 12</td><td>Выборка из большой партии содержит 25 деталей. По данным выборки «исправленное» среднее квадратическое отклонение веса деталей оказалось равным 1,3 грамма. Найти с надежностью 0,99 доверительный интервал для среднего квадратического отклонения веса деталей партии, если известно, что вес деталей распределен нормально.</td></tr>
<tr><td>Вариант 13</td><td>Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,95 точность оценки среднего квадратического отклонения нормально распределенной генеральной совокупности равна 16,35, если известно, что «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение равно 15.</td></tr>
<tr><td>Вариант 14</td><td>Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки среднего квадратического отклонения нормально распределенного признака генеральной совокупности будет иметь вид: $0{,}9315 < \sigma < 1{,}7685$.</td></tr>
<tr><td>Вариант 15</td><td>Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,999 точность оценки среднего квадратического отклонения нормально распределенной генеральной совокупности равна 0,92, если известно, что «исправленное» выборочное среднее квадратическое отклонение равно 0,8.</td></tr>
</table>

Задание 3

На Python (в одном файле)

1) Создать две выборки из генеральной совокупности, образованной значениями нормально распределенной случайной величины (параметры распределения выбрать самостоятельно): одну выборку малого объема ($n \le 30$) и одну выборку большого объема ($n \gg 30$).
2) Для каждой выборки вычислить выборочное среднее.
3) Для выборки малого объема вычислить исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение.
4) Для каждой выборки вычислить доверительный интервал для математического ожидания m двумя способами: непосредственно (метод `interval`) и вычисляя точность оценки (метод `ppf`). В случае выборки малого объема считать среднее квадратическое отклонение σ неизвестным.
5) Для выборки малого объема вычислить доверительный интервал для среднего квадратического отклонения σ.

Лабораторная работа
Метод моментов. Метод наибольшего правдоподобия

Задание 1 (метод моментов)

Вариант	Задача
Вариант 1	Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ точечные оценки неизвестного параметра p геометрического распределения. Математическое ожидание геометрического распределения известны: $$M(X) = \frac{1}{p}.$$
Вариант 2	Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ точечные оценки неизвестных параметров α и β распределения Лапласа. Математическое ожидание и дисперсия бета-распределения известны: $$M(X) = \beta, D(X) = \frac{2}{\alpha^2}.$$
Вариант 3	Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ точечные оценки неизвестных параметров μ и s логистического распределения. Математическое ожидание и дисперсия логистического распределения известны: $$M(X) = \mu, D(X) = \frac{\pi^2}{3}s^2.$$
Вариант 4	Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ точечные оценки неизвестных параметров α и β гамма-распределения. Математическое ожидание и дисперсия гамма-распределения известны: $$M(X) = \frac{\beta}{\alpha}, D(X) = \frac{\beta}{\alpha^2}.$$
Вариант 5	Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ точечную оценку неизвестного параметра n распределения Стьюдента. Дисперсия распределения Стьюдента известна: $$D(X) = \frac{n}{n-2}.$$
Вариант 6	Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ точечные оценки неизвестных параметров p и r отрицательного биномиального распределения. Математическое ожидание и дисперсия отрицательного биномиального распределения известны: $$M(X) = \frac{r(1-p)}{p}, D(X) = \frac{r(1-p)}{p^2}.$$
Вариант 7	Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ точечные оценки неизвестных параметров μ и σ логнормального распределения. Математическое ожидание и дисперсия логнормального распределения известны: $$M(X) = e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}, D(X) = \left(e^{\sigma^2} - 1\right)e^{2\mu+\sigma^2}.$$
Вариант 8	Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ точечные оценки неизвестных параметров D и N гипергеометрического распределения

Вариант	Задача
	(параметр n известен). Математическое ожидание и дисперсия гипергеометрического распределения известны: $$M(X)=\frac{nD}{N}, D(X)=\frac{n\frac{D}{N}\left(1-\frac{D}{N}\right)(N-n)}{N-1}.$$
Вариант 9	Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ точечные оценки неизвестных параметров α и β бета-распределения. Математическое ожидание и дисперсия бета-распределения известны: $$M(X)=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}, D(X)=\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}.$$

Задание 2 (метод наибольшего правдоподобия)

Вариант	Задача
Вариант 1	Генеральная совокупность образована случайной величиной X, подчинённой распределению с функцией вероятности $$P(X=x_i)=(1-p)^{x_i-1}\cdot p, 0<p<1, x_i\in\mathbb{N}.$$ Найти методом максимального правдоподобия по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ оценку неизвестного параметра p.
Вариант 2	Генеральная совокупность образована случайной величиной X, подчинённой распределению с функцией вероятности $$P(X=x_i)=p(1-p)^{x_i}, 0<p<1.$$ Найти методом максимального правдоподобия по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ оценку неизвестного параметра p.
Вариант 3	Генеральная совокупность образована случайной величиной X, подчинённой распределению с функцией плотности $$f(x)=\frac{2x}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, \theta>0, x\geq 0.$$ Найти методом максимального правдоподобия по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ оценку неизвестного параметра θ.
Вариант 4	Генеральная совокупность образована случайной величиной X, подчинённой распределению с функцией плотности $$f(x)=\frac{ke^k}{x^{k+1}}, k>0, x\geq e.$$ Найти методом максимального правдоподобия по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ оценку неизвестного параметра k.
Вариант 5	Генеральная совокупность образована случайной величиной X, подчинённой распределению с функцией плотности $$f(x)=\frac{x^\alpha e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)}, \beta>0, x\geq 0.$$ Найти методом максимального правдоподобия по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ оценку неизвестного параметра β, если $\alpha=1{,}12$.
Вариант 6	Генеральная совокупность образована случайной величиной X, подчинённой распределению с функцией плотности

Вариант	Задача
	$$f(x)=\frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x>0.$$ Найти методом максимального правдоподобия по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ оценку неизвестного параметра σ, если $\mu=3$.
Вариант 7	Генеральная совокупность образована случайной величиной X, подчинённой распределению с функцией плотности $$f(x)=\frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x>0.$$ Найти методом максимального правдоподобия по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ оценку неизвестного параметра μ, если $\sigma=0{,}5$.

Лабораторная работа
Проверка статистических гипотез: критерий Пирсона

Задание 1 (дискретное распределение, таблица частот)

При данном уровне значимости α проверить, согласуется ли гипотеза о характере распределения генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки, используя критерий Пирсона. Для этого:

1) Считать таблицу частот из `csv` файла.
2) Вычислить оценки параметров предполагаемого закона распределения на основе данных выборки (используйте формулы, полученные на предыдущем лабораторном занятии).
3) Построить полигон относительных частот и многоугольник распределения на одной плоскости.
4) Записать нулевую и альтернативную гипотезы.
5) Вычислить теоретические частоты.
6) Рассчитать наблюдаемое значение критерия $\chi^2_{\text{набл}}$
   а) непосредственно по формуле,
   б) используя функцию `chisquare`.
7) Вычислить теоретическое значение критерия $\chi^2_{\text{кр}}$, используя метод `ppt` класса `chi2` из модуля `stats` библиотеки `scipy`
8) Принять или отклонить нулевую гипотезу на основе полученных результатов. Вывод записать.

В тетради запишите основные моменты решения (гипотезы, вычисленные теоретические частоты, значения $\chi^2_{\text{набл}}$ и $\chi^2_{\text{кр}}$ и их сравнение, вывод). Вычисления выполняются на Python.

<table>
<tr><th>Вариант</th><th>Задача</th></tr>
<tr><td>Вариант 1</td><td>При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о биномиальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки, при условии, что $m=9$:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>2</td><td>13</td><td>31</td><td>52</td><td>51</td></tr>
<tr><td>x_i</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>32</td><td>12</td><td>5</td><td>2</td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Вариант</th><th>Задача</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Вариант 2</td><td>При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>332</td><td>193</td><td>58</td><td>13</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Вариант 3</td><td>При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о биномиальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки, при условии, что $m = 12$:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>5</td><td>18</td><td>53</td><td>73</td><td>70</td></tr>
<tr><td>x_i</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>46</td><td>23</td><td>9</td><td>2</td><td>1</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Вариант 4</td><td>При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>246</td><td>173</td><td>58</td><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Вариант 5</td><td>При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о биномиальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки, при условии, что $m = 11$:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>2</td><td>7</td><td>24</td><td>43</td><td>64</td></tr>
<tr><td>x_i</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>51</td><td>38</td><td>16</td><td>5</td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Вариант 6</td><td>При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>362</td><td>278</td><td>118</td><td>32</td><td>6</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Вариант 7</td><td>При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о биномиальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки, при условии, что $m = 10$:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>1</td><td>5</td><td>16</td><td>36</td><td>38</td></tr>
<tr><td>x_i</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>30</td><td>15</td><td>6</td><td>2</td><td>1</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Вариант</th><th>Задача</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Вариант 8</td><td>При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>465</td><td>362</td><td>128</td><td>35</td><td>7</td><td>2</td><td>1</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Вариант 9</td><td>При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о биномиальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки, при условии, что $m = 9$:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>17</td></tr>
<tr><td>x_i</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>34</td><td>57</td><td>59</td><td>37</td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Вариант 10</td><td>При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>277</td><td>278</td><td>136</td><td>46</td><td>9</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Вариант 11</td><td>При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о биномиальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки, при условии, что $m = 12$:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>9</td></tr>
<tr><td>x_i</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>17</td><td>42</td><td>60</td><td>79</td><td>68</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Вариант 12</td><td>При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>363</td><td>329</td><td>149</td><td>45</td><td>10</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Вариант 13</td><td>При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о биномиальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки, при условии, что $m = 11$:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Вариант</th><th>Задача</th></tr>
<tr><td></td><td>
<table>
<tr><td>n_i</td><td>3</td><td>15</td><td>29</td><td>56</td><td>59</td></tr>
<tr><td>x_i</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>43</td><td>23</td><td>10</td><td>2</td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>Вариант 14</td><td>
При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>279</td><td>228</td><td>110</td><td>24</td><td>6</td><td>2</td><td>1</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>Вариант 15</td><td>
При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о биномиальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки, при условии, что $m = 10$:
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>5</td><td>21</td><td>42</td><td>46</td><td>38</td></tr>
<tr><td>x_i</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>17</td><td>7</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Задание 2 (непрерывное распределение, интервальная таблица частот)

При данном уровне значимости α проверить, согласуется ли гипотеза о характере распределения генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки, используя критерий Пирсона. Для этого:

1) Считать таблицу частот из `csv` файла.
2) Вычислить оценки параметров предполагаемого закона распределения на основе данных выборки (используйте формулы, полученные на предыдущем лабораторном занятии).
3) Построить полигон относительных частот и кривую распределения на одной плоскости.
4) Записать нулевую и альтернативную гипотезы.
5) Вычислить теоретические частоты.
6) Рассчитать наблюдаемое значение критерия $\chi^2_{\text{набл}}$
   а) непосредственно по формуле,
   б) используя функцию `chisquare`.
7) Вычислить теоретическое значение критерия $\chi^2_{\text{кр}}$, используя метод `ppt` класса `chi2` из модуля `stats` библиотеки `scipy`
8) Принять или отклонить нулевую гипотезу на основе полученных результатов. Вывод записать.

В тетради запишите основные моменты решения (гипотезы, вычисленные теоретические частоты, значения $\chi^2_{\text{набл}}$ и $\chi^2_{\text{кр}}$ и их сравнение, вывод). Вычисления выполняются на Python.

Вариант 1

При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о равномерном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[-10; -8)	[-8; -6)	[-6; -4)	[-4; -2)	[-2; 0)
n_i	21	17	24	17	21
$[x_i;\ x_{i+1})$	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
n_i	19	23	16	24	18

Вариант 2

При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о показательном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
n_i	233	129	62	34	19
$[x_i;\ x_{i+1})$	[100; 120)	[120; 140)	[140; 160)	[160; 180)	[180; 200)
n_i	11	7	3	1	1

Вариант 3

При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о равномерном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
n_i	7	9	14	7	15
$[x_i;\ x_{i+1})$	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
n_i	11	7	13	8	9

Вариант 4

При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о показательном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[0; 12)	[12; 24)	[24; 36)	[36; 48)	[48; 60)
n_i	336	149	62	24	16
$[x_i;\ x_{i+1})$	[60; 72)	[72; 84)	[84; 96)	[96; 108)	[108; 120)
n_i	7	3	1	1	1

Вариант 5

При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о равномерном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[-1,5; -0,9)	[-0,9; -0,3)	[-0,3; 0,3)	[0,3; 0,9)	[0,9; 1,5)
n_i	9	12	23	10	13
$[x_i;\ x_{i+1})$	[1,5; 2,1)	[2,1; 2,7)	[2,7; 3,3)	[3,3; 3,9)	[3,9; 4,5)
n_i	21	16	22	15	9

Вариант 6

При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о показательном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[0; 25)	[25; 50)	[50; 75)	[75; 100)	[100; 125)
n_i	521	169	62	28	10

$[x_i;\ x_{i+1})$	[125; 150)	[150; 175)	[175; 200)	[200; 225)	[225; 250)
n_i	5	2	1	1	1

Вариант 7

При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о равномерном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[-200; -160)	[-160; -120)	[-120; -80)	[-80; -40)	[-40; 0)
n_i	10	9	19	35	36
$[x_i;\ x_{i+1})$	[0; 40)	[40; 80)	[80; 120)	[120; 160)	[160; 200)
n_i	35	12	7	24	13

Вариант 8

При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о показательном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[0; 26)	[26; 52)	[52; 78)	[78; 104)	[104; 130)
n_i	582	304	142	74	51
$[x_i;\ x_{i+1})$	[130; 156)	[156; 182)	[182; 208)	[208; 234)	[234; 260)
n_i	28	9	6	3	1

Вариант 9

При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о равномерном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[-50; -35)	[-35; -20)	[-20; -5)	[-5; 10)	[10; 25)
n_i	22	29	18	36	23
$[x_i;\ x_{i+1})$	[25; 40)	[40; 55)	[55; 70)	[70; 85)	[85; 100)
n_i	25	18	39	19	21

Вариант 10

При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о показательном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[0; 15)	[15; 30)	[30; 45)	[45; 60)	[60; 75)
n_i	584	253	91	38	15
$[x_i;\ x_{i+1})$	[75; 90)	[90; 105)	[105; 120)	[120; 135)	[135; 150)
n_i	11	4	2	1	1

Вариант 11

При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о равномерном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[110; 116)	[116; 122)	[122; 128)	[128; 134)	[134; 140)
n_i	7	11	12	15	6
$[x_i;\ x_{i+1})$	[140; 146)	[146; 152)	[152; 158)	[158; 164)	[164; 170)
n_i	14	10	11	8	6

Вариант 12

При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о показательном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)
n_i	682	360	205	121	66
$[x_i;\ x_{i+1})$	[150; 180)	[180; 210)	[210; 240)	[240; 270)	[270; 300)
n_i	28	16	12	7	3

Вариант 13

При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о равномерном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[10; 14)	[14; 18)	[18; 22)	[22; 26)	[26; 30)
n_i	24	41	21	29	32
$[x_i;\ x_{i+1})$	[30; 34)	[34; 38)	[38; 42)	[42; 46)	[46; 50)
n_i	41	24	33	21	34

Вариант 14

При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о показательном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[0; 38)	[38; 76)	[76; 114)	[114; 152)	[152; 190)
n_i	1051	510	230	112	54
$[x_i;\ x_{i+1})$	[190; 228)	[228; 266)	[266; 304)	[304; 342)	[342; 380)
n_i	26	10	4	2	1

Вариант 15

При уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о равномерном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки:

$[x_i;\ x_{i+1})$	[0; 14)	[14; 28)	[28; 42)	[42; 56)	[56; 70)
n_i	20	24	41	34	27
$[x_i;\ x_{i+1})$	[70; 84)	[84; 98)	[98; 112)	[112; 126)	[126; 140)
n_i	30	34	39	31	20

Задание 3 (нормальное распределение, выборка)

Проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением извлеченной из этой совокупности выборки, используя критерий Пирсона. Для этого:

1) Считать выборку из `csv` файла.
2) Подсчитать частичные интервалы и эмпирические частоты.
3) Вычислить оценки параметров нормального закона распределения на основе данных выборки (используйте формулы, полученные на предыдущем лабораторном занятии).
4) Построить гистограмму относительных частот и нормальную кривую на одной плоскости.
5) Записать нулевую и альтернативную гипотезы.
6) Выбрать уровень значимости α.
7) Вычислить теоретические частоты.

8) Рассчитать наблюдаемое значение критерия $\chi^2_{\text{набл}}$
   а) непосредственно по формуле,
   б) используя функцию `chisquare`.
9) Вычислить теоретическое значение критерия $\chi^2_{\text{кр}}$, используя метод `ppt` класса `chi2` из модуля `stats` библиотеки `scipy`
10) Принять или отклонить нулевую гипотезу на основе полученных результатов. Вывод записать.

В тетради запишите основные моменты решения (гипотезы, уровень значимости, эмпирические и теоретические частоты, значения $\chi^2_{\text{набл}}$ и $\chi^2_{\text{кр}}$ и их сравнение, вывод). Вычисления выполняются на Python.

Лабораторная работа
Проверка статистических гипотез

Задание 1 (сравнение двух дисперсий нормально распределенных генеральных совокупностей)

Влажность воздуха в камере для хранения биологических образцов контролируется по двум электронным гигрометрам. Для сравнения точности гигрометров были зафиксированы их показания. Полученные результаты измерений зафиксированы в таблице. Можно ли утверждать на основании полученных данных, что оба гигрометра имеют одинаковую точность? Что точность первого гигрометра выше (ниже) точности второго? Известно, что случайная величина (влажность воздуха) имеет нормальное распределение.

1. При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверьте нулевую гипотезу о равенстве дисперсий $H_0: D(X) = D(Y)$ при альтернативной гипотезе $H_1: D(X) > D(Y)$ (если $s_X^2 > s_y^2$) или $H_1: D(X) < D(Y)$ (если $s_X^2 < s_y^2$) по критерию Фишера.

   Для этого:
   1) Считать выборки из `csv` файла.
   2) Найти объемы выборок.
   3) Найти исправленные выборочные дисперсии выборок.
   4) Найти наблюдаемое значение критерия $F_{\text{набл}}$ (не забывайте при вычислении значения критерия учесть, какая из исправленных выборочных дисперсий больше, а какая – меньше).
   5) Найти степени свободы для распределения Фишера – Снедекора.
   6) Используя метод `ppf` класса `f`, найти критическое значение критерия $F_{\text{кр}}$ для правосторонней критической области.
   7) Сравнить полученные наблюдаемое и критическое значение критерия. На основании сравнения принять или отклонить нулевую гипотезу.
   8) Сделать вывод.

2. Дополнительно при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверьте нулевую гипотезу о равенстве дисперсий $H_0: D(X) = D(Y)$ при альтернативной гипотезе $H_1: D(X) \neq D(Y)$.

   Для этого, с учетом того, что пункты 1-5 уже сделаны:
   1) Используя метод `ppf` класса `f`, найти критическое значение критерия $F_{\text{кр}}$ для двухсторонней критической области.
   2) Сравнить полученные наблюдаемое и критическое значение критерия. На основании сравнения принять или отклонить нулевую гипотезу.

3) Сделать вывод.

3. Принять или отклонить нулевую гипотезу на основе полученных результатов. Вывод записать.

В тетради запишите основные моменты решения (гипотезы, уровень значимости, объемы выборок, значения исправленных выборочных дисперсий, значения $F_{набл}$ и $F_{кр}$ и их сравнение, вывод). Все вычисления выполняются на Python.

Задание 2 (сравнение выборочной средней с гипотетической средней нормально распределенной совокупности, когда дисперсия генеральной совокупности известна)

Поставщик датчиков утверждает, что средний срок их службы равен m_0 часам со средним квадратическим отклонением σ часов. Была закуплена пробная партия датчиков и измерен срок их службы. Полученные результаты измерения зафиксированы в таблице. Можно ли считать на основании полученных данных, что отклонения от обещанного срока службы обусловлены только случайными причинами?

Известно, что случайная величина (срок службы датчиков) имеет нормальное распределение.

1. При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверьте нулевую гипотезу о равенстве генеральной средней гипотетическому значению m_0 $H_0: M(\overline{X}) = m_0$ при альтернативной гипотезе $H_0: M(\overline{X}) \neq m_0$.

Для этого:

1) Считать выборку из `csv` файла.
2) Найти объем выборки.
3) Найти выборочное среднее выборки.
4) Найти наблюдаемое значение критерия $u_{набл}$.
5) Используя метод `ppf` класса `norm`, найти критическое значение критерия $u_{кр}$ для двухсторонней критической области.
6) Сравнить полученные наблюдаемое и критическое значение критерия. На основании сравнения принять или отклонить нулевую гипотезу.
7) Сделать вывод.

2. Дополнительно при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверьте нулевую гипотезу о равенстве генеральной средней гипотетическому значению m_0 $H_0: M(\overline{X}) = m_0$ при альтернативной гипотезе $H_0: M(\overline{X}) > m_0$ (если $\overline{x}_B > m_0$) или $H_0: M(\overline{X}) < m_0$ (если $\overline{x}_B < m_0$). Для этого, с учетом того, что пункты 1-4 уже сделаны:

1) Используя метод `ppf` класса `norm`, найти критическое значение критерия $u_{кр}$ для правосторонней или левосторонней критической области (в зависимости от вида альтернативной гипотезы)
2) Сравнить полученные наблюдаемое и критическое значение критерия. На основании сравнения принять или отклонить нулевую гипотезу.
3) Сделать вывод.

3. Принять или отклонить нулевую гипотезу на основе полученных результатов. Вывод записать.

В тетради запишите основные моменты решения (гипотезы, уровень значимости, значения $u_{набл}$ и $u_{кр}$ и их сравнение, вывод). Все вычисления выполняются на Python.

Вариант	$\boldsymbol{m_0}$	$\boldsymbol{\sigma}$	**Вариант**	$\boldsymbol{m_0}$	$\boldsymbol{\sigma}$
Вариант 1	665	70	Вариант 9	115	10

Вариант	m_0	σ	**Вариант**	m_0	σ
Вариант 2	330	35	Вариант 10	265	25
Вариант 3	100	20	Вариант 11	510	50
Вариант 4	535	50	Вариант 12	670	75
Вариант 5	220	35	Вариант 13	440	45
Вариант 6	230	50	Вариант 14	690	55
Вариант 7	475	40	Вариант 15	175	15
Вариант 8	270	25			

Задание 3 (сравнение выборочной средней с гипотетической средней нормально распределенной совокупности, когда дисперсия генеральной совокупности неизвестна)

Проектная контролируемая длина деталей, изготовляемых станком-автоматом, равна m_0 мм. Для проверки, обеспечивает ли станок проектную длину, были отобраны изготовленные за один час работы станка детали и измерена их длина. Полученные результаты измерения зафиксированы в таблице. Можно ли считать на основании полученных данных, что отклонения от проектной длины обусловлены только случайными причинами?

Известно, что случайная величина (длина детали) имеет нормальное распределение.

1. При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверьте нулевую гипотезу о равенстве генеральной средней гипотетическому значению m_0 $H_0: M(\overline{X}) = m_0$ при альтернативной гипотезе $H_0: M(\overline{X}) \neq m_0$.

   Для этого:

   1) Считать выборку из csv файла.
   2) Найти объем выборки.
   3) Найти выборочное среднее выборки.
   4) Найти исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение выборки.
   5) Найти наблюдаемое значение критерия $t_{\text{набл}}$ двумя способами
      a) непосредственно по формуле,
      b) используя функцию `ttest_1samp`.
   6) Найти число степеней свободы k.
   7) Используя метод `ppf` класса `t`, найти критическое значение критерия $u_{\text{кр}}$ для двухсторонней критической области.
   8) Сравнить полученные наблюдаемое и критическое значение критерия. На основании сравнения принять или отклонить нулевую гипотезу.
   9) Сделать вывод.

2. Дополнительно при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверьте нулевую гипотезу о равенстве генеральной средней гипотетическому значению m_0 $H_0: M(\overline{X}) = m_0$ при альтернативной гипотезе $H_0: M(\overline{X}) > m_0$ (если $\overline{x}_B > m_0$) или $H_0: M(\overline{X}) < m_0$ (если $\overline{x}_B < m_0$) по u-критерию. Для этого, с учетом того, что пункты 1-6 уже сделаны:

   1) Используя метод `ppf` класса `t`, найти критическое значение критерия t для правосторонней или левосторонней критической области (в зависимости от вида альтернативной гипотезы)
   2) Сравнить полученные наблюдаемое и критическое значение критерия. На основании сравнения принять или отклонить нулевую гипотезу.

3) Сделать вывод.

3. Принять или отклонить нулевую гипотезу на основе полученных результатов. Вывод записать.

В тетради запишите основные моменты решения (гипотезы, уровень значимости, значения $t_{\text{набл}}$ и $t_{\text{кр}}$ и их сравнение, вывод). Все вычисления выполняются на Python.

Вариант	$\boldsymbol{m_0}$	**Вариант**	$\boldsymbol{m_0}$
Вариант 1	63	Вариант 9	13
Вариант 2	26	Вариант 10	82
Вариант 3	20	Вариант 11	61
Вариант 4	44	Вариант 12	20
Вариант 5	70	Вариант 13	90
Вариант 6	76	Вариант 14	28
Вариант 7	92	Вариант 15	100
Вариант 8	28		

Задание 4 (сравнение двух средних нормально распределенных генеральных совокупностей, дисперсии которых неизвестны и одинаковы)

На производстве используются технология X и технология Y. Для их сравнения был измерен расход сырья на единицу продукции. Полученные результаты измерения зафиксированы в таблице. Можно ли считать на основании полученных данных, что между двумя технологиями существуют значимые различия по расходу сырья на производство продукции? Что средний расход выше (ниже) при использовании технологии X?

Известно, что случайная величина (расход сырья на единицу продукции) имеет нормальное распределение.

1. Используя критерий Фишера, проверьте гипотезу о равенстве генеральных дисперсий.

2. При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверьте нулевую гипотезу о равенстве генеральной средней гипотетическому значению m_0 $H_0\colon M(\overline{X}) = M(\overline{Y})$ при альтернативной гипотезе $H_0\colon M(\overline{X}) \neq M(\overline{Y})$.

Для этого:

1) Найти выборочные средние выборок.
2) Найти наблюдаемое значение критерия $t_{\text{набл}}$ тремя способами
   a) непосредственно по формуле,
   b) используя функцию `ttest_ind` или `ttest_ind_from_stats`.
3) Найти число степеней свободы k.
4) Используя метод `ppf` класса `t`, найти критическое значение критерия $u_{\text{кр}}$ для <u>двухсторонней</u> критической области.
5) Сравнить полученные наблюдаемое и критическое значение критерия. На основании сравнения принять или отклонить нулевую гипотезу.
6) Сделать вывод.

3. Дополнительно при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверьте нулевую гипотезу о равенстве генеральной средней гипотетическому значению m_0 $H_0\colon M(\overline{X}) = M(\overline{Y})$ при альтернативной гипотезе $H_0\colon M(\overline{X}) > M(\overline{Y})$ (если $\overline{x}_B > \overline{y}_B$) или $H_0\colon M(\overline{X}) < M(\overline{Y})$ (если $\overline{x}_B < \overline{y}_B$) по u-критерию. Для этого, с учетом того, что пункты 1-3 уже сделаны:

1) Используя метод `ppf` класса `t`, найти критическое значение критерия t для правосторонней или левосторонней критической области (в зависимости от вида альтернативной гипотезы)
2) Сравнить полученные наблюдаемое и критическое значение критерия. На основании сравнения принять или отклонить нулевую гипотезу.
3) Сделать вывод.

4. Принять или отклонить нулевую гипотезу на основе полученных результатов. Вывод записать.

В тетради запишите основные моменты решения (гипотезы, уровень значимости, объемы выборок, значения исправленных выборочных дисперсий, значения $F_{\text{набл}}$ и $F_{\text{кр}}$ и их сравнение, вывод для критерия Фишера; гипотезы, значения выборочных средних, значения $t_{\text{набл}}$ и $t_{\text{кр}}$ и их сравнение, вывод). Все вычисления выполняются на Python.

Лабораторная работа
Корреляционный анализ

Задание 1 (коэффициент корреляции Пирсона)

На основании опытных данных требуется:

4. Построить диаграмму рассеивания.
5. Вычислить выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона и проверить его значимость при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ двумя способами:
   1) непосредственно по формулам и используя метод `ppf` класса `t` для критического значения критерия;
   2) используя метод `pearsonr` (отдельно получите значения выборочного коэффициента корреляции r и величину $p - value$).
6. На основании полученных результатов сделать вывод.

В тетради запишите основные моменты решения (значение выборочного коэффициента корреляции, гипотезы, эмпирическое и критическое значения критерия, $p - value$ и уровень значимости, их сравнение, выводы).

Вариант	Задача
Вариант 1	Имеются данные, характеризующие зависимость между стоимостью X основных производственных фондов и объемом Y валовой продукции по однотипным предприятиям.
Вариант 2	Имеются данные, характеризующие зависимость между стоимостью X (тыс. млн. руб.) основных средств предприятий и месячным выпуском Y (тыс. руб.) продукции.
Вариант 3	Результаты измерений зависимости фазовой проницаемости X воды от нефтенасыщенности Y породы приведены в таблице.
Вариант 4	Дано распределение заводов по производственным средствам X (млн. руб.) и по суточной выработке Y (тыс. руб.).
Вариант 5	Данные нормы расхода моторного масла на угар и замену Y (л/100 л.т.) от максимальной мощности двигателя X (л.с.) приведены в таблице.
Вариант 6	Зависимость удельного момента Y (кгс·м/тс) на долоте от осевой статической нагрузки X (тс) на забой при бурении пород задана таблицей.

Вариант	Задача
Вариант 7	Компанию по прокату автомобилей интересует зависимость между пробегом X автомобилей и стоимостью Y ежемесячного технического обслуживания. Для выяснения характера этой связи были собраны данные, приведенные в таблице.
Вариант 8	При исследовании зависимости между выпуском готовой продукции Y (тыс. руб.) и энерговооруженностью труда X (кВт/час) получены следующие данные.
Вариант 9	В таблице приведены данные, характеризующие зависимость израсходованных долот Y (шт.) при бурении 8 скважин в зависимости от механической скорости X (м/с) проходки.
Вариант 10	Скорость Y (м/час) бурения в твердых породах от нагрузки X (атм.) на долото характеризуется следующими данными.
Вариант 11	Зависимость между выработкой продукции X (тыс. руб.) и затратами топлива Y в условных единицах характеризуется следующими данными.
Вариант 12	Имеются данные распределения заводов по производственным средствам X (млн. руб.) и по суточной выработке Y (млн. руб.).
Вариант 13	Зависимость между коэффициентом Y сменности техники и ее средним возрастом X по предприятию ПМК-7 объединения «Сибкомплектмонтаж» характеризуется следующими данными.
Вариант 14	Имеются данные о реализации продукции X (млн. руб.) и накладных расходах Y (тыс. руб.) на реализацию.
Вариант 15	Зависимость линейной нормы расхода топлива Y (л) от максимальной мощности двигателя автомобиля X (л.с.) характеризуется следующими данными.

Задание 2 (коэффициенты корреляции Спирмена и Кендалла)

На основании опытных данных требуется:

1. Построить диаграмму рассеивания.
2. Вычислить выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена и проверить его значимость при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$, используя метод `spearmanr` (отдельно получите значения выборочного коэффициента корреляции ρ и величину $p - value$).
3. Вычислить выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла и проверить его значимость при уровне значимости $\alpha = 0{,}01$, используя метод `kendalltau` (отдельно получите значения выборочного коэффициента корреляции r и величину $p - value$).
4. На основании полученных результатов сделать выводы.

В тетради запишите основные моменты решения (значение выборочных коэффициентов корреляции, гипотезы, $p - value$ и уровень значимости, их сравнение, выводы).

Список литературы

Основная литература:

1. Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика:

учебник для вузов / В. А. Колемаев, В. Н. Калинина; под редакцией В. А. Колемаев. — 2-е изд. — Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 352 с. — ISBN 5-238-00560-1. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/71075.html (дата обращения: 31.05.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Статистические методы анализа данных: учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга [и др.]; под общ. ред. д-ра экон. наук, проф. Л.И. Ниворожкиной. — Москва: РИОР: ИНФРА-М, 2016. — 333 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — www.dx.doi.org/10.12737/21064. - ISBN 978-5-369-01612-1. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/556760 (дата обращения: 31.05.2020). – Режим доступа: по подписке

Дополнительная литература:

1. Павлов, С. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / С. В. Павлов: учебное пособие/ С. В. Павлов. - Москва: Издательский Центр РИОР; Москва: Издательский Дом "ИНФРА-М", 2010. - Режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=217167 (дата обращения: 31.05.2020)
2. Статистический анализ данных, моделирование и исследование вероятностных закономерностей. Компьютерный подход / Лемешко Б.Ю., Лемешко С.Б., Постовалов С.Н. и др. - Новосибирск: НГТУ, 2011. - 888 с.: ISBN 978-5-7782-1590-0. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/548140 (дата обращения: 31.05.2020). – Режим доступа: по подписке.
3. Маккинли, Уэс. Python и анализ данных / Уэс Маккинли; перевод А. Слинкина. — 2-е изд. — Саратов: Профобразование, 2019. — 482 с. — ISBN 978-5-4488-0046-7. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/88752.html (дата обращения: 31.05.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.
4. Шелудько, В.М. Язык программирования высокого уровня Python. Функции, структуры данных, дополнительные модули: учебное пособие / В. М. Шелудько. — Ростов-на-Дону, Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2017. — 107 с. — ISBN 978-5-9275-2648-2. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/87530.html (дата обращения: 31.05.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.
5. Мойзес, Б.Б. Статистические методы контроля качества и обработка экспериментальных данных: учебное пособие / Б.Б. Мойзес, И.В. Плотникова, Л.А. Редько. — Томск: Томский политехнический университет, 2016. — 119 с. — ISBN 978-5-4387-0700-4. — Текст:

электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/83986.html (дата обращения: 31.05.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6. Рублева, Галина Викторовна. Математическая статистика: изучение взаимосвязей между признаками: учебно-методическое пособие для студентов очной формы обучения технических и инженерных специальностей / Г. В. Рублева; Тюм. гос ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Тюмень: Изд-во Тюм. гос. ун-та, 2014. — 2-Лицензионный договор №41/2014-09-24. — Загл. с титул. экрана. — Доступ по паролю из сети Интернет (чтение). – URL:https://library.utmn.ru/dl/PPS/Rybleva_2014.pdf (дата обращения: 31.05.2020).

Интернет-ресурсы:

1. Документация по Python 3: https://docs.python.org/3/
2. Документация библиотек NumPy и SciPy: https://docs.scipy.org/doc/
3. Список функций Scipy для работы с различными распределениями СВ: http://docs.scipy.org/doc/scipy-0.14.0/reference/stats.html
4. Документация по библиотеке Pandas: http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/index.html
5. Документация по библиотеке Matplotlib: http://matplotlib.org/
6. Шпаргалки для специалистов по данным: https://www.datacamp.com/community/data-science-cheatsheets?page=3